

Table des matières

1	Fonctions holomorphes, fonctions analytiques	7
1.1	Préliminaires	7
1.2	Fonctions différentiables	12
1.3	Intégration des fonctions holomorphes	13
1.4	Quelques théorèmes fondamentaux	16
1.5	Exercices résolus	21
2	Propriétés des fonctions holomorphes et harmoniques	51
2.1	Inégalités de Cauchy, théorèmes de Liouville et de d'Alembert	51
2.2	Principe du prolongement analytique et principe des zéros isolés	52
2.3	Propriété de la moyenne et principe du maximum	53
2.4	Fonctions harmoniques et problème de Dirichlet	54
2.5	Transformations conformes et applications géométriques	56
2.6	Exercices résolus	60
3	Fonctions méromorphes	85
3.1	Séries de Laurent, points singuliers	85
3.2	Fonctions méromorphes, théorème des résidus	88
3.3	Nombre de pôles et zéros d'une fonction méromorphe	90
3.4	Applications du théorème des résidus	90
3.5	Exercices résolus	99
4	Suites et produits infinis	135
4.1	Suites de fonctions holomorphes	135
4.2	Espace des fonctions holomorphes	136
4.3	Séries de fonctions méromorphes	139
4.4	Produits infinis de fonctions holomorphes	140
4.5	Fonctions définies par une intégrale	142
4.5.1	Fonctions gamma et bêta d'Euler	143
4.5.2	Transformée de Laplace	145
4.6	Exercices résolus	149

5 Fonctions et intégrales elliptiques	191
5.1 Fonctions elliptiques	191
5.2 Fonctions \wp , ζ et σ de Weierstrass	194
5.3 Intégrales elliptiques et fonctions de Jacobi	200
5.4 Exercices résolus	204
6 Fonctions de plusieurs variables complexes	229
6.1 Fonctions holomorphes	229
6.2 Variétés complexes et ensembles analytiques	237
6.3 Exercices résolus	246
7 Surfaces de Riemann et fonctions thêta	261
7.1 Courbes elliptiques et hyperelliptiques	261
7.2 Étude géométrique des surfaces de Riemann	266
7.3 Fonctions thêta	283
7.4 Espace des modules des surfaces de Riemann	295
7.5 Exercices résolus	298
8 Équations différentielles dans le domaine complexe	341
8.1 Solutions holomorphes	341
8.2 Solutions méromorphes	344
8.3 Exercices résolus	347
9 Appendice	381
9.1 Séries entières	381
9.2 Produits infinis	390
9.3 Mesure et intégration	392
9.4 Variétés différentiables	397
9.5 Formes différentielles	410
9.6 Résultants et discriminants	418
Bibliographie	420
Index	424