

Table des matières

I. Premières définitions

| | |
|---|----|
| 1. Espaces et sous-espaces projectifs | 1 |
| 1.1. Espaces projectifs | 1 |
| 1.2. La projection canonique | 3 |
| 1.3. Sous-espaces | 4 |
| 1.4. Intersection de sous-espaces | 5 |
| 2. Transformations projectives | 8 |
| 2.1. Définition | 8 |
| 2.2. Le groupe projectif | 10 |
| 3. Repères projectifs | 12 |
| 3.1. Première approche | 12 |
| 3.2. Repères et coordonnées projectives | 13 |
| 3.3. Conséquences dynamiques | 17 |
| 4. Cartes affines | 18 |

II. La droite projective

| | |
|---|----|
| 1. Présentation | 25 |
| 1.1. Coordonnées homogènes | 25 |
| 1.2. Carte affine | 26 |
| 2. Homographies | 27 |
| 2.1. Définition | 27 |
| 2.2. Interprétation en carte affine | 29 |
| 2.3. Transitivité et repères | 31 |
| 2.4. Droites projectives générales | 33 |

| | |
|--|----|
| 3. Birapport | 35 |
| 3.1. Invariants de familles de points | 35 |
| 3.2. Définition et propriétés | 36 |
| 3.3. Expression algébrique | 38 |
| 3.4. Division harmonique | 39 |
| 4. Involutions | 40 |
| 4.1. Définition et caractérisation | 41 |
| 4.2. Description et engendrement | 42 |
| 5. La droite réelle | 45 |
| 5.1. Topologie | 45 |
| 5.2. Dynamique des homographies | 46 |
| 6. La droite complexe | 50 |
| 6.1. Droites et cercle de \mathbb{CP}^1 | 51 |
| 6.2. Classification dynamique des homographies | 57 |
| 6.3. Le théorème de Pascal | 58 |

III. Le plan projectif réel

| | |
|---|----|
| 1. Théorèmes projectifs classiques | 66 |
| 2. Coniques | 71 |
| 2.1. Définition | 72 |
| 2.2. Unicité | 75 |
| 2.3. Coniques affines | 77 |
| 2.4. Prescription de coniques | 78 |
| 2.5. Le théorème de Pascal | 82 |
| 3. Dualité projective | 84 |
| 3.1. De la dualité linéaire à la dualité projective | 84 |
| 3.2. Dualité, alignement et concours | 87 |
| 4. Dualité par rapport à une conique | 90 |
| 4.1. Introduction | 90 |
| 4.2. Quelques propriétés | 92 |
| 4.3. Une application | 94 |

IV. Droites d'un plan projectif

| | |
|---|-----|
| 1. Droites du plan et birapport | 99 |
| 2. Homographies entre droites d'un plan | 100 |
| 2.1. Restriction des transformations planes | 102 |
| 2.2. Perspectives | 102 |
| 2.3. Description des homographies entre droites d'un même plan | 105 |
| 3. Faisceaux de droites | 107 |
| 3.1. Structure projective sur un faisceau de droites . . . | 108 |
| 3.2. Homographies entre faisceaux | 111 |
| 4. Droites et coniques | 111 |
| 4.1. Droites et polarité | 113 |
| 4.2. Le théorème de Chasles et Steiner | 114 |
| 4.3. Structure de droite projective sur une conique . . . | 116 |

Bibliographie

127

Index

129