

Jean Taine

Franck Enguehard

Estelle Iacona

# Transferts thermiques

Introduction aux transferts d'énergie

6<sup>e</sup> ÉDITION

DUNOD

Graphisme de couverture : Elizabeth Riba  
Illustration de couverture : © Martin Capek – shutterstock.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage. Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 1991, 1998, 2003, 2008, 2014, 2021

11, rue Paul Bert 92240 Malakoff

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

ISBN 978-2-10-082166-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constitue donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Avant-propos</b>	<b>XI</b>
<b>Index des notations</b>	<b>XIII</b>

## PARTIE 1

### PREMIÈRE APPROCHE DES TRANSFERTS THERMIQUES

<b>Chapitre 1. Les principaux modes de transfert d'énergie</b>	<b>3</b>
1.1 Limitations physiques et objectifs	3
1.1.1 Le système	3
1.1.2 Déséquilibre thermique et équilibre thermodynamique local (E.T.L.)	4
1.1.3 Objectif des transferts thermiques – Conventions sur les flux	5
1.2 Première notion de flux radiatif	6
1.3 Transfert conductif	8
1.3.1 Flux conductif	8
1.3.2 Ordres de grandeur des conductivités thermiques	10
1.3.3 Systèmes à conductivité apparente très élevée : les caloducs	11
1.4 Flux convectif et conducto-convectif	11
1.4.1 Le phénomène de convection	11
1.4.2 Flux surfacique conductif à une paroi, couplé au phénomène de convection	14
1.4.3 Application aux caloducs	16
1.5 Conditions aux limites classiques	18
1.5.1 Exemple 1 : milieu opaque et milieu transparent	18
1.5.2 Exemple 2 : deux milieux opaques	19
1.5.3 Exemple 3 : un milieu (semi-)transparent et un milieu transparent	19
1.5.4 Exemple 4 : contact thermique	19
1.5.5 Exemple 5 : interface entre deux phases	20
1.6 Bilan d'énergie en régime stationnaire sans mouvement	20
1.6.1 Formulation générale du bilan d'énergie	20
1.6.2 Méthodologie de résolution d'un problème de transfert thermique	21
1.6.3 Exercices d'application	22
Exercice 1.1. Chauffage en volume	22
Exercice 1.2. Crayon fissile	24
<b>Chapitre 2. Transferts conductifs stationnaires linéaires</b>	<b>27</b>
2.1 L'analogie électrique et ses limites	27
2.1.1 Principe	27
2.1.2 Exercices d'application	30
Exercice 2.1. Résistances thermiques	30
Exercice 2.2. Le paradoxe de l'isolant, en géométrie cylindrique	31

# **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

Exercice 2.3. Résistance thermique d'un élément d'échangeur plan ; coefficient d'échange global	32
<b>2.2 Ailettes et approximation de l'ailette</b>	34
2.2.1 Approximation de l'ailette	35
2.2.2 Calcul de l'efficacité d'une ailette	36
2.2.3 Ailette idéale (isotherme)	38
2.2.4 Ailette infinie	39
2.2.5 Résultats pour diverses géométries d'ailettes	39
2.2.6 Validité de l'approximation de l'ailette au sens du profil de température	39
2.2.7 Résolution générale du problème de l'ailette (conduction stationnaire à plusieurs dimensions)	40
2.2.8 Validité de l'approximation de l'ailette au sens du flux global	42
2.2.9 Exercices d'application	43
Exercice 2.4. Ailette en acier : conditions pratiques de l'approximation de l'ailette	43
Exercice 2.5. Bilan énergétique simplifié d'un appartement	43
<b>Chapitre 3. Conduction instationnaire</b>	49
<b>3.1 Introduction</b>	49
<b>3.2 Théorèmes généraux</b>	52
3.2.1 Théorème de superposition	52
3.2.2 Analyse dimensionnelle – Théorème $\Pi$	54
<b>3.3 Géométrie semi-infinie. Réponse après un intervalle de temps court</b>	57
3.3.1 Réponse d'un système après un intervalle de temps court	57
3.3.2 Réponse d'un système à une condition extérieure périodique	60
3.3.3 Exercice d'application	63
Exercice 3.1. Contact thermique	63
<b>3.4 Géométrie finie. Réponse d'un système à un instant quelconque</b>	67
3.4.1 Réponse à une perturbation brutale	67
3.4.2 Réponse à un régime forcé	68
<b>3.5 Échelles de temps et de longueur</b>	68
3.5.1 Temps caractéristiques	68
3.5.2 Nombre de Biot	71
3.5.3 Nombre de Fourier	71
3.5.4 Exercices d'application	72
Exercice 3.2. Temps de réponse d'un thermocouple	72
Exercice 3.3. Pont thermique	72
<b>Chapitre 4. Transferts radiatifs entre corps opaques</b>	75
<b>4.1 Domaine du rayonnement thermique</b>	76
<b>4.2 Expression d'un flux monochromatique</b>	78
4.2.1 Flux monochromatique directionnel	78
4.2.2 Expression générale du flux monochromatique hémisphérique	79
4.2.3 Expression du flux monochromatique hémisphérique dans le cas d'un rayonnement isotrope	80
4.2.4 Flux radiatif; vecteur flux radiatif	81
<b>4.3 Équilibre thermique et propriétés radiatives</b>	82
4.3.1 Absorptivité et réflectivité monochromatiques directionnelles	82

## Table des matières

4.3.2 Rayonnement d'équilibre	83
4.3.3 Émissivité monochromatique directionnelle	84
4.3.4 Loi fondamentale du rayonnement thermique	85
4.3.5 Cas particuliers usuels	85
4.4 Propriétés du rayonnement d'équilibre	87
4.5 Modèles simples de transfert radiatif	89
4.5.1 Corps opaque convexe isotherme entouré par un corps noir isotherme	89
4.5.2 Corps opaque convexe de petite dimension et isotherme placé dans une enceinte en équilibre thermique	90
4.5.3 Conditions de linéarisation du flux radiatif	91
4.5.4 Extension au cas de milieux transparents par bandes	92
4.5.5 Exercices d'application	94
Exercice 4.1. Mesure par thermocouple de la température d'un gaz	94
Exercice 4.2. Étude thermique d'une ampoule à incandescence	96
4.6 Métrologie radiative ; pyrométrie bichromatique	99
4.7 Méthode générale de traitement du transfert radiatif entre corps opaques	101
4.7.1 Expression du flux radiatif	101
4.7.2 Exemple de calcul direct : intérêt des écrans radiatifs	103
4.7.3 La méthode des flux incidents et partants	104
4.7.4 Exercice d'application	107
Exercice 4.3. Étalon de luminance – corps noir	107
4.7.5 Propriétés des facteurs de forme	110
4.7.6 Exercice d'application	112
Exercice 4.4. Structure isolante en cryogénie	112
4.8 Généralisation de la méthode	114
4.8.1 Généralisation au cas de parois partiellement transparentes	114
4.8.2 Généralisation au cas de rayonnement(s) incident(s) directionnel(s)	117
<b>Chapitre 5. Introduction aux transferts convectifs</b>	<b>119</b>
5.1 Bilan d'énergie pour un système indéformable	120
5.1.1 Système matériel	120
5.1.2 Premier exemple d'application : une filière	120
5.1.3 Système ouvert à frontières fixes en régime stationnaire	122
5.1.4 Retour sur l'exemple de la filière	123
5.1.5 Exemple 2 : interface solide-liquide, front de fusion	123
5.2 Bilan d'énergie pour un système fluide monophasique	125
5.2.1 Théorèmes de transport	125
5.2.2 Bilan d'énergie (approche simplifiée)	127
5.3 Applications simples : transferts dans une conduite ; échangeurs de chaleur	130
5.3.1 Hypothèses simplificatrices	130
5.3.2 Bilan d'énergie en régime stationnaire	131
5.3.3 Exercice d'application	133
Exercice 5.1. Performances comparées d'échangeurs de chaleur	133
5.4 Analyse dimensionnelle en convection forcée	138
5.4.1 Notion élémentaire de viscosité	139
5.4.2 Nombres caractéristiques clés	140
5.4.3 Interprétation physique des nombres caractéristiques	142
5.4.4 Notion de similitude en convection forcée	145
5.4.5 Transition entre régimes laminaire et turbulent	145

## **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

5.5 Convection forcée externe	148
5.5.1 Convection forcée externe laminaire	148
5.5.2 Convection forcée externe turbulente	151
5.5.3 Exercice d'application	155
Exercice 5.2. Refroidissement d'une plaque	155
5.6 Convection forcée interne	156
5.6.1 Convection forcée interne laminaire	156
5.6.2 Convection forcée interne turbulente	160
5.6.3 Comparaison entre les transferts turbulents le long d'une plaque et dans un tube	162
5.6.4 Autres écoulements internes ; notion de diamètre hydraulique	165
5.6.5 Exercice d'application	166
Exercice 5.3. Écoulement dans un tube	166
5.7 Convection naturelle externe	167
5.7.1 Analyse dimensionnelle en convection naturelle externe le long d'une plaque verticale	169
5.7.2 Transition entre régimes laminaire et turbulent le long d'une plaque verticale	172
5.7.3 Principaux résultats pratiques de convection naturelle externe	173
5.7.4 Exercice d'application	175
Exercice 5.4. Chauffage d'une pièce	175
5.8 Convection naturelle interne	176
5.8.1 Exercice d'application	176
Exercice 5.5. Lame d'air d'un double vitrage	176
5.9 Convection mixte : compétition entre convection forcée et convection naturelle	177
<b>Problèmes de Synthèse de la Partie 1</b>	<b>179</b>
1 Circuit de refroidissement d'un moteur fusée cryogénique	179
2 Thermique élémentaire d'un réacteur à neutrons rapides	182
3 Dimensionnement d'un capteur solaire thermique	187
4 Effet de serre atmosphérique	193

## **PARTIE 2**

---

### **TRANSFERTS THERMIQUES AVANCÉS**

<b>Chapitre 6. Rayonnement des milieux semi-transparents</b>	<b>199</b>
6.1 Échanges d'énergie avec le système matériel	200
6.1.1 Émission, absorption, diffusion	200
6.1.2 Puissance radiative, flux radiatif	201
6.2 Caractérisation d'un milieu absorbant	204
6.2.1 Absorption	204
6.2.2 Émission et auto-absorption	206
6.2.3 Puissance radiative volumique (milieu absorbant et diffusant)	207

## Table des matières

6.3	Interactions à longue portée (milieux absorbants)	207
6.3.1	Équation de Transfert Radiatif (formulation intégrale)	209
6.3.2	Conditions aux limites	210
6.3.3	Théorème de réciprocité	214
6.3.4	Milieux absorbants optiquement minces	215
6.3.5	Modèle approché de Hottel	219
6.4	Interactions à courte portée (milieux absorbants)	222
6.4.1	Équation de transfert radiatif (formulation différentielle)	223
6.4.2	Loi de Fourier radiative	223
6.4.3	Validité de la loi de Fourier radiative	225
6.5	Milieu absorbant et diffusant, homogène et isotrope	226
6.5.1	Caractérisation d'un milieu absorbant et diffusant	226
6.5.2	Généralisation du théorème de réciprocité	230
6.5.3	Interactions à longue portée, équation de transfert radiatif intégrale	232
6.5.4	Interactions à courte portée, loi de Fourier	233
6.6	Milieux anisotropes, Milieux poreux	237
6.6.1	Milieux semi-transparents anisotropes	237
6.6.2	Homogénéisation statistique des phases d'un milieu poreux	238
6.7	Approche numérique des transferts radiatifs	240
6.7.1	Méthodes déterministes	241
6.7.2	Méthode statistique de Monte-Carlo	246
6.8	Exercices d'application du Chapitre 6	252
	Exercice 6.1. Sphère absorbante homogène et isotherme	252
	Exercice 6.2. Mur plan absorbant homogène et isotherme	253
	Exercice 6.3. Mur plan absorbant hétérogène et anisotherme	254
	Exercice 6.4. Obtention directe de la loi de Fourier	257
	Exercice 6.5. Modèle de milieu poreux diffusant simplifié à deux flux	258
<b>Chapitre 7. Propriétés radiatives des milieux</b>		<b>261</b>
7.1	Propriétés radiatives des milieux denses	262
7.1.1	Milieux denses non diffusants dans des conditions de laboratoire	262
7.1.2	Propriétés radiatives d'une assemblée de particules	265
7.1.3	Matériaux réels	271
7.2	Propriétés radiatives des gaz	276
7.2.1	Approche raie par raie	277
7.2.2	Les phénomène de corrélations spectrales	281
7.2.3	Modèle statistique à bandes étroites	283
7.2.4	Modèle CK	288
7.2.5	Modèles globaux	292
7.2.6	Comparaison entre modèles approchés	294
7.2.7	Abaques de Hottel	294
<b>Chapitre 8. Équations générales de la convection (fluide monophasique)</b>		<b>297</b>
8.1	Équations de bilan pour un fluide homogène	297
8.1.1	Dépendance en température et pression des grandeurs thermophysiques	297
8.1.2	Bilan de quantité de mouvement	298
8.1.3	Bilan d'énergie	300
8.2	Équations de bilan pour un fluide hétérogène	303
8.2.1	Bilan de masse d'une espèce	304

## **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

8.2.2 Bilan d'une grandeur relative à une espèce $s$	306
8.2.3 Bilan d'énergie d'un fluide monophasique hétérogène	306
8.3 Équations de bilan adimensionnées (transformations isovolumes)	308
8.3.1 Convection thermique	308
8.3.2 Convection avec transfert de masse	311
8.4 Analogie entre transferts thermiques et transferts massiques	313
8.4.1 Grandeurs et échelles caractéristiques en diffusion d'espèces	313
8.4.2 Principaux nombres caractéristiques en convection	314
8.4.3 Conclusion : usage des analogies en convection	316
8.5 Couches limites en convection forcée externe laminaire	317
8.5.1 Approximation de la couche limite	317
8.5.2 Solution par la méthode intégrale	319
8.6 Couches limites en convection naturelle externe laminaire	321
8.7 Convection forcée interne laminaire	322
8.7.1 Établissement du régime mécanique dans une conduite	323
8.7.2 Établissement du régime thermique dans une conduite	325
8.8 Convection naturelle interne laminaire	328
<b>Chapitre 9. Transferts turbulents</b>	<b>329</b>
9.1 Équations de bilan et échelles caractéristiques	330
9.1.1 Équations locales instationnaires de bilan	330
9.1.2 Équations statistiques de bilan en turbulence	331
9.1.3 Échelles mécaniques caractéristiques de la turbulence	334
9.1.4 Échelles caractéristiques thermiques et scalaires	339
9.1.5 Cascade énergétique	340
9.2 Écoulement turbulent au voisinage d'une paroi	341
9.2.1 Contrainte totale $\tau_{tot}$	343
9.2.2 Flux surfacique thermique radial total	344
9.2.3 Structure de l'écoulement	346
9.2.4 Cas d'un fluide de masse volumique variable	352
9.2.5 Couplages avec le rayonnement	352
9.2.6 Structure d'un écoulement turbulent dans une autre géométrie	353
9.3 Les différentes voies de modélisation	353
9.3.1 Simulation numérique directe de la turbulence	354
9.3.2 Méthodes fondées sur des équations statistiques de bilan et la diffusion turbulente	356
9.3.3 Simulation des grandes échelles de la turbulence	363
<b>Chapitre 10. Bases physiques des transferts thermiques</b>	<b>365</b>
10.1 Fonction de distribution des vitesses, Luminance, Flux	366
10.1.1 Fonctions de distribution des vitesses	367
10.1.2 Vitesses et énergies macroscopiques	368
10.1.3 Flux de diffusion	369
10.1.4 Flux radiatif et luminance	373
10.2 Équilibre Thermodynamique Parfait	374
10.2.1 Équilibre thermodynamique parfait du système matériel	375
10.2.2 Équilibre thermodynamique parfait du champ de rayonnement, loi de Planck	376
10.2.3 Interprétation physique de la loi de Planck (modèle d'Einstein)	377

## Table des matières

10.3 Équations d'évolution	379
10.3.1 Équation d'évolution de la distribution des vitesses	379
10.3.2 Équation de transfert du rayonnement pour un gaz	386
10.4 Équilibre Thermodynamique Local et flux de diffusion	388
10.4.1 Système matériel	389
10.4.2 Exercice d'application	394
Exercice 10.1. Modèle grossier de viscosité et conductivité thermique	394
10.4.3 ETL et solution de perturbation pour le champ de rayonnement	397
10.5 Non équilibre du système matériel : nanosystèmes et milieux raréfiés	398
10.5.1 Conditions de Non équilibre	398
10.5.2 Exercice d'application	400
Exercice 10.2. Régime ballistique d'une assemblée de particules	400
<b>Complément A. Quelques méthodes mathématiques de la diffusion</b>	<b>405</b>
A.1 Utilisation de la transformation de Laplace	405
A.2 Utilisation de la méthode de séparation des variables	409
A.3 Utilisation de la fonction de Green en conduction	410
<b>Complément B. Fonctions et équations usuelles</b>	<b>416</b>
B.1 Fonctions d'erreur (conduction instationnaire)	416
B.2 Fonctions intégro-exponentielles (rayonnement)	417
B.3 Tenseurs usuels en transferts (convection)	417
B.4 Équations utiles en convection (coordonnées cartésiennes et cylindriques)	423
<b>Complément C. Corrélations de convection</b>	<b>426</b>
C.1 Convection forcée externe	426
C.1.1 Écoulement parallèle à une <i>paroi plane</i> (ou à une paroi de faible courbure)	426
C.1.2 Écoulement perpendiculaire à l'axe d'un cylindre de section circulaire	428
C.1.3 Écoulement impactant une sphère	428
C.1.4 Autres configurations	428
C.2 Convection forcée interne	428
C.2.1 Tube de section circulaire	428
C.2.2 Plaques parallèles	431
C.2.3 Autres cas	432
C.3 Convection naturelle externe	432
C.3.1 Paroi verticale plane	432
C.3.2 Paroi plane inclinée	434
C.3.3 Paroi horizontale plane	434
C.3.4 Cylindre isotherme vertical	435
C.3.5 Cylindre horizontal	435
C.3.6 Sphère	435
C.3.7 Autres cas	435
C.4 Convection naturelle interne	435
C.4.1 Enceinte rectangulaire bi-dimensionnelle, infinie dans une direction horizontale	435
C.4.2 Autres cas	436

## **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

<b>Complément D. Quelques propriétés thermophysiques (conduction et convection)</b>	<b>437</b>
D.1 Gaz à pression atmosphérique	437
D.2 Liquides	441
D.3 Solides	444
<b>Complément E. Quelques données radiatives</b>	<b>446</b>
E.1 Rayonnement d'équilibre	446
E.2 Quelques facteurs de forme	448
E.3 Emissivités totales des gaz	449
<b>Complément F. Données diverses</b>	<b>451</b>
F.1 Conversions d'échelles de température	451
F.2 Conversions d'unités diverses	451
<b>Bibliographie</b>	<b>452</b>
<b>Index</b>	<b>461</b>

# AVANT-PROPOS

Environ 90 % de l'énergie consommée dans le monde passe par la combustion de réserves fossiles ou de ressources renouvelables. D'autre part, quelles que soient les technologies utilisées, la maîtrise de l'énergie nucléaire, de l'énergie solaire thermique, de la géothermie profonde ou des pompes à chaleur repose, en grande partie, sur les transferts thermiques.

Les efficacités de la plupart des systèmes de propulsion, de production d'énergie et des systèmes industriels et domestiques, en particulier informatiques ou électroniques, dépendent de la maîtrise du conditionnement thermique de ces systèmes. Les transferts thermiques constituent donc une **science-clé de l'énergie**.

La sixième édition de cet ouvrage est actualisée et en partie refondue. Elle repose sur l'expérience acquise, tant en enseignement qu'en recherche, par les auteurs, professeurs à CentraleSupélec, Université de Paris-Saclay, ou à l'ENSIP, Université de Poitiers, et chercheurs au sein des laboratoires EM2C ou PPRIME. Elle est organisée en deux parties :

La première partie de l'ouvrage « **Première approche des transferts thermiques** », **de niveau Licence 3**, constitue une présentation de l'ensemble de la discipline avec un minimum de formalisme. Les différents modes de transfert par conduction, rayonnement et convection thermiques sont introduits en privilégiant une **approche physique des phénomènes**.

L'accent est progressivement mis sur les couplages, par les conditions aux limites, entre phénomènes de diffusion, convection et rayonnement. Les transferts convectifs sont abordés en amont d'un cours de mécanique des fluides. Le couplage entre phénomènes de diffusion et de convection est d'abord introduit qualitativement, puis à partir des outils de l'analyse dimensionnelle.

Les applications traitées sont généralement monodimensionnelles, de façon à éviter les difficultés d'ordre mathématique ou numérique engendrées par des configurations géométriques complexes.

Cette première partie du cours est illustrée :

- **d'exercices résolus d'application immédiate**, au fil des paragraphes.
- **de problèmes de synthèse résolus**, en fin de partie. Représentatifs de la grande diversité des applications de la discipline, ils mettent en jeu, dès que possible, les couplages entre modes de transfert.

## **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

La deuxième partie de l'ouvrage « **Transferts thermiques avancés** », de niveau **Master**, est consacrée à une modélisation avancée du rayonnement thermique et des transferts convectifs et à une introduction à la nano-thermique.

**Le chapitre 6 « Milieux semi-transparents » a été réécrit.** La présentation des concepts et méthodes a été actualisée en fonction des avancées de la recherche. Une attention particulière est portée dans le chapitre 7 sur la modélisation des propriétés radiatives des gaz, en prenant en compte l'épineux problème des corrélations spectrales.

Le chapitre 8 est dédié aux transferts convectifs en régime laminaire. L'analogie entre transferts thermiques et transferts de masse est développée. De récents développements de la recherche sur les voies de modélisation des transferts turbulents sont intégrés dans le chapitre 9.

Le dernier chapitre, « **Bases physiques des transferts** », constitue une conclusion ou une introduction à l'ouvrage, en fonction de la formation du lecteur. Au-delà du traitement des transferts diffusifs, conductifs ou radiatifs, à l'équilibre thermodynamique local de la matière ou du rayonnement, il constitue une introduction aux transferts en non-équilibre, en particulier à la nano-thermique.

Cette deuxième partie du cours, dont certains chapitres sont également illustrés d'**exercices résolus**, constitue aussi une référence pour des ingénieurs d'études avancées et de recherche, ainsi que pour des doctorants et chercheurs.

Jean Taine<sup>a</sup>, Franck Enguehard<sup>b</sup>, Estelle Iacona<sup>c</sup>

Octobre 2020

- a) Professeur émérite à CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, Laboratoire Énergétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion (EM2C), UPR288 du CNRS.
- b) Professeur à l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (ENSIP), Université de Poitiers, Institut Polytechnique de Poitiers : Recherche et Ingénierie en Matériaux, Mécanique et Energétique (PPRIME), UPR 3346 du CNRS.
- c) Professeur à CentraleSupélec, Première Vice-Présidente de l'Université Paris-Saclay, Laboratoire EM2C.

# INDEX

## DES NOTATIONS

$a, A, \mathcal{A}$	grandeur massique, volumique, totale
$a (\text{m}^2\text{s}^{-1})$	diffusivité thermique
$b (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}\text{s}^{1/2})$	effusivité
$C, c (\text{JK}^{-1}, \text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1})$	capacité thermique, capacité thermique massique
$C (\text{m}^2)$	section efficace
$Cr (\text{WK}^{-1})$	débit de capacité
$c, c_0 (\text{ms}^{-1})$	célérité du rayonnement, dans le vide
$c_s (\text{kgm}^{-3})$	concentration d'une espèce $s$
$D_h (\text{m})$	diamètre hydraulique
$\mathcal{D}_{sb} (\text{m}^2\text{s}^{-1})$	diffusivité d'une espèce $s$ dans un bain $b$
$e_v$	épaisseur optique
$e_p(\text{m})$	profondeur de pénétration
$E, e, \mathcal{E} (\text{Jm}^{-3}, \text{Jkg}^{-1}, \text{J})$	énergie interne volumique, massique, totale
$E$	efficacité d'un échangeur
$f, f_{ij}$	facteur de forme
$g (\text{ms}^{-2})$	résultante des forces massiques
$h_P (\text{J.s})$	constante de Planck
$h (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1})$	coefficient de transfert
$H, h, \mathcal{H} (\text{Jm}^{-3}, \text{Jkg}^{-1}, \text{J})$	enthalpie volumique, massique, totale
$\mathbf{j} (\text{Am}^{-2})$	vecteur densité de courant
$k_B (\text{JK}^{-1})$	constante de Boltzmann
$k (\text{m}^2\text{s}^{-2})$	énergie cinétique turbulente massique
$k_{VK}$	constante de Von Karman
$k'$	constante thermique turbulente inertielle
$L_m, L_{th} (\text{m})$	longueur d'établissement mécanique, thermique
$L_\lambda (\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{st}^{-1})$	luminance monochromatique (ou spectrale)
$L_v (\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{st}^{-1})$	ou $(\text{Wm}^{-2}(\text{cm}^{-1})^{-1}\text{st}^{-1})$
$m, \mathcal{M}, M (\text{kg}, \text{kg}, \text{kg/mol})$	masse, masse totale, masse molaire,
$\dot{m} (\text{kgs}^{-1})$	débit de masse
$\mathbf{n}, n_i$	normale orientée
$\text{N.U.T} (\text{N.T.U})$	nombre d'unités de transfert
$p (\text{Pa})$	pression
$P, \mathcal{P} (\text{Wm}^{-3}, W)$	puissance volumique, puissance totale
$Q$	efficacité (théorie de la diffusion)
$\mathbf{q}, q_i (\text{Wm}^{-2})$	vecteur flux surfacique
$r, R (\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}, \text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1})$	constante massique, molaire des gaz parfaits

## Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie

$\mathcal{R}$ (KW $^{-1}$ )	résistance thermique
$S_{ij}$	tenseur des taux de déformation
$T$ (K)	température
$t$ (s)	temps
$\mathbf{u}, u_i$	vecteur unitaire
$u$ (ms $^{-1}$ )	vitesse suivant $Ox$
$u$ (Jm $^{-3}$ )	densité volumique d'énergie radiative
$v$ (ms $^{-1}$ )	vitesse suivant $Oy$
$\mathbf{v}, v_i$ (ms $^{-1}$ )	vecteur vitesse
$w$ (ms $^{-1}$ )	vitesse suivant $Oz$
$\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_{\text{ext}}$ (ms $^{-1}$ )	vitesse de déplacement de l'interface
$z(0, \lambda/\lambda_m)$	fonction de distribution spectrale cumulée du rayonnement d'équilibre

### Caractères grecs

$\alpha$	absorptivité
$\beta$ (m $^{-1}$ )	coefficient d'extinction
$\gamma$ (m $^{-1}$ )	coefficient de pénétration (milieu diffusant isotrope)
$\gamma$ (Nm $^{-1}$ )	tension superficielle
$\Gamma$ (W K $^{-1}$ )	conductance thermique
$\varepsilon$	émissivité
$\varepsilon$ (m $^2$ s $^{-3}$ )	dissipation d'énergie cinétique turbulente
$\kappa$ (m $^{-1}$ )	coefficient d'absorption
$\eta, (\eta_\infty)$	efficacité d'une ailette, (infinie)
$\eta_v$ (Wm $^{-3}$ Hz $^{-1}$ st $^{-1}$ )	coefficient monochromatique d'émission
$\lambda$ ( $\mu$ m)	longueur d'onde
$\lambda$ (Wm $^{-1}$ K $^{-1}$ )	conductivité thermique
$\mu$ (kgm $^{-1}$ s $^{-1}$ )	viscosité dynamique
$\nu$ (m $^2$ s $^{-1}$ )	viscosité cinématique, diffusivité mécanique
$\nu$ (Hz ou cm $^{-1}$ )	fréquence ou nombre d'onde
$\Pi$ (m $^2$ s $^{-3}$ )	production d'énergie cinétique turbulente
$\rho$ (kgm $^{-3}$ )	masse volumique
$\rho$	réflectivité
$\sigma$ (Wm $^{-2}$ K $^{-4}$ )	constante de Stefan
$\sigma$ (cm $^{-1}$ )	coefficient de diffusion
$\tau$	transmittivité
$\varphi, \Phi$ (Wm $^{-2}$ , W)	flux surfacique , flux total
$\Omega$	angle solide
$\omega$	albedo

**Nombres caractéristiques**

$Bi$	nombre de Biot
$C_F$	coefficient de frottement
$Ec$	nombre d' Eckert
$Fr$	nombre de Froude
$Gz$	nombre de Graetz
$Gr$	nombre de Grashof
$Kn$	nombre de Knudsen
$Le$	nombre de Lewis
$Nu$	nombre de Nusselt
$Oh$	nombre de Ohnesorge
$Pe$	nombre de Péclet
$Pr$	nombre de Prandtl
$Ra$	nombre de Rayleigh
$Re$	nombre de Reynolds
$Ri$	nombre de Richardson
$Sc$	nombre de Sherwood
$St$	nombre de Stanton
$We$	nombre de Weber

**Indices usuels hauts**

$^a$	absorbé (rayonnement)
$_d$	diffusé (rayonnement)
$_e$	émis (rayonnement)
$_{ext}$	éteint (rayonnement)
$_i$	incident (rayonnement)
$_p$	partant (rayonnement)
$_r$	réfléchi (rayonnement)
$_R$	radiatif
$^\circ$	équilibre
$'$	directionnel
$*$	de frottement ( $T^*, v^*, \dots$ )

**Indices usuels bas**

$\bar{d}$	relatif aux structures dissipatives (turbulence)
$\bar{e}$	relatif aux structures énergétiques (turbulence)
$\bar{m}$	de débit (vitesse), de mélange
$\bar{s}$	relatif à une espèce $s$
$\bar{t}$	grandeur turbulente
$\bar{\nu}, \lambda, \sigma$	grandeur spectrale



# Partie 1

## Première approche des transferts thermiques

Cette première partie de l'ouvrage, de niveau Licence 3, constitue à la fois une introduction aux transferts thermiques fondée sur la compréhension physique des phénomènes et un document de base pour l'ingénierie thermique. Les trois modes de transfert, par conduction, rayonnement et convection thermiques, sont abordés et couplés dans des applications concrètes. La maîtrise du premier principe de la thermodynamique et de notions élémentaires de mathématiques de niveau licence de mécanique ou physique est suffisante pour une complète assimilation du cours. Un ensemble de compléments, en fin d'ouvrage, permettent de dimensionner, au moins en première approche, de nombreux systèmes au sein d'applications variées.

Comme cette première partie est focalisée sur la compréhension physique des phénomènes, les transferts thermiques sont le plus souvent traités à une dimension, de façon à alléger le formalisme mathématique. Une attention particulière est portée à la modélisation des systèmes thermiques dans des exercices d'application et des problèmes de synthèse qui illustrent le cours : d'abord en définissant une stratégie de résolution, ensuite en construisant à partir d'hypothèses réalistes des modèles simples et en résolvant ces problèmes alors bien conditionnés, enfin en validant a posteriori ces modèles.

Le premier chapitre introduit à un niveau élémentaire les modes de transfert et le bilan d'énergie en régime stationnaire, en absence de mouvement. Le second chapitre est consacré aux modèles linéaires de conduction thermique stationnaire, quand

## **Transferts thermiques. Introduction aux transferts d'énergie**

les propriétés des milieux dépendent faiblement de la température. Le Chapitre 3 introduit les bases de la physique macroscopique de la diffusion, à partir de l'exemple par excellence que constitue la conduction thermique instationnaire. Les transferts radiatifs entre corps opaques à travers un milieu transparent sont abordés dans le Chapitre 4. Le dernier chapitre est consacré à une approche phénoménologique de la convection thermique forcée ou naturelle, en régime laminaire ou turbulent. Les notions de base essentielles introduites dans cette première partie sont étendues à un niveau Master dans la deuxième partie de l'ouvrage.

# LES PRINCIPAUX MODES DE TRANSFERT D'ÉNERGIE

## Notions clés

Équilibre Thermodynamique Local (E.T.L.), flux conductif, flux d'énergie radiatif, flux convectif, flux conducto-convectif, conditions aux limites, bilan d'énergie en régime stationnaire sans mouvement.

## 1.1 LIMITATIONS PHYSIQUES ET OBJECTIFS

### 1.1.1 Le système

Tout système physique se compose de deux sous-systèmes en interaction permanente : un système matériel et un champ de rayonnement.

*Le système matériel* est en général considéré du point de vue des milieux continus. Il est en fait constitué, à l'échelle élémentaire, de molécules (atomes, ions, molécules), d'électrons, de particules fictives telles que les phonons (qui représentent des quanta d'énergie de vibration dans un solide). Adopter le point de vue des milieux continus consiste à limiter l'analyse d'un système matériel à des éléments de volume arbitrairement petits à l'échelle macroscopique mais suffisamment grands pour que les nombres de molécules qu'ils contiennent soient extrêmement élevés [123]. À titre d'exemple, l'état d'un système matériel fluide, dans un élément de volume  $dV$ , pendant un bref intervalle de temps  $dt$ , est caractérisé par des grandeurs physiques macroscopiques : pression, vitesse hydrodynamique (vitesse du centre de masse des molécules dans  $dV$ ), etc. et, sous certaines conditions seulement, température.

*Le champ de rayonnement électromagnétique* est caractérisé à l'échelle macroscopique par la donnée à chaque instant  $t$ , en tout point  $\mathbf{r}$  de l'espace, pour toute direction  $\mathbf{u}$ , d'une grandeur énergétique  $L'_\nu$  dépendant de la fréquence  $\nu$  et appelée luminance monochromatique<sup>1</sup>, qui sera définie dans le Chapitre 4. Le champ radiatif résulte de la distribution des photons caractérisés chacun par une fréquence  $\nu$ , une quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  et un état de spin  $m_s$ .

---

1. La luminance est introduite directement en physique statistique (voir paragraphe 10.1.4).

### 1.1.2 Déséquilibre thermique et équilibre thermodynamique local (E.T.L.)

L'*équilibre thermique*, une des conditions de l'*Équilibre Thermodynamique Parfait* (E.T.P.), est caractérisé par l'isothermie à la température absolue<sup>2</sup>  $T$  (en  $K$ ) de l'ensemble du système ou, formulation équivalente, par l'absence de tout flux thermique.

Les systèmes considérés dans cet ouvrage sont en déséquilibre thermique, par exemple du fait des contraintes imposées par le milieu extérieur. De nombreux mécanismes à l'échelle élémentaire tendent alors à faire retourner le milieu vers un état d'équilibre thermique : collisions molécule-molécule ou molécule-paroi, transitions molécule-photon (absorption, émission spontanée, émission induite, etc.), interactions phonon-phonon, phonon-électron, électron-photon, phonon-photon, etc. L'évolution énergétique du système résulte du couplage, à l'échelle macroscopique, entre :

- Les effets cumulés de ces processus élémentaires de transfert thermique, qui donnent naissance aux phénomènes de *conduction* et de *rayonnement* thermiques,
- Le transfert de chaleur associé à un éventuel transfert macroscopique de masse, appelé *convection*.

Dans le cas d'un *déséquilibre thermique important* le système matériel ne peut être caractérisé, au point  $\mathbf{r}$ , à l'instant  $t$ , que par la distribution statistique des populations  $N_{ij}$  des différentes espèces  $j$  (molécules, particules) sur les différents niveaux quantiques d'énergie  $i$ , discrets ou continus. Les mécanismes mentionnés précédemment, comme les collisions par exemple, conduisent à des équations de relaxation régissant les évolutions des populations  $N_{ij}$ , analogues aux équations de la cinétique chimique. Une méthode puissante pour décrire les évolutions du système est le formalisme des équations de Boltzmann [53]. Cette approche est nécessaire à l'étude des transferts thermiques dans diverses applications : milieux lasers, plasmas froids utilisés comme source d'énergie ou pour la production de composites (torches à plasma), plasmas de fusion, rentrée d'engins dans l'atmosphère, milieux raréfiés, nanosystèmes, etc.

Toute la physique des transferts dans les milieux continus repose sur l'hypothèse de l'*équilibre thermodynamique local*<sup>3</sup> (E.T.L. ou L.T.E. dans la bibliographie anglo-saxonne) qui correspond à une situation de *déséquilibre faible* : pendant un intervalle de temps  $dt$  et dans un élément de volume  $dV$  arbitrairement petits, mais à l'échelle macroscopique, le système matériel est infiniment voisin d'un état d'équilibre tangent, caractérisé par un ensemble de valeurs des grandeurs physiques intensives et

2. La température absolue est introduite quantitativement [123], à partir du seul postulat fondamental de la physique statistique appliquée à une partition d'un système isolé à l'équilibre thermodynamique (construction de l'ensemble représentatif canonique).

3. C'est, en toute rigueur, l'état correspondant à la solution d'ordre zéro de l'équation de Boltzmann (voir un cours de physique statistique, par exemple [53]).

## 1.1. Limitations physiques et objectifs

extensives. Concrètement l'hypothèse de l'E.T.L. signifie qu'il est possible de définir, à chaque instant  $t$ , en tout point  $\mathbf{r}$ , les variables physiques usuelles en particulier la température  $T(\mathbf{r}, t)$ . Elle revient à admettre que les degrés internes du système matériel sont thermalisés (distribution de Maxwell-Boltzmann des populations sur les niveaux d'énergie). Un critère simple de validité des conditions de l'E.T.L. dans un élément de volume  $dV$  macroscopiquement petit (paragraphe 10.4) est que le libre parcours moyen (*l.p.m.*) des porteurs responsables de la thermalisation soit petit par rapport à une dimension  $L$  de cet élément ( $Kn = l.p.m./L$ , *nombre de Knudsen*, petit devant 1.)

Nous adoptons, dans la suite de l'ouvrage, l'hypothèse de l'E.T.L. pour le seul système matériel. Le système physique considéré est alors le siège de transformations irréversibles macroscopiques auxquelles sont associés des flux.

*Dans le référentiel d'un élément du système matériel*, l'effet cumulé à l'échelle macroscopique du transport par des particules (molécules, électrons, phonons, etc.) de différentes grandeurs physiques extensives (charge électrique, nombre de molécules d'une espèce donnée, énergie) se traduit par des flux macroscopiques de *diffusion* : conduction électrique, diffusion d'une espèce dans un milieu, *conduction thermique*, etc. Ces flux de diffusion apparaissent dans n'importe quel référentiel de référence.

*Dans un référentiel quelconque*, à tout transfert macroscopique de masse engendré par le mouvement global d'une partie du système matériel sont associés des flux macroscopiques de charge électrique, d'énergie, etc. ; ce sont les phénomènes de *convection* : convection électrique, *convection thermique* (qui est plus précisément une convection d'enthalpie), etc. Les phénomènes de diffusion se couplent aux phénomènes de convection dans un référentiel quelconque.

Les interactions entre les molécules du système matériel et les photons du champ de rayonnement conduisent, dans le cas où système matériel et champ de rayonnement sont en déséquilibre, à des flux macroscopiques d'énergie sous forme de *rayonnement thermique*. Si le système matériel est ici considéré au voisinage de l'E.T.L., le champ de rayonnement est généralement en déséquilibre profond<sup>4</sup>.

### 1.1.3 Objectif des transferts thermiques – Conventions sur les flux

L'objectif des transferts thermiques est de déterminer, dans tout système matériel physique voisin de l'E.T.L., les évolutions des champs de température  $T(\mathbf{r}, t)$  et de flux d'énergie, quelle que soit la forme de cette énergie, en vue de la maîtrise et du conditionnement thermique de ce système.

---

4. Le champ de rayonnement est voisin de l'E.T.L. uniquement dans les milieux dits optiquement épais (voir paragraphes 6.4 et 10.5).

## Chapitre 1 · Les principaux modes de transfert d'énergie

Une transformation sera dite *instationnaire* si, par rapport à un référentiel donné, les grandeurs physiques  $A(\mathbf{r}, t)$  considérées, scalaires, vecteurs ou tenseurs, dépendent explicitement du temps :

$$\frac{\partial A(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \neq 0. \quad (1.1)$$

Une transformation sera dite *stationnaire* dans le cas contraire :

$$\frac{\partial A(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0. \quad (1.2)$$

Nous adopterons les conventions définies ci-dessous pour les flux à travers une surface ouverte :

- La puissance élémentaire  $d\Phi$ , exprimée en W, traversant algébriquement une surface élémentaire  $dS$  orientée par une normale  $\mathbf{n}$  (figure 1.1) et appelée flux élémentaire d'énergie à travers  $dS$ , s'écrit en fonction du *vecteur flux surfacique d'énergie*  $\mathbf{q}$  :

$$d\Phi = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (1.3)$$

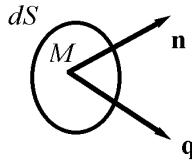


Figure 1.1 – Élément de surface orienté.

- On appelle flux surfacique (algébrique) d'énergie, au point  $M$ , à travers la surface  $dS$  orientée, la quantité, exprimée en  $\text{W m}^{-2}$  :

$$\varphi = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \quad (1.4)$$

Pour chacun des modes de transfert cités précédemment (conduction, convection, rayonnement) nous définirons les quantités  $d\Phi$ ,  $\mathbf{q}$  et  $\varphi$ . En pratique, les normales aux surfaces ouvertes sont orientées dans le sens des axes du référentiel. Ces *flux à travers des surfaces ouvertes sont comptés positivement dans le sens des axes*.

## 1.2 PREMIÈRE NOTION DE FLUX RADIATIF

Le Chapitre 1 est consacré à l'étude du rayonnement thermique dans des cas simples. Nous nous limitons dans le présent paragraphe à introduire la notion de flux radiatif.

De l'énergie est échangée en permanence entre un système matériel et le champ de rayonnement par deux processus : l'émission et l'absorption. L'émission spontanée

## 1.2. Première notion de flux radiatif

de rayonnement est une conversion d'énergie matérielle (énergie de vibration-rotation, énergie électronique, énergie des phonons, etc.) en une énergie radiative (photons). L'*absorption* de rayonnement consiste en une conversion inverse d'énergie radiative en énergie matérielle<sup>5</sup>. D'autres processus (*diffusion sans changement de fréquence, réflexion*) correspondent à des changements de direction d'un rayonnement incident mais n'influent pas directement sur l'énergie du système matériel.

On distinguera trois types de milieux matériaux homogènes vis-à-vis du rayonnement : deux cas limites importants, les corps transparents et les corps opaques, et le cas général des milieux semi-transparentes.

Un *milieu transparent* n'interagit pas avec le champ de rayonnement ; il n'émet pas, n'absorbe pas, ne réfléchit pas, ni ne diffuse de rayonnement ; tout rayonnement incident est transmis quelles que soient sa direction et sa fréquence (ou longueur d'onde).

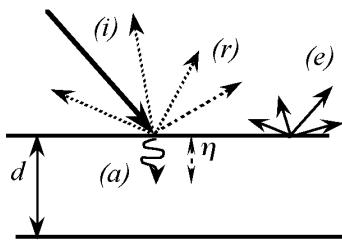


Figure 1.2 – Interaction rayonnement-corps opaque.

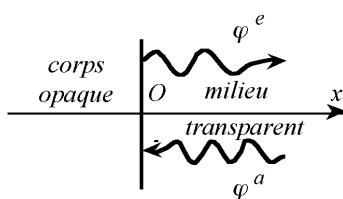


Figure 1.3 – Flux émis et absorbé.

Un *corps opaque* ne transmet aucune fraction d'un rayonnement incident ( $i$ ) ; ce dernier est alors soit absorbé ( $a$ ), soit réfléchi ( $r$ ) (figure 1.2). Plus restrictivement, nous définissons un corps opaque comme un *milieu tel que la profondeur  $\eta$  de pénétration du rayonnement est faible devant une dimension caractéristique du système* :  $d$ . Dans la mesure où un corps opaque absorbe du rayonnement ( $a$ ), il est susceptible d'en émettre ( $e$ ), en tout point de sa frontière<sup>6</sup>.

Par souci de clarté, absorption et émission ont été représentées en des points différents sur la figure 1.2. Soit un corps opaque dont la surface frontière est normale en  $O$  à l'axe  $Ox$  (figure 1.3). Le *flux surfacique radiatif*  $\varphi^R$  caractérise la puissance échangée entre le corps opaque et le champ de rayonnement. Il s'écrit algébriquement avec

5. Le phénomène antagoniste de l'absorption, appelé émission induite, qui joue un rôle essentiel dans les milieux lasers, n'est pas abordé ici. Ce phénomène est globalisé avec celui d'absorption dans le cas considéré où le système matériel est proche de l'E.T.L.

6. En effet, les phénomènes d'émission et d'absorption sont tous deux produits par un *moment dipolaire électrique*, qui caractérise la distribution de charge électrique au sein de l'élément matériel considéré.

la convention qui consiste à compter positivement le flux suivant  $Ox$  :

$$\varphi^R = \varphi^e - \varphi^a = \mathbf{q}^R \cdot \mathbf{n}. \quad (1.5)$$

Dans cette expression,  $\varphi^e$  et  $\varphi^a$  sont des grandeurs arithmétiques, respectivement les *flux surfacique émis* et *flux surfacique absorbé* par le corps opaque au point  $O$ ,  $\mathbf{q}^R$  est le vecteur flux radiatif et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal unité. Dans le cas d'un solide par exemple, le premier terme de l'équation 1.5  $\varphi^e$  représente la disparition d'énergie matérielle (phonons, etc...) par émission, le second  $\varphi^a$  l'apparition d'énergie matérielle à la frontière du corps par absorption. Les quantités  $\varphi^e$  et  $\varphi^a$  sont intégrées sur tout le spectre des longueurs d'onde (fréquences) et sur toutes les directions du demi-espace correspondant. Il est important de noter que le flux réfléchi n'intervient pas dans l'équation 1.5.

À l'équilibre thermique, le flux radiatif surfacique  $\varphi^R$  est nul. Hors d'équilibre,  $\varphi^R$  représente un flux d'énergie qui se propage sous forme radiative dans le milieu transparent et diffuse sous forme conductive dans un solide opaque.

Un *milieu semi-transparent* réfléchit, absorbe, diffuse ou transmet sur une longueur finie un rayonnement incident ; il émet également du rayonnement. Si dans le cas de corps opaques les interactions rayonnement-matière peuvent, en première approximation, être considérées comme superficielles, elles doivent être nécessairement traitées comme volumiques dans le cas d'un milieu semi-transparent. Le cas des milieux semi-transparents est abordé dans le Chapitre 6.

## 1.3 TRANSFERT CONDUCTIF

Le transfert d'énergie par *conduction* se produit dans tout référentiel, en particulier *dans le référentiel d'un élément matériel*, dès lors qu'il existe un gradient de température : il représente l'effet global du transport d'énergie par les porteurs élémentaires (molécules, phonons, électrons, etc.).

### 1.3.1 Flux conductif

Dans le cas de milieux homogènes et isotropes (fluides ou solides), le vecteur flux surfacique conductif  $\mathbf{q}^{cd}$  est proportionnel au gradient de température local  $\nabla T$ , suivant la loi de Fourier :

$$\mathbf{q}^{cd} = -\lambda(T)\nabla T. \quad (1.6)$$

$\lambda(T)$ , appelée *conductivité thermique* (en  $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ), dépend en général fortement de la température. Les conductivités thermiques de matériaux et de fluides usuels sont données dans le Complément D et dans [157, 158, 159]. Le signe moins dans l'équation 1.6 provient du second principe de la thermodynamique.

Dans le cas d'un *fluide*, les porteurs élémentaires (molécules, atomes, ions etc.) sont caractérisés par des énergies de translation, éventuellement de vibration-rotation, des énergies électroniques, etc. Le formalisme d'Enskog [27, 53, 68] dérivé de l'équation de Boltzmann permet de calculer, avec une excellente précision, la conductivité thermique d'un gaz comme toutes les autres propriétés de transport (viscosité, diffusivités d'espèces, etc.), même dans le cas d'un mélange dans un milieu réactif.

Dans le cas de *solides*, les atomes sont liés dans un réseau cristallin plus ou moins parfait. Les vecteurs élémentaires de l'énergie sont les phonons (quanta de vibration du réseau) et, éventuellement, les électrons libres (ou de conduction électrique et thermique). La modélisation des transferts par conduction électrique et thermique relève des méthodes de la physique du solide [86, 180].

La loi de Fourier correspond à l'approximation de la réponse au premier ordre d'un système et est analogue à de nombreuses autres lois physiques correspondant à des phénomènes similaires de diffusion, engendrant des flux de charge électrique, de fraction massique, etc. :

- *La loi d'Ohm*, sous sa forme vectorielle :

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla V_{el}, \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\sigma$  et  $V_{el}$  représentent respectivement les vecteurs densité de courant et champ électrique, la conductivité et le potentiel électriques ;

- *La loi de Fick*, relative à la diffusion d'une espèce diluée dans une autre espèce :

$$\mathbf{q}_s^m = -\mathcal{D}_s \nabla c_s, \quad (1.8)$$

où  $\mathbf{q}_s^m$  représente le flux de masse de l'espèce  $s$  (en  $\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ),  $\mathcal{D}_s$  la diffusivité (en  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ),  $c_s$  la concentration (en  $\text{kg m}^{-3}$ ).

De nombreux corps ne peuvent être considérés comme homogènes et isotropes (corps composites, isolants fibreux, pneumatiques, corps feuilletés présentant des conductivités différentes dans le plan de clivage et dans la direction perpendiculaire). La loi de Fourier se généralise alors en considérant la conductivité comme un tenseur. Un exemple de corps de ce type est donné figure 1.4. On voit que la conductivité peut dépendre d'une manière très critique de la direction.

La loi de Fourier ne fait pas intervenir explicitement le temps : elle postule une réponse instantanée en tout point d'un milieu à une perturbation thermique survenant en un point  $M$ . Cette hypothèse est valable tant que les échelles de temps considérées sont grandes devant celles caractérisant le transfert par collisions entre porteurs élémentaires (temps de relaxation). En pratique, la loi de Fourier est valable dans la quasi-totalité des applications. Une discussion est menée dans le paragraphe 10.5.