

# Table des matières

Avant-propos	iii
Avertissements	v
<b>1 Les probabilités, mesure du hasard</b>	<b>1</b>
1.1 L'espace fondamental des probabilités . . . . .	1
1.1.1 Espaces probabilisables . . . . .	1
1.1.2 Probabilités, espaces probabilisés . . . . .	6
1.2 Exercices . . . . .	10
<b>2 Espaces et applications mesurables</b>	<b>25</b>
2.1 Espaces mesurables . . . . .	25
2.1.1 Familles particulières de parties d'un ensemble, tribu	25
2.1.2 Tribu de Borel . . . . .	28
2.1.3 Semi-anneau booléen . . . . .	31
2.2 Applications mesurables . . . . .	32
2.2.1 Définition et propriétés . . . . .	33
2.2.2 Fonctions numériques mesurables . . . . .	37
2.3 Exercices . . . . .	43
<b>3 Mesures positives et intégrale de Lebesgue</b>	<b>63</b>
3.1 Le problème de Lebesgue . . . . .	63
3.2 Mesures positives . . . . .	64
3.2.1 Définition et propriétés des mesures positives . . .	64
3.2.2 Construction d'une mesure . . . . .	67
3.3 L'intégrale de Lebesgue . . . . .	72
3.3.1 Intégrale supérieure des fonctions numériques me-	
surables positives . . . . .	72
3.3.2 Le théorème de convergence monotone . . . . .	75
3.3.3 Fonctions numériques (complexes) intégrables . .	84

---

3.3.4	Le théorème de convergence dominée . . . . .	88
3.4	Fonctions $F$ définies par une intégrale . . . . .	95
3.4.1	Étude de la continuité de $F$ . . . . .	96
3.4.2	Étude de la dérivabilité de $F$ . . . . .	97
3.4.3	Étude de l'intégrabilité de $F$ . . . . .	99
3.5	Exercices . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Mesures à densité, mesures images, mesure produit</b>	<b>165</b>
4.1	Mesures définies par les densités . . . . .	165
4.2	Mesures images . . . . .	167
4.3	Mesure produit . . . . .	172
4.4	Exercices . . . . .	176
	<b>Symboles utilisés</b>	<b>201</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>205</b>
	<b>Index</b>	<b>207</b>