

Table des matières

1	Groupes, sous-groupes	1
1.1	Groupes	1
1.2	Sous-groupes	5
1.3	Groupes diédraux	8
2	Morphismes et isomorphismes	15
2.1	Morphismes de groupes	15
2.2	Automorphismes	19
3	Théorème de Lagrange	23
4	Groupe opérant sur un ensemble	27
4.1	Opération de groupe	27
4.2	Opération d'un groupe par translation	31
4.3	Opération d'un groupe par conjugaison	33
4.4	Opération k -transitive	38
5	Groupes symétriques	41
5.1	Permutations et cycles	41
5.2	Classes de conjugaisons	46
5.3	Groupes alternés	49
6	Groupes quotients	57
7	Formule des classes et p-groupes	67
8	Produit semi-direct	75
9	Théorème de Sylow	85
10	Groupes d'ordre 12	93
11	Groupes résolubles	97

12 Groupes abéliens de type fini	103
12.1 Groupes abéliens libres, sous-groupe de torsion	103
12.2 Théorème de structure	107
12.3 Groupes abéliens finis	111
12.4 Calcul des invariants	112
13 Racines de l'unité, corps finis	117
14 Groupes linéaires	121
14.1 Générateurs	121
14.2 Groupe dérivé	124
14.3 Groupes linéaires finis	126
15 Groupes projectifs	129
15.1 Espace projectif	129
15.2 Simplicité du groupe $\mathrm{PSL}(V)$	132
16 Sous-groupes finis de $\mathrm{SO}(2, \mathbb{R})$ et de $\mathrm{SO}(3, \mathbb{R})$	135
17 Représentations linéaires	143
17.1 G -modules	144
17.2 Caractères des groupes finis	150
17.3 Caractères et sous-groupes distingués	158
Annexe A Extensions de corps	161
Annexe B Groupes libres	167
Annexe C Cryptographie avec les courbes elliptiques	169
Annexe D Indications pour certains exercices	173
Bibliographie	181
Index	183