

Systemes mécaniques

Théorie et dimensionnement

Systemes mécaniques

Théorie et dimensionnement

Michel Aublin

Inspecteur général de l'Éducation nationale

René Boncompain

Michel Boulaton

Daniel Caron

Émile Jeay

Bernard Lacage

Jacky Réa

Professeurs en classes préparatoires technologiques et en sections
de techniciens supérieurs

Préface de Bernard Debette

Doyen de l'Inspection générale des Sciences et Techniques Industrielles

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 1992, 2004, 2020 pour la nouvelle présentation
11 rue Paul Bert 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-081587-6

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Préface

L'étude des systèmes mécaniques est un des aspects fondamentaux des programmes des BTS, DUT, écoles d'ingénieurs, licences et maîtrises du génie mécanique. L'observation du comportement des candidats lors de ces examens et concours montre combien l'absence d'ouvrages de synthèse dans ce domaine est préjudiciable à la qualité de leurs prestations. La mobilisation des savoirs est souvent rendue difficile par la méconnaissance des méthodes et démarches à mettre en œuvre. Les problèmes réels leur apparaissent délicats, aussi bien dans les phases d'analyse et de modélisation que dans celles d'étude de conception et de calcul.

Cet ouvrage constitue une réponse à l'attente de ceux qui souhaitent acquérir, approfondir et maîtriser les concepts nécessaires à l'étude des systèmes mécaniques.

Le développement chez les étudiants de méthodes et de démarches pour l'étude de solutions techniques et le dimensionnement de constituants, associées selon le niveau de formation aux connaissances théoriques qui les sous-tendent, constitue un objectif fondamental.

C'est celui que se sont proposés les auteurs. La voie suivie est sans doute celle qui convient : une orientation nette vers le concret, soutenue par de nombreux exemples et une tenue scientifique élevée qui permet de comprendre les algorithmes utilisés dans les logiciels de prédétermination des composants et donc, de développer l'aptitude à l'analyse critique des résultats par un retour au réel.

Ce présent ouvrage doit participer à l'amélioration de l'enseignement de la construction mécanique et plus généralement du génie mécanique.

Les étudiants y trouveront, avec l'essentiel de leur programme, les éléments d'une formation véritablement efficace.

Je remercie les auteurs de m'avoir donné l'occasion, par ces quelques lignes, de leur rendre hommage pour la qualité de leur travail.

Bernard DEBETTE
Doyen de l'Inspection Générale
des Sciences et Techniques

INTRODUCTION



Cet ouvrage a pour objectif de contribuer à la formation initiale et continue des BTS, DUT, ingénieurs et professeurs relevant du génie mécanique. De manière générale, il pourra être utile à tous les mécaniciens qui se préoccupent de conception.

Il présente un ensemble de démarches d'analyse et de modélisation, puis de dimensionnement des constituants des liaisons et des transmissions. Chaque chapitre se termine par le traitement d'un exemple industriel illustrant la méthode préalablement présentée. Les développements conduisent le plus souvent à des démarches algorithmiques de quantification qui doivent être convenablement maîtrisées si l'on veut utiliser avec rigueur les aides informatiques de plus en plus nombreuses en CAO.

L'ouvrage propose, dans chacun des chapitres, plusieurs points d'accès qui permettent à l'utilisateur, selon le niveau d'exploitation recherché, d'utiliser les méthodes avec une compréhension globale de la démarche ou d'analyser plus finement les modèles proposés et les éléments théoriques développés.

L'ouvrage débute par un chapitre de *théorie des systèmes mécaniques* qui développe les éléments fondamentaux relatifs à l'analyse structurelle et au paramétrage géométrique des mécanismes. Il présente des méthodes de résolution des problèmes géométriques, cinématiques et statiques et définit les concepts de mobilité et d'hyperstaticité. Enfin, il met en évidence les implications de cette approche théorique dans la conception et la fabrication.

Le second chapitre traite du *contact entre solides* et développe, à partir des contraintes de fonctionnement que sont la précision du guidage, les vitesses, les efforts et les technologies existantes, les modèles de pression de contact. Il s'attache au dimensionnement des contacts localisés (théorie de Hertz) et à celui des contacts étendus dans le cas de surfaces planes, cylindriques et sphériques.

Les chapitres 3, 4 et 5 s'intéressent aux *liaisons complètes* réalisées soit par adhérence (frottement, assemblages filetés...) soit par obstacles (clavettes...). En pratique, le choix d'un type de solution est quasiment imposé par le cahier des charges de la liaison : morphologie des pièces assemblées, sollicitations mécaniques, précision de la mise en position, conditions de

montage et d'environnement, utilisation d'éléments normalisés... Il s'agit alors pour le concepteur de dimensionner les constituants de la liaison afin de valider le choix effectué a priori et de tendre vers une optimisation multicritères (coût, encombrement, fiabilité...).

Le chapitre 6 traite des *liaisons pivot par roulements*. Le comportement réel d'un roulement s'éloigne des modèles de liaison parfaite (rotule, pivot glissant...) qui lui sont généralement associés. Les jeux, les défauts géométriques, les déformations sous charges, la ruine par phénomène de fatigue font du roulement un mécanisme complexe. Les constructeurs et les utilisateurs de roulements adoptent des modèles de calcul et de comportement qui sont développés au cours de ce chapitre.

Les chapitres 7 et 8 proposent une étude générale des *liaisons glissières et hélicoïdales*, lisses ou à éléments roulants, dans ses aspects géométrique, cinématique, statique et dynamique. Cette étude est conduite à partir de l'analyse du comportement de l'interface des éléments réalisant la liaison (pression de contact, contraintes et déformations dans les matériaux). Elle permet de dégager l'influence des paramètres principaux (tels que le jeu, les dimensions et les caractéristiques de frottement), et les critères de choix lors de la conception de ces liaisons : type de montage, type et dimensionnement de composants.

Le chapitre 9 a pour objet de présenter les bases scientifiques et technologiques de la *lubrification hydrodynamique et hydrostatique*. Ces techniques de lubrification ont pour but de faire fonctionner les liaisons avec une dissipation minimale d'énergie. Elles s'insèrent dans ce vaste domaine technologique, en plein développement, qu'est la tribologie. L'étude proposée concerne uniquement la lubrification à partir de fluides incompressibles. En fin de chapitre une comparaison des paliers fluides et des paliers à roulements permet d'aborder l'optimisation du fonctionnement d'une liaison pivot.

Le chapitre 10 traite *de la transmission, par poulies et courroies, du mouvement* entre deux arbres à axes parallèles. L'évolution de la technologie des courroies à section trapézoïdale et des courroies crantées leur permet de répondre aujourd'hui aux exigences des applications modernes : fortes puissances, fiabilité et durée de vie élevée. La détermination d'une telle transmission s'appuie sur une analyse théorique dont sont déduites les méthodes pratiques proposées par les constructeurs.

Le chapitre 11 a pour objectif d'exposer les fondements des méthodes de calcul normalisées des *engrenages cylindriques, à denture droite ou hélicoïdale*. L'étude de la transmission est menée dans un premier temps sous les aspects géométriques et cinématiques. Par la suite, l'analyse du contact en application des théories de Hertz et la résistance des matériaux permettent de préciser les multiples coefficients définis par la norme, coefficients qui réduisent l'écart entre les modèles de calcul et les conditions réelles.

Le douzième et dernier chapitre s'intéresse au dimensionnement des *arbres*. Après avoir mis en évidence les éléments nécessaires au calcul statique des arbres et les contraintes consécutives aux sollicitations, l'ouvrage

aborde le calcul avec prise en compte du phénomène de fatigue. Une partie importante est consacrée à l'endurance des pièces et à ses limites. Le calcul traite des contraintes uniaxiales et complexes. Les critères de dimensionnements proposés à la fin du chapitre (résistance en statique, déformation, dynamique en fatigue, vibrations) sont ensuite utilisés dans deux exemples industriels complètement développés.

Il est évident que cet ouvrage ne couvre pas l'intégralité du champ des solutions technologiques des liaisons et des transmissions. La sélection faite concerne des problèmes techniques fréquemment rencontrés et les domaines étudiés permettent une analyse et un dimensionnement raisonné de très nombreux systèmes mécaniques, avec une maîtrise convenable des codes de calculs associés aux phénomènes mis en jeu.

Remerciements

Nous tenons à remercier chaleureusement Françoise AUBLIN pour la qualité des dessins et illustrations et les avis techniques prodigués. C'est ce travail qui donne à l'ouvrage son unité de présentation. Nous avons tous apprécié la disponibilité souriante avec laquelle ont été accueillies les fréquentes demandes de modifications graphiques.

Nos remerciements vont aussi à Monsieur Éric LECLERC, de la Société INA, pour l'aide apportée à la rédaction et à l'illustration des chapitres 8 et 9.

Les auteurs.

TABLE DES MATIÈRES

Préface	III
Introduction	V
1. Théorie des systèmes mécaniques	1
1.1. Présentation	3
1.1.1. <i>Définition d'un système technique</i>	3
1.1.2. <i>Bref historique</i>	3
1.2. Modèles technologiques d'un système mécanique	3
1.3. Modèles technologiques possibles d'un système mécanique	5
1.4. Analyse structurelle d'un système mécanique	5
1.4.1. <i>Association d'un graphe de structure à un système mécanique</i>	5
1.4.2. <i>Arbre, cycles, cycles indépendants, nombre cyclomatique</i>	6
1.4.3. <i>Exemple, support de nacelle</i>	7
1.5. Étude géométrique des systèmes mécaniques	9
1.5.1. <i>Déplacements de repères orthonormés</i>	9
1.5.2. <i>Description d'une chaîne de solides</i>	17
1.5.3. <i>Passage d'une pièce $i + 1$ d'une chaîne au bâti</i>	23
1.5.4. <i>Classement des systèmes mécaniques par rapport au problème de recherche de ses positions</i>	25
1.5.5. <i>Systèmes mécaniques à cycles</i>	28
1.5.6. <i>Synthèse. Résolution</i>	30
1.5.7. <i>Systèmes mécaniques plans</i>	30
1.6. Liaisons dans un système mécanique	33
1.6.1. <i>Les liaisons parfaites</i>	33
1.6.2. <i>Les liaisons non parfaites</i>	37
1.7. Étude cinématique d'un système mécanique	39
1.7.1. <i>Étude des cycles</i>	39
1.7.2. <i>Liaison n'appartenant pas à un cycle</i>	40
1.7.3. <i>Synthèse</i>	40

1.7.4.	<i>Discussion du système linéaire pour une position du mécanisme. Degré de mobilité m_c</i>	41
1.7.5.	<i>Définitions</i>	41
1.8.	Étude des efforts dans un système mécanique	42
1.8.1.	<i>Emploi du principe fondamental de la statique (PFS)</i>	42
1.8.2.	<i>Discussion du système linéaire pour une position du mécanisme. Degré d'hyperstaticité m_s</i>	42
1.8.3.	<i>Définitions</i>	43
1.8.4.	<i>Discussion : système mécanique hyperstatique</i>	44
1.9.	Synthèse : formule de mobilité	44
1.9.1.	<i>Lemme</i>	45
1.9.2.	<i>Formule de mobilité</i>	45
1.9.3.	<i>Emploi pratique de la formule de mobilité</i>	46
1.9.4.	<i>Exercice : pompe hydraulique</i>	48
1.10.	Étude d'un exemple : pompe doseuse	49
1.10.1.	<i>Étude du mécanisme de transformation de mouvement</i>	50
1.10.2.	<i>Étude cinématique du mécanisme de réglage</i>	58
Bibliographie		63
Annexe 1. Résolution des systèmes linéaires		65
A.1.1.	<i>Définition</i>	65
A.1.2.	<i>Système de Cramer</i>	65
A.1.3.	<i>Système linéaire général</i>	66
2.	Théorie du contact entre solides	69
A.	Actions de contact	71
2.1	Problèmes posés par le contact entre deux solides	71
2.1.1.	<i>Aire de contact</i>	71
2.1.2.	<i>Pression de contact</i>	71
2.2.	Étude des actions de contact	71
2.2.1.	<i>Définition</i>	71
2.2.2.	<i>Modélisation de la surface de contact</i>	72
2.2.3.	<i>Modélisation des actions de contact</i>	72
2.2.4.	<i>Actions de contact sans frottement</i>	73
2.2.5.	<i>Actions de contact avec frottement</i>	77
2.2.6.	<i>Conclusions</i>	95

B. Pressions de contact entre solides	96
2.1. Contacts étroit, ponctuel ou linéique (théorie de Hertz)	96
2.1.1. <i>Hypothèses</i>	97
2.1.2. <i>Calcul des différents éléments</i>	97
2.1.3. <i>Contraintes engendrées</i>	104
2.1.4. <i>Remarque</i>	108
2.2. Contact en grande surface (large ou étendu)	108
2.2.1. <i>Problèmes posés par un contact large</i>	108
2.2.2. <i>Recherche des pressions de contact dans les liaisons usuelles à partir de l'hypothèse de proportionnalité entre la déformation et la pression de contact</i>	119
C. Contact plan	123
D. Paliers lisses	127
2.1. Définition	127
2.2. Description d'un palier	127
2.2.1. <i>Paramètres géométriques</i>	127
2.2.2. <i>Architecture de la liaison dans laquelle il s'insère</i>	127
2.2.3. <i>Couple de matériaux en présence</i>	128
2.2.4. <i>Efforts appliqués</i>	129
2.3. Différentes phases de fonctionnement d'un palier	130
2.4. Modèle général de répartition de pression	131
2.4.1. <i>Expression du déplacement du centre d'une section</i>	131
2.4.2. <i>Étude de la pression de contact palier/arbre</i>	133
2.4.3. <i>Action élémentaire au voisinage d'une section (S)</i>	133
2.4.4. <i>Action globale du palier sur l'arbre</i>	134
2.5. Dimensionnement analytique des paliers lisses fonctionnant en régime onctueux	136
2.5.1. <i>Détermination à partir du critère de pression de contact maximale</i>	136
2.5.2. <i>Détermination à partir des phénomènes thermiques</i>	139
2.5.3. <i>Étude de la durée de vie</i>	140
E. Liaison rotule	143
2.1. Étude théorique de la liaison lisse	143
2.1.1. <i>Liaison parfaite</i>	143
2.1.2. <i>Pression de contact ; déformation</i>	144

2.2.	Paramètres du fonctionnement	150
2.2.1.	<i>Rotules standard</i>	150
2.2.2.	<i>Charge de base</i>	150
2.2.3.	<i>Durée d'utilisation</i>	152
2.2.4.	<i>Charge équivalente ; influence de l'effort axial</i>	152
2.2.5.	<i>Pression spécifique</i>	153
2.2.6.	<i>Vitesse moyenne de glissement</i>	154
2.3.	Durée d'utilisation	154
2.3.1.	<i>Choix de la rotule</i>	154
2.3.2.	<i>Vérification du produit pV</i>	155
2.3.3.	<i>Durée d'utilisation</i>	156
	Bibliographie	157
3.	Assemblages frettés sur portée cylindrique	159
A.	Éléments théoriques et connaissances associés	161
3.1.	Fonction et application des assemblages frettés	161
3.1.1.	<i>Fonction</i>	161
3.1.2.	<i>Applications courantes</i>	161
3.2.	Définition d'un modèle de calcul : le cylindre à paroi épaisse	161
3.2.1.	<i>Buts de l'étude</i>	161
3.2.2.	<i>Présentation du modèle</i>	162
3.2.3.	<i>Hypothèses</i>	163
3.2.4.	<i>Étude des contraintes au voisinage du point A</i>	163
3.2.5.	<i>Étude des déformations au voisinage du point A</i>	166
3.2.6.	<i>Calcul des contraintes au voisinage du point A</i>	167
3.2.7.	<i>Déplacement radial u d'un point quelconque du cylindre</i>	170
3.3.	Application au frettage sur portée cylindrique	170
3.3.1.	<i>Hypothèses</i>	170
3.3.2.	<i>Quelques cas particuliers</i>	171
3.3.3.	<i>Principaux paramètres</i>	171
3.3.4.	<i>Principaux éléments du calcul</i>	172
3.4.	Conception et réalisation	181
3.4.1.	<i>Matière</i>	181
3.4.2.	<i>Conception</i>	181
3.4.3.	<i>Tolérances et état de surface</i>	185
3.4.4.	<i>Lissage</i>	186
3.4.5.	<i>Montage</i>	186
3.4.6.	<i>Démontage</i>	186

B. Méthode pratique de calcul	189
3.1. Hypothèses - Limites de validité du calcul	189
3.2. Données du calcul	189
3.2.1. <i>Efforts à transmettre par la liaison : C ou A</i>	189
3.2.2. <i>Coefficient de sécurité de l'assemblage : k</i>	189
3.2.3. <i>Dimensions de l'assemblage</i>	189
3.2.4. <i>Comportement des matériaux</i>	190
3.4. Buts du calcul	190
3.4. Méthode de calcul	190
3.4.1. <i>Conditions de résistance de l'arbre et du moyeu</i>	190
3.4.2. <i>Tolérances de l'arbre et du moyeu</i>	192
3.4.3. <i>Conditions de montage (si l'on choisit d'assembler les deux éléments par dilatation du moyeu)</i>	192
3.4.4. <i>Conditions du démontage</i>	193
C. Exemple d'application : assemblage freiné d'une poulie et d'un arbre	193
3.1. Cahier des charges de la liaison	193
3.2. Détermination de l'assemblage	194
Bibliographie	195
4. Liaisons complètes par éléments filetés	197
A. Éléments théoriques et connaissances associées	199
4.1. Normalisation	199
4.1.1. <i>Couples dimension/pas et section résistante d'un filetage</i>	199
4.1.2. <i>Symbolisation des classes de qualité</i>	200
4.1.3. <i>Relations entre classe de qualité et caractéristiques mécaniques</i>	200
4.2. Tenue d'un boulon sous l'effet de charges statiques	202
4.2.1. <i>Hypothèses simplificatrices</i>	202
4.2.2. <i>Sollicitation en traction simple du boulon</i>	205
4.2.3. <i>Sollicitation en traction-torsion du boulon</i>	205
4.2.4. <i>Sollicitation en traction-torsion-flexion du boulon</i>	206
4.3. Tenue d'un boulon sous l'effet de charges dynamiques	210

4.4.	Effet de la précharge sur la tenue dynamique des assemblages	212
4.4.1.	<i>Détermination des rigidités du boulon et des pièces assemblées</i>	212
4.4.2.	<i>Étude des efforts dans l'assemblage</i>	214
B.	Méthodes pratiques de calcul	220
4.1.	Détermination des assemblages non optimisés	220
4.1.1.	<i>Estimation des efforts</i>	220
4.1.2.	<i>Choix des vis (nombre, diamètre, classe de qualité)</i>	221
4.1.3.	<i>Détermination de la pression sous tête de vis</i>	223
4.2.	Détermination des assemblages optimisés	223
4.2.1.	<i>Configuration de l'assemblage</i>	223
4.2.2.	<i>Détermination des sollicitations sur l'assemblage</i>	224
4.2.3.	<i>Évaluation des caractéristiques nécessaires au calcul</i>	224
4.2.4.	<i>Calcul de la contrainte dynamique et vérification de la tenue de la vis</i>	227
4.2.5.	<i>Calcul de la tension minimale de la vis</i>	228
4.2.6.	<i>Détermination de la contrainte équivalente</i>	229
4.2.7.	<i>Calcul du couple de serrage</i>	231
4.2.8.	<i>Vérification de la pression sous tête (ou sous écrou, ou sous rondelle)</i>	231
4.3.	Stabilité d'un assemblage en service - Desserage	232
4.3.1.	<i>Existence du phénomène</i>	232
4.3.2.	<i>Analyse des causes</i>	232
4.3.3.	<i>Moyens à mettre en œuvre pour éviter le desserage</i>	233
4.4.	Assistance informatique à la détermination des assemblages	233
4.5.	Conclusion	234
C.	Exemple d'application - optimisation d'un assemblage	235
4.1.	Introduction	235
4.2.	Modélisation du problème	237
4.3.	Résolution du problème	241
4.3.1.	<i>Évaluation des caractéristiques nécessaires au calcul</i>	241
4.3.2.	<i>Rapport de rigidité</i>	241
4.3.3.	<i>Vérification de la tenue dynamique de la vis</i>	243
4.3.4.	<i>Calcul de la tension minimale de la vis</i>	245
4.3.5.	<i>Calcul de la contrainte équivalente</i>	245
4.3.6.	<i>Calcul du couple de serrage</i>	246

4.3.7. <i>Vérification de la pression sous tête</i>	246
4.3.8. <i>Conclusion</i>	246
Bibliographie	247
5. Clavetages par clavettes parallèles	249
A. Éléments théoriques et connaissances associées	251
5.1. Clavetages	251
5.2. Clavetages par clavettes parallèles	251
5.2.1. <i>Dimensions et tolérances des logements : NF E 22-175</i>	252
5.2.2. <i>Clavettes parallèles : NF E 22-177</i>	255
5.2.3. <i>Clavettes parallèles fixées par vis : NF E 22-181</i>	257
5.3. Éléments de la détermination des clavetages par clavettes parallèles	258
5.3.1. <i>Longueur de contact clavette/moyeu</i>	258
5.3.2. <i>Cotation de l'arbre et du moyeu</i>	260
B. Méthode pratique de calcul : détermination d'un clavetage par clavette parallèle	270
5.1. Hypothèses. Limites de validité	270
5.2. Buts du calcul	271
5.3. Méthode de calcul	271
5.3.1. <i>Calcul, choix et désignation de la clavette normalisée</i>	271
5.3.2. <i>Cotation de la section droite</i>	272
C. Exemple d'application : liaison encastrement d'un arbre et d'un volant	273
5.1. Caractéristiques du volant : extrait du catalogue Norelem	273
5.2. Cahier des charges de la liaison et choix associés	274
5.3. Éléments d'une solution	274
5.3.1. <i>Synthèse des résultats</i>	274
5.3.2. <i>Plan d'ensemble</i>	276
5.3.3. <i>Dessin de définition, partiel, de l'arbre</i>	276
5.3.4. <i>Autre solution</i>	276
Bibliographie	278

6. Liaisons pivots réalisées par roulements	281
6.1. Introduction	283
6.1.1. <i>Situation du concepteur</i>	283
6.1.2. <i>Exemple d'éléments d'un cahier des charges pour une conception de broches de machines-outils</i>	283
6.2. Modèles mécaniques associés aux roulements dans les principaux cas d'emploi	284
6.2.1. <i>Objectifs</i>	284
6.2.2. <i>Roulements rigides à billes</i>	284
6.2.3. <i>Roulements à rouleaux coniques</i>	290
6.3. Étude statique d'un roulement à billes à contact oblique	292
6.3.1. <i>Objectif</i>	292
6.3.2. <i>Définition géométrique du roulement</i>	294
6.3.3. <i>Analyse des déformations au contact des billes avec les bagues intérieures et extérieures</i>	295
6.3.4. <i>Analyse des déplacements de la bague intérieure par rapport à la bague extérieure pour un roulement à billes à contact oblique</i>	297
6.3.5. <i>Limites de la zone de déformation. Définition du paramètre de charge ϵ</i>	298
6.3.6. <i>Distribution des charges sur les éléments roulants</i>	299
6.3.7. <i>Méthode de détermination des déformations en fonction des charges appliquées</i>	300
6.3.8. <i>Exemples de détermination des déformations pour trois types de chargement appliqués au roulement n° 7218 BE ($t = 3/2$)</i>	302
6.3.9. <i>Détermination du coefficient K^* par essais</i>	304
6.4. Étude dynamique des roulements	304
6.4.1. <i>Objectif</i>	304
6.4.2. <i>Analyse historique des calculs des roulements 1930-1990</i>	304
6.4.3. <i>Conditions normales d'utilisation des roulements</i>	305
6.4.4. <i>Modèle statistique d'évaluation de la fatigue</i>	305
6.4.5. <i>Charge dynamique de base, formule de durée de vie, charge équivalente</i>	306
6.4.6. <i>Détermination de la charge équivalente P</i>	309
6.4.7. <i>Conclusion</i>	311
6.5. Exemples d'application	312
6.5.1. <i>Montage modélisable par une liaison composée : rotule + linéaire annulaire (montage isostatique)</i>	312

6.5.2.	<i>Montage modélisable par une liaison composée : deux rotules associées ou rotules unilatérales (montage hyperstatique)</i>	315
6.5.3.	<i>Conclusions</i>	323
	Bibliographie	324
7.	Liaisons glissières	325
	A. Éléments théoriques et connaissances associées	327
7.1.	Étude générale des liaisons glissières	327
7.1.1.	<i>Introduction</i>	327
7.1.2.	<i>Fonctions d'une liaison glissière</i>	330
7.1.3.	<i>Comportement des liaisons glissières</i>	332
7.1.4.	<i>Comportement des surfaces de guidage</i>	336
7.1.5.	<i>Comportement dynamique des liaisons glissières</i>	342
7.2.	Liaisons glissières à contact surfacique	352
7.2.1.	<i>Glissières à contact surfacique direct</i>	352
7.2.2.	<i>Glissières sans contact direct</i>	360
7.3.	Liaisons glissières à éléments roulants	362
7.3.1.	<i>Description</i>	362
7.3.2.	<i>Comportement des glissières à éléments roulants</i>	365
	B. Méthodologie d'étude	381
7.1.	Cahier des charges	381
7.2.	Paramètres variables d'une liaison glissière	382
7.3.	Calculs et détermination des paramètres de la liaison	382
7.4.	Choix définitif d'une solution	383
	C. Exemple d'application	384
	Bibliographie	389
8.	Liaisons hélicoïdales	391
	A. Éléments théoriques et connaissances associées	393
8.1.	Introduction	393
8.1.1.	<i>Définition</i>	393
8.1.2.	<i>Paramétrage</i>	393

8.2.	Fonctions d'une liaison hélicoïdale	394
8.2.1.	<i>Transformation de mouvement</i>	394
8.2.2.	<i>Fonction transmission d'efforts</i>	395
8.3.	Réalisations de liaisons hélicoïdales	395
8.3.1.	<i>Types de réalisations</i>	395
8.3.2.	<i>Exemples de montages</i>	396
8.4.	Comportement des liaisons hélicoïdales	397
8.4.1.	<i>Comportement géométrique et cinématique</i>	397
8.4.2.	<i>Comportement statique</i>	398
8.4.3.	<i>Contraintes et déformations</i>	405
8.4.4.	<i>Comportement dynamique</i>	408
B.	Méthodologie d'étude	412
C.	Exemple de calcul	413
8.1.	Description du système	413
8.1.1.	<i>Conditions de charges</i>	413
8.1.2.	<i>Caractéristiques de la vis</i>	413
8.1.3.	<i>Liaison vis-bâti</i>	414
8.2.	Calculs de vérifications	414
8.2.1.	<i>Rigidité axiale</i>	414
8.2.2.	<i>Flambage de la vis</i>	414
8.2.3.	<i>Vitesse critique de rotation de la vis</i>	415
8.2.4.	<i>Durée de vie et sécurité statique</i>	416
	Bibliographie	417
9.	Lubrification hydrodynamique et hydrostatique	419
9.1.	Viscosité des fluides. Le modèle de comportement newtonien	421
9.1.1.	<i>Viscosité dynamique et cinématique</i>	421
9.1.2.	<i>Influence de la température et de la pression sur la viscosité</i>	422
9.2.	Lubrification hydrodynamique et hydrostatique	424
9.3.	Mécanisme de la portance hydrodynamique : blochet à faces planes de largeur infinie	426
9.3.1.	<i>Champ de pression dans le contact</i>	427
9.3.2.	<i>Capacité de charge W</i>	429
9.3.3.	<i>Force de frottement et coefficient de frottement sur la plaque mobile</i>	430

9.3.4.	<i>Débit d'alimentation nécessaire Q</i>	430
9.3.5.	<i>Blochet articulé à faces planes</i>	431
9.4.	Réalisation des butées hydrodynamiques	433
9.5.	Palier lisse cylindrique en régime hydrodynamique	435
9.5.1.	<i>Théorie</i>	435
9.5.2.	<i>Mode d'alimentation des paliers lisses hydrodynamiques</i>	439
9.5.3.	<i>Évaluation de la température du lubrifiant</i>	440
9.5.4.	<i>Exemple de dimensionnement d'un palier lisse</i>	442
9.6.	Réalisation des paliers hydrodynamiques	445
9.6.1.	<i>Matériaux des coussinets</i>	445
9.6.2.	<i>Fouettement, stabilité et amortissement</i>	446
9.7.	Paliers et butées hydrostatiques	449
9.7.1.	<i>Principe et mode d'alimentation des paliers hydrostatiques</i>	449
9.7.2.	<i>Calcul de la charge et du débit. Stabilité de l'équilibre</i>	450
9.7.3.	<i>Calculs. Réalisations</i>	453
9.7.4.	<i>Avantages des paliers hydrostatiques</i>	454
9.7.5.	<i>Réalisation industrielle</i>	454
9.8.	Comparaison paliers-roulements	456
	Bibliographie	458
10.	Transmission de mouvement par poulies et courroies	459
10.1.	Introduction	461
10.2.	Étude géométrique et cinématique	462
10.2.1.	<i>Disposition des poulies</i>	462
10.2.2.	<i>Définitions, notations et hypothèses</i>	463
10.2.3.	<i>Rapport de réduction</i>	463
10.2.4.	<i>Longueur de courroie</i>	465
10.3.	Étude dynamique	466
10.3.1.	<i>Puissance théorique, rendement</i>	466
10.3.2.	<i>Relations entre les tensions dans les brins rectilignes</i>	467
10.3.3.	<i>Tension de pose</i>	472
10.3.4.	<i>Valeur minimale de la tension de pose, réglage</i>	477
10.4.	Contraintes de fonctionnement	479
10.4.1.	<i>Traction et flexion</i>	480
10.4.2.	<i>Fatigue</i>	481

10.5.	Puissance transmissible par une courroie	482
10.6.	Phénomènes vibratoires	484
10.7.	Calcul pratique d'une transmission par courroie trapézoïdale	487
10.7.1.	<i>Méthode théorique</i>	487
10.7.2.	<i>Méthode pratique de détermination</i>	487
10.7.3.	<i>Exemple de calcul</i>	492
10.8.	Courroie crantée	495
10.8.1.	<i>Objectif</i>	495
10.8.2.	<i>Constitution de la courroie, forme des dentures</i>	495
10.8.3.	<i>Méthode de détermination</i>	497
	Bibliographie	504

11.	Transmissions par engrenages cylindriques extérieurs	505
A.	Étude théorique et connaissances associées	507
11.1.	Introduction	507
11.1.1.	<i>Utilisation des engrenages dans les mécanismes</i>	507
11.1.2.	<i>Problème général de la transmission par engrenages à axes parallèles</i>	509
11.2.	Étude géométrique et cinématique des engrenages cylindriques à denture droite en développante de cercle	510
11.2.1.	<i>Analyse géométrique du profil en développante de cercle</i>	510
11.2.2.	<i>Étude cinématique d'un engrenage cylindrique à denture droite</i>	512
11.2.3.	<i>Réalisation d'un profil en développante de cercle, à l'aide de l'outil crémaillère simplifié</i>	515
11.2.4.	<i>Génération d'une roue dentée</i>	517
11.2.5.	<i>Étude de l'engrènement d'un pignon 1 et d'une roue 2 taillés par un même outil crémaillère normalisé</i>	524
11.2.6.	<i>Équilibrage de l'usure - Glissements spécifiques</i>	534
11.3.	Étude géométrique et cinématique des engrenages cylindriques à denture hélicoïdale	538
11.3.1.	<i>Génération d'un hélicoïde développable</i>	538
11.3.2.	<i>Propriétés de l'hélicoïde développable</i>	539
11.3.3.	<i>Réalisation d'un hélicoïde développable à l'aide de l'outil crémaillère</i>	540

11.3.4. Définition d'une roue dentée	543
11.3.5. Étude de l'engrènement d'un pignon et d'une roue à denture hélicoïdale. Définition des conditions d'engrènement	545
B. Méthodes pratiques de calculs	550
11.1. Analyse des défaillances des systèmes à engrenages	550
11.1.1. Origine	550
11.1.2. Différents types de détérioration des dentures d'engrenages en acier	551
11.1.3. Principaux défauts observés sur les dentures	551
11.1.4. Grippage	554
11.1.5. Conclusions	555
11.2. Méthodes de dimensionnement des engrenages	555
11.2.1. Dimensionnement à la rupture par fatigue	556
11.2.2. Dimensionnement à la pression superficielle	556
11.2.3. Choix d'une méthode de vérification	556
11.3. Élaboration d'une première méthode de vérification	557
11.3.1. Vérification du dimensionnement à la rupture	557
11.3.2. Vérification du dimensionnement à la pression superficielle	568
11.3.3. Valeur limite de base de la pression de Hertz σ_{Hlim}	573
11.4. Méthode Afnor	577
11.4.1. Objet et domaine d'application	577
11.4.2. Méthode de dimensionnement des engrenages à la pression superficielle	577
11.4.3. Méthode de dimensionnement des engrenages à la rupture	579
11.5. Quelques éléments de comparaison des deux méthodes	581
11.5.1. Calcul à la pression superficielle	581
11.5.2. Calcul à la rupture	583
11.5.3. Conclusion	584
C. Exemple d'application	585
11.1. Présentation	585
11.2. Données	588
11.3. Caractéristiques géométriques de l'engrenage : pignon 1 et roue 2	588

11.4.	Étude de l'engrènement	588
11.5.	Vérification à la rupture « première méthode »	589
11.6.	Vérification à la pression superficielle « première méthode »	590
11.7.	Vérification à la rupture « seconde méthode »	590
11.8.	Vérification à la pression superficielle« seconde méthode»	591
11.9.	Conclusion	592
	Bibliographie	593
12.	Les arbres	595
A.	Présentation	597
12.1.	Définition	597
12.2.	Historique	597
12.3.	Calcul de prédétermination d'un arbre	597
B.	Éléments nécessaires au calcul statique des arbres	598
12.1.	Efforts extérieurs appliqués à un arbre	598
12.1.1.	<i>Modélisation des éléments de liaisons réalisant la liaison pivot entre l'arbre et le bâti</i>	598
12.1.2.	<i>Calcul des efforts extérieurs appliqués à l'arbre</i>	599
12.2.	Recherche des sollicitations appliquées à l'arbre : torseur des efforts intérieurs	599
12.2.1.	<i>Définition générale pour une poutre</i>	599
12.2.2.	<i>Cas des arbres</i>	601
12.3.	Contraintes dans un arbre	602
12.3.1.	<i>État des contraintes dans un solide</i>	602
12.3.2.	<i>Application aux arbres</i>	603
12.3.3.	<i>Relation entre les composantes du torseur des efforts intérieurs et les contraintes</i>	604
12.3.4.	<i>Contrainte équivalente dans un arbre</i>	605
12.3.5.	<i>Coefficient de sécurité vis-à-vis d'une limite (L)</i>	607
C.	Éléments nécessaires au calcul à la fatigue des arbres	612
12.1.	La fatigue des pièces mécaniques	612
12.2.	Paramètres de la fatigue	614

12.2.1. Hypothèse sur les matériaux utilisés	614
12.2.2. Modélisation de la contrainte	614
12.2.3. Endurance d'une pièce, représentation du nombre de cycles de fonctionnement	618
12.2.4. Influence du type de sollicitations	627
12.2.5. Influence de la géométrie des pièces	628
12.3. Contraintes de calcul	630
12.3.1. Contraintes uniaxiales	630
12.3.2. État de contrainte complexe	630
12.4. Cas des cycles à contraintes variables, endommagement cumulatif	632
D. Critères de calcul des arbres	634
12.1. Vérification à la résistance, calcul statique	634
12.2. Vérification à la déformation	635
12.2.1. Déformation en torsion d'un arbre soumis à un moment de torsion sur toute sa longueur	635
12.2.2. Déformation due à un moment de flexion	636
12.3. Calcul dynamique à la fatigue	636
12.3.1. Théorie du cisaillement maximal	636
12.3.2. Calcul à partir du diagramme de Haigh	639
12.4. Vibrations, calcul des fréquences propres	640
12.4.1. Vibrations latérales	640
12.4.2. Vibrations en torsion	641
12.5. Aspect technologique	642
E. Matériaux utilisés pour la fabrication des arbres	643
F. Exemples de calcul d'arbres	645
12.1. Barre de torsion de direction assistée	645
12.1.1. Déformation maximale Φ , calcul du moment de torsion maximal	645
12.1.2. Contrainte maximale	647
12.2. Arbre d'entrée d'un broyeur	648
12.2.1. Modélisation du montage de l'arbre	649
12.2.2. Recherche des sollicitations dans l'arbre	650
12.2.3. Calcul de R.d.M. à la résistance	655
12.2.4. Calcul à la fatigue	656
Bibliographie	657

Chapitre 1

**THÉORIE
DES SYSTÈMES MÉCANIQUES**



Symboles mathématiques utilisés dans le chapitre 1

\mathbb{L}_{ij}	matrice de la liaison L_{ij}
\mathbb{P}_i	matrice de la pièce i
$\mathbb{1}$	matrice unité
${}^t\mathbb{L}$	matrice transposée de la matrice \mathbb{L}
$C\theta$	cosinus de l'angle θ
$S\theta$	sinus de l'angle θ
$\dot{\theta}$	dérivée de l'angle θ par rapport au temps
$\{i \rightarrow j\}$	torseur représentant l'action mécanique transmissible par la liaison L_{ij}
$\{V(i \rightarrow j)\}$	torseur cinématique caractérisant la liaison L_{ij}
$R_{i,i+1}^i$	repère orthonormé attaché à la liaison $L_{i,i+1}$ et lié à la pièce i
$A_{i,i+1}^i$	centre de la liaison $L_{i,i+1}$ lié à la pièce de numéro $i + 1$
$\mathbf{V} _k$	composantes du vecteur \mathbf{V} sur la base k
$R_{i,i+1}^{i+1}$	repère orthonormé attaché à la liaison $L_{i,i+1}$ et lié à la pièce $i + 1$
$A_{i,i+1}^{i+1}$	centre de la liaison $L_{i,i+1}$ lié à la pièce de numéro i
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	vecteurs unitaires de la base idéale lié à une liaison
μ	nombre de cycles indépendants extraits d'un graphe
E_s	nombre d'équations issues de la statique
I_s	nombre d'inconnues issues de la statique
r_s	rang du système linéaire issu de la statique
E_c	nombre d'équations issues de la cinématique
I_c	nombre d'inconnues issues de la cinématique
r_c	rang du système linéaire issu de la cinématique
m	indice de mobilité ($= E_s - I_s = I_c - E_c$)
m_s	ordre d'hyperstaticité d'un système mécanique ($< = 0$)
m_c	mobilité d'un système mécanique ($> = 0$)

Il a été choisi, pour se plier à la norme typographique en vigueur, de représenter les vecteurs en caractères gras, non surmontés de flèches.

1.1. PRÉSENTATION

1.1.1. Définition d'un système technique

Un système technique est un ensemble structuré de constituants et de composants dont le but est la réalisation de fonctions permettant de soulager l'homme dans son activité quotidienne (automobile, robot, ...).

Le souci du technicien doit être d'améliorer constamment les performances de ces systèmes en optimisant ses constituants et leur architecture.

1.1.2. Bref historique

La notion de système technique remonte aux origines mêmes de l'homme. Cependant on peut distinguer plusieurs étapes récentes et marquantes dans l'évolution de celui-ci.

Le début du XIX^e siècle est toujours présenté comme une étape décisive qui marque l'avènement du machinisme. En effet, c'est à cette époque que l'on est passé de la force motrice provenant de l'homme et de l'animal à celle créée par la machine à vapeur.

Depuis, et jusqu'au milieu du XX^e siècle, c'est surtout la mécanique qui domine dans les systèmes techniques.

A l'heure actuelle, surtout depuis une vingtaine d'années, on distingue dans un système technique une *partie opérative* toujours basée sur des notions mécaniques, mais aussi une *partie commande* de plus en plus complexe et de plus en plus intégrée afin d'optimiser l'aide apportée par le système technique. Nous n'aborderons pas la partie commande dans cet ouvrage qui se limitera à l'étude du système mécanique inclu dans la partie opérative.

Parallèlement au développement spectaculaire de la partie commande, on assiste à une amélioration continue mais plus discrète des performances purement mécaniques. Pour s'en convaincre, il n'est que de constater l'évolution des performances d'une automobile au cours de ces trente dernières années. En effet l'évolution du seul critère global de puissance massique est édifiant...

Le souci d'améliorer les performances purement mécaniques des systèmes techniques nécessite une compréhension accrue des phénomènes qui se déroulent au sein de ces systèmes.

1.2. MODÈLES TECHNOLOGIQUES D'UN SYSTÈME MÉCANIQUE

Le réel étant toujours très complexe, le souci primordial du technicien doit être l'élaboration de *modèles* afin d'appréhender celui-ci. Le degré de complexité du modèle est lié à l'état de l'art de la période de sa conception. En effet

un modèle étant élaboré, il est généralement soumis à un traitement mathématique, afin d'établir des relations entre les paramètres qui le caractérisent.

Le développement des *méthodes numériques*, liées elles-mêmes à celui des ordinateurs permet le traitement de modèles à paramètres multiples et cernant la réalité de plus en plus près.

L'ensemble de ces méthodes de modélisation et de calcul à l'aide de l'ordinateur constitue ce qu'il est convenu d'appeler aujourd'hui la Conception Assistée par l'Ordinateur.

Nous allons montrer que la *théorie des systèmes mécaniques* doit être le premier maillon d'une CAO mécanique. En effet, que penser du projeteur qui, sur une pièce, fait une étude des contraintes à l'aide d'un logiciel d'éléments finis alors que les torseurs d'efforts extérieurs ne sont pas maîtrisés.

Le système mécanique, composante de la partie opérative d'un système technique, est un ensemble organisé de *pièces* reliées par des *liaisons*. Nous devons donc associer un modèle à chacune de ces composantes.

Il nous faut tout d'abord préciser le langage employé :

- on parlera de *mécanisme* lorsque la description d'un système mécanique sera orientée « liaisons ». On suppose souvent que les pièces sont indéformables ;
- on parlera de *structure* lorsque cette description sera orientée « pièces ». On suppose souvent que les liaisons sont rigides ;
- le vocable *système mécanique* englobe les deux définitions précédentes.

On peut proposer les grandes familles de modèles ci-dessous :

• *Modèle des pièces :*

- rigides
- déformables
 - . petites déformations,
 - . grandes déformations.

• *Modèle des liaisons :*

- jeu
 - . avec,
 - . sans.
- dissipation d'énergie
 - . avec,
 - . sans.
- déformables
 - . oui,
 - . non.

Nous distinguerons dans ce qui suit la *déformation volumique de la pièce* et la *déformation surfacique de la liaison*. En effet, on considère souvent la première comme linéaire par rapport aux efforts alors que la seconde ne l'est que très rarement (contact hertzien par exemple).