

Table des matières

Chapitre premier. Généralités sur les systèmes dynamiques	1
1. La notion de système dynamique	1
2. Trajectoires, orbites et ensembles limites	5
3. Générateur (infinitésimal) d'un système dynamique	7
4. Exemples de systèmes dynamiques	9
5. Exercices	17
6. Solutions	17
Chapitre II. Rappels sur les équations différentielles	18
1. Équations différentielles sous forme canonique	18
2. Le théorème d'existence et d'unicité	19
3. Bouts d'une solution maximale	22
4. Le flot d'une équation différentielle	25
5. Transformation par difféomorphisme	31
6. Exercices	33
7. Solutions	34
Chapitre III. Points d'équilibre d'un système dynamique	39
1. Généralités sur les points d'équilibre	39
2. Stabilité d'un point d'équilibre	42
3. Bassin d'attraction d'un point d'équilibre	50
4. Points d'équilibre instables	52
5. Points d'équilibre des champs linéaires en dimension 2	54
6. Le flot d'un champ de vecteurs au voisinage d'un point d'équilibre	58
7. Cas d'un champ de vecteurs dans le plan	68
8. Exercices	88
9. Solutions	89
Chapitre IV. Orbites périodiques	93
1. Généralités sur les orbites périodiques	93
2. Temps de transit et application de Poincaré	95
3. Orbites périodiques attractives	107
4. Un exemple : l'équation de Van der Pol	108
5. Le théorème de Poincaré-Bendixson	121
6. Exercices	129
7. Solutions	130
Chapitre V. Linéarisation et conjugaison	136
1. Linéarisation au voisinage d'un point d'équilibre	136
2. Conjugaison topologique ou différentiable	138
3. Obstacles à la conjugaison	142
4. Quelques résultats préliminaires	144
5. Cas d'un système dynamique à temps discret	150
6. Cas d'un système dynamique à temps continu	157
7. Variétés stable et instable d'un point hyperbolique	159
8. Conjugaison différentiable	173

9. Application aux orbites périodiques	174
10. Exercices	175
11. Solutions	175
Chapitre VI. La théorie de l'indice	177
1. Le degré d'une application du cercle dans lui-même	177
2. Courbes de Jordan	183
3. Indice d'une courbe de Jordan relativement à un champ de vecteurs	188
4. Indice d'un point d'équilibre isolé	196
5. Le théorème de Poincaré-Hopf	198
6. Variantes et extensions de la théorie de l'indice	204
7. Exercices	206
8. Solutions	206
Chapitre VII. Compléments	208
1. Compléments d'algèbre linéaire	208
2. Compléments au théorème du point fixe	222
3. Le théorème de Jordan	226
4. Notions de géométrie différentielle	247
5. Les fibrés tangent et cotangent	253
6. Orientation	262
7. Exercices	265
8. Solutions	266
Bibliographie	273
1. Conseils de lecture	273
2. Références	274
Index	277