

Table des matières

Table des notations

vii

Partie A : Fondements de la méthode des éléments finis 1

1 Philosophie générale 3

1	La modélisation : une démarche complexe	3
2	Approche numérique en mécanique des solides	5
	2.1 Difficultés rencontrées	5
	2.2 Méthodes de résolution	7
	2.3 Intérêt des méthodes numériques	8
3	Méthode des éléments finis	9
	3.1 Domaines d'application	9
	3.2 Types de problèmes EF	9
4	Éléments utilisés	10
	4.1 Discrétisation	10
	4.2 Types d'éléments	12
5	Exemples industriels	14
	5.1 Aéroréfrigérant d'une centrale nucléaire	14
	5.2 Collecteur d'échappement	16
6	Conclusion	16

2 Principes de l'approximation 17

1	Principe de l'approximation	17
2	Fonctions de forme	18
3	Construction des fonctions de forme	23
	3.1 Méthode directe	23
	3.2 Polynômes de Lagrange	27
	3.3 Polynômes d'Hermite	30
	3.4 Famille De Serendip	32
	3.5 Méthode barycentrique	35
	3.6 Méthode des droites	37
	3.7 Conditions de conformité	39
4	Convergence	41
5	Classes C^0 et C^1	43

3	Formulation des éléments	45
1	Energie potentielle totale	45
2	Formulation des matrices élémentaires	52
2.1	<i>Champ de déplacement</i>	52
2.2	<i>Déformations</i>	53
2.3	<i>Contraintes</i>	54
2.4	<i>Formes variationnelles</i>	54
2.5	<i>Matrices élémentaires</i>	54
3	Passage au repère de la structure	56
4	Assemblage	57
5	Conditions aux limites	59
6	Résolution	60
7	Algorithme de calcul par éléments finis	61
8	Conclusion	61
4	Eléments isoparamétriques	63
1	Transformation géométrique	63
2	Fonctions de forme	67
3	Critères de convergence	67
4	Formulation des éléments isoparamétriques	67
4.1	<i>Matrice de rigidité</i>	67
4.2	<i>Forces élémentaires</i>	69
5	Intégration numérique	70
5.1	<i>Méthode des trapèzes</i>	70
5.2	<i>Méthode de Simpson</i>	71
5.3	<i>Méthode de Gauss</i>	71
5.4	<i>Méthode de Hammer</i>	74
6	Exercices résolus	74
Partie B : Eléments de structures		79
5	Eléments de barre	81
1	Formulation	81
1.1	<i>Champ de déplacement</i>	81
1.2	<i>Relation déformation-déplacement</i>	82
1.3	<i>Loi de comportement</i>	82
2	Exercices résolus	82
6	Eléments de poutre	101
1	Formulation	101
1.1	<i>Champ de déplacement</i>	101
1.2	<i>Relation déformation-déplacement</i>	102
1.3	<i>Loi de comportement</i>	102
2	Exercices résolus	102

7	Eléments plans	119
1	Formulation	119
1.1	<i>Champs de déplacement</i>	119
1.2	<i>Elasticité plane</i>	121
1.3	<i>Axisymétrie</i>	122
2	Exercices résolus	123
8	Eléments de volume	165
1	Formulation	165
1.1	<i>Eléments tétraédriques</i>	165
1.2	<i>Eléments hexaédriques</i>	166
1.3	<i>Relation déformation-déplacement</i>	167
1.4	<i>Loi de comportement</i>	167
2	Exercices	168
9	Eléments de plaque	173
1	Formulation	173
1.1	<i>Théorie de Kirchhoff</i>	174
1.2	<i>Théorie de Henky-Mindlin</i>	175
2	Eléments de plaques minces	175
2.1	<i>Plaques à épaisseur modérée</i>	180
3	Exercices résolus	180
10	Eléments de coque	189
1	Formulation	189
1.1	<i>Élément de membrane</i>	189
1.2	<i>Élément de plaque</i>	190
1.3	<i>Assemblage des deux éléments</i>	191
1.4	<i>Passage au repère global</i>	191
2	Autres types d'éléments	192
2.1	<i>Éléments courbes</i>	192
2.2	<i>Éléments 3D dégénérés</i>	192
Partie C : Formulations complémentaires		193
11	Techniques éléments finis	195
1	Eléments semi-infinis	195
2	Superélément	197
3	Conception du maillage	198
3.1	<i>Convergence</i>	198
3.2	<i>Règles générales</i>	199
3.3	<i>Paramètres du maillage</i>	199
3.4	<i>Distorsion des éléments</i>	199
3.5	<i>Comment choisir un maillage</i>	200
3.6	<i>Assemblages particuliers</i>	201
4	Patch test	202
4.1	<i>Test de type A</i>	202

4.2	<i>Test de type B</i>	202
4.3	<i>Test de type C</i>	203
5	Contrôle des erreurs de discrétisation	203
6	Maillage adaptatif	204
12	Problème de champ et thermo-mécanique	207
1	Champ de température	208
1.1	<i>Equation de la chaleur</i>	208
1.2	<i>Formulation par la méthode des résidus pondérés</i>	208
1.3	<i>Discrétisation par éléments finis</i>	209
1.4	<i>Couplage thermo-mécanique</i>	210
2	Exercices résolus	210
13	Dynamique des structures	221
1	Cas élémentaire	221
2	Principe de Hamilton	222
2.1	<i>Discrétisation par éléments finis</i>	222
3	Méthodes de résolution	223
3.1	<i>Méthode de superposition modale</i>	223
3.2	<i>Méthode d'intégration directe</i>	225
3.3	<i>Analyses dynamiques</i>	227
4	Exercices résolus	229
14	Non linéarité matérielle	237
1	Elastoplasticité uniaxiale	237
2	Comportement élastoplastique	238
2.1	<i>Seuil de plasticité</i>	239
2.2	<i>Critères usuels</i>	240
2.3	<i>Loi d'écoulement</i>	241
2.4	<i>Loi d'écrouissage</i>	243
3	Formulation des matrices élastoplastiques	244
4	Technique de résolution	245
4.1	<i>Résolution structurale : Méthode de Newton-Raphson</i>	246
4.2	<i>Résolution locale : Intégration de l'écoulement</i>	247
5	Exercices résolus	250
15	Non linéarité géométrique	257
1	Incrément des déformations	257
2	Formulation des matrices élémentaires	259
2.1	<i>Matrice de rigidité tangente</i>	259
2.2	<i>Vecteur des forces nodales</i>	262
2.3	<i>Système d'équilibre</i>	262
3	Exercices résolus	263
	Bibliographie	273