

Abderrahim Zegloul

Statique et écoulement des fluides

Cours et applications corrigées



L3

Écoles
d'ingénieurs



1 Propriétés des fluides

1.1 Introduction

La mécanique des fluides est une branche de la mécanique appliquée qui traite du comportement des fluides au repos et en mouvement. Dans l'établissement des principes de la mécanique des fluides, certaines propriétés jouent un rôle important. En statique des fluides, ou *hydrostatique*, la masse volumique ou le poids spécifique, est la propriété la plus importante, alors qu'en dynamique des fluides, ou *hydrodynamique*, la densité et la viscosité sont les propriétés dominantes. Quand le fluide est compressible, on doit tenir compte des principes de la thermodynamique et notamment, discerner les transformations isothermes, c.-à-d. qui se produisent à température constante, des transformations adiabatiques qui opèrent sans échange de chaleur avec le milieu extérieur au fluide. La pression de vapeur prend de l'importance quand la tension superficielle influe sur les conditions statiques et dynamiques dans des conduits étroits.

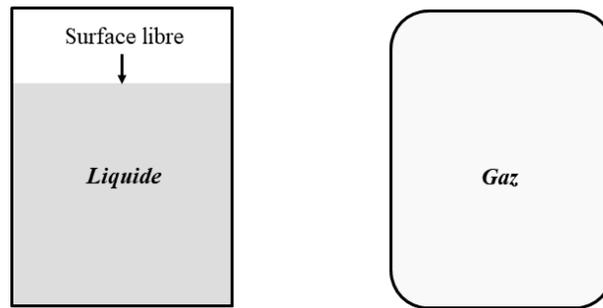


Figure 1.1 Liquide et gaz dans un récipient

1.2 Définition d'un fluide

Les fluides sont des substances susceptibles de s'écouler et de prendre la forme du récipient qui les contient. Lorsqu'ils sont en équilibre, les fluides ne peuvent opposer de résistance aux forces tangentielles ou transverses. Tous les fluides présentent un certain degré de compressibilité et n'offrent aucune résistance aux changements de forme.

On distingue dans les fluides, les liquides et les gaz. Les principales différences existant entre ces deux états de la matière fluide, sont :

a. Les liquides occupent des volume bien définis et présentent des surfaces libres, alors qu'une masse donnée de gaz se dilate jusqu'à occuper tout le volume du récipient qui la contient (figure 1.1) : les gaz sont expansibles et les liquides ne le sont pas.

b. Les liquides sont pratiquement incompressibles, tandis que les gaz sont compressibles et doivent être traités souvent comme tels.

On peut expliquer ces différences à l'échelle atomique : un gaz est un ensemble très dilué de molécules ou d'atomes. Si d est la taille d'une molécule, la distance moyenne entre molécules est de l'ordre de $10d$ dans un gaz. Dans le cas d'un liquide, cette distance est beaucoup plus faible, de l'ordre de d , en général. Cela a des répercussions considérables sur les interactions entre les molécules : dans un gaz, les molécules interagissent principalement au moment des collisions par des échanges de quantité de mouvement. Dans un liquide les interactions sont de natures différentes : il s'agit le plus souvent d'interaction électrostatique d'attraction ou de répulsion. Celles-ci peuvent être décrites par le potentiel de Lennard-Jones[1](1894-1954) :

$$E_p(r) = 4E_0 \left[\left(\frac{d}{r} \right)^{12} - \left(\frac{d}{r} \right)^6 \right] \quad 1.1$$

Le terme $E_p(r)$ est une énergie potentielle à la distance r séparant les centres de deux molécules voisines et E_0 est le potentiel d'adhésion de deux molécules (figure 1.2).

Le potentiel s'annule pour $r = d$ et atteint un minimum pour $r/d = 2^{1/6}$, soit $r_0 \approx 1,12d$: à cette distance, $E_p = -E_0$ (figure 1.2).

La force d'interaction représentée sur la figure 1.2, déduite du potentiel E_p , est donnée par :

$$\vec{F} = F(r)\vec{e}_r \quad \text{avec} \quad F(r) = -\frac{dE_p}{dr} = \frac{24E_0}{d} \left[2 \left(\frac{d}{r} \right)^{13} - \left(\frac{d}{r} \right)^7 \right] \quad 1.2$$

La force d'interaction s'annule pour $r = r_0$ et passe par un minimum pour $r = r'_0 = (26/7)^{1/6}d = 1,244d$, où elle vaut $F(r'_0) = -2,40E_0/d$.

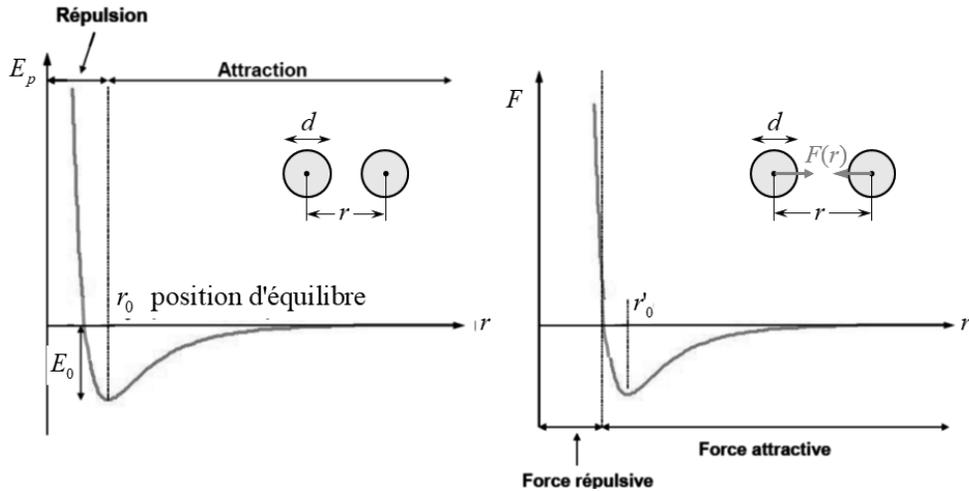


Figure 1.2 Potentiel de Lennard-Jones et force associée

Dans l'expression du potentiel E_p , le terme à la puissance 6, terme attractif dominant à grande distance, porte le nom d'interaction de Van der Waals (1837-1923, Prix Nobel de physique en 1905). En revanche, l'exposant 12 du terme répulsif, dominant à courte distance, est empirique : il s'agit là de rendre compte de la répulsion de Pauli (1900-1958, Prix Nobel de physique en 1945) entre les électrons, qui empêche l'interpénétration mutuelle des nuages électroniques de deux atomes.

Les molécules polyatomiques simples, comme l'eau, peuvent également porter des charges électriques, qui donnent naissance à des forces électrostatiques d'attraction ou de répulsion sensiblement plus fortes que les forces de Van der Waals dues aux atomes qui les composent.

Un fluide est constitué de molécules, mais lorsqu'on parle de particule fluide en mécanique des milieux continus, on considère un volume élémentaire de fluide qui, bien que extrêmement petit, contient un très grand nombre de molécules. On affecte ensuite à cette particule une masse volumique représentative, de façon continue, de la population des molécules intérieures au volume élémentaire de la particule. À cette particule fluide vont aussi correspondre à un instant donné, une vitesse, une température et une pression représentative de la moyenne du très grand nombre de chocs moléculaires à l'intérieur du volume élémentaire.

Chaque particule fluide est soumise à des forces de volume, le plus souvent associées à la pesanteur, à des forces de surfaces transmises à la particule par des éléments environnants et à des forces de cisaillement, lorsque les particules glissent les unes sur les autres.

1.3 Masse volumique

La masse volumique est définie par le rapport de la masse d'un fluide sur le volume occupé par le fluide. Ainsi, pour une particule fluide de masse dm occupant un volume élémentaire dv , la masse volumique, notée ρ , est donnée par :

$$\rho = \frac{dm}{dv} \quad 1.3$$

L'unité du système international (SI) pour ρ est le kg/m^3 .

La connaissance de ρ en tout point d'un fluide, permet de calculer la masse M de fluide contenue dans un récipient occupant un domaine Ω :

$$M = \int_{\Omega} \rho dv$$

Le tableau 1.1[2] donne les valeurs de la masse volumique ρ de quelques fluides à 10°C .

Fluide	ρ (kg/m ³)
Eau (liquide standard)	1000
Huile	914
Mercure	13 580
Air (gaz standard)	1,2
Azote	1,16
Oxygène	1,33

Tableau 1.1 Masses volumiques à 10°C

On est amené, parfois, à utiliser le *poinds volumique*, noté w , défini par :

$$w = \rho g \quad (\text{unité SI, le N/m}^3)$$

où $g = 9,81\text{N/kg} = 9,81\text{m/s}^2$ est l'accélération de la pesanteur.

La *densité d'un fluide* est, quant à elle, définie par le rapport de la masse volumique du fluide sur la masse volumique d'un fluide standard : l'eau pour les liquides et l'air pour les gaz.

La masse volumique peut être déterminée pour les gaz parfaits. L'équation d'état de ces gaz, reliant la température T du gaz, le volume v et la pression p d'un gaz de masse m ou de masse volumique ρ , a pour expression :

$$pv = mrT$$

$$\rho = \frac{p}{rT}$$
1.4

où r est la constante massique des gaz parfaits :

$$r = \frac{R}{M_m} = \frac{\text{Constante molaire des gaz parfaits}}{\text{Masse molaire du gaz}} = \frac{8,314J \cdot K^{-1}}{M_m(kg)}$$

La loi des gaz parfaits fut établie en 1662 par Robert Boyle (1627-1691) et confirmée en 1676 par Edmé Mariotte (1620-1684). Une variante de cette loi, connue sous le nom de loi de Van der Walls, a été proposée depuis :

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = mrT$$
1.5

avec a et b , deux constantes, qui dépendent du gaz.

Il n'existe pas d'équation de type 1.4 ou 1.5 pour un liquide, car on ne peut pas relier simplement la pression et la température.

1.4 Viscosité

La viscosité d'un fluide est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle. La viscosité est due principalement à l'interaction entre les molécules du fluide. Considérons, pour mettre en évidence cette propriété des fluides, deux plaques parallèles séparées d'une faible distance h , l'espace entre les plaques étant rempli d'un fluide visqueux. La plaque inférieure est immobile et on tire la plaque supérieure à une vitesse U (figure 1.3). Newton (1642-1727) montra que lorsqu'on cisaille ainsi un fluide, il résiste à cette action de cisaillement et que la force de résistance est proportionnelle au taux de cisaillement, U/h dans cette expérience[3]. Un tel fluide est appelé fluide newtonien.

Pour que la plaque supérieure garde une vitesse constante U , il faut lui appliquer une force constante F . Le fluide au contact avec la plaque supérieure mobile, va adhérer à celle-ci et se mouvoir avec elle à la vitesse imposée U . En revanche, le fluide en contact avec la plaque inférieure fixe, garde une vitesse nulle. Compte tenu de la variation linéaire de la vitesse $V(y)$, on a $dV/dy = U/h$ (figure 1.3).

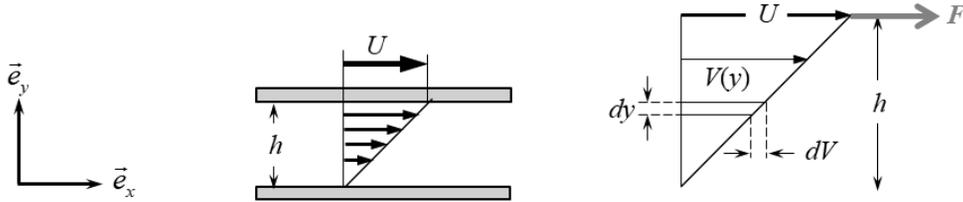


Figure 1.3 Cisaillement d'un fluide à la vitesse U entre deux plaques parallèles distantes de h

L'expérience due initialement à Newton, montre que la force de cisaillement F est proportionnelle à l'aire A de la plaque, à la vitesse imposée U et inversement proportionnelle à la hauteur h du fluide :

$$F \propto \frac{AU}{h} \quad \text{ou} \quad F \propto A \frac{dV}{dy}$$

La contrainte de cisaillement, notée τ , définie par $\tau = F/A$, est donc proportionnelle à dV/dy :

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \tag{1.6}$$

Le coefficient de proportionnalité μ est appelé *viscosité dynamique*. Le $\text{Pa} \cdot \text{s}$ est l'unité SI de μ .

Un deuxième coefficient de viscosité, noté ν et appelé *viscosité cinématique*, est défini par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.7}$$

L'unité SI de ν est donnée par l'équation aux dimensions, suivante :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{kg}/\text{m}^3} = \frac{\text{N} \cdot \text{L}^{-2} \cdot \text{T}}{\text{N} \cdot \text{T}^2 \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{L}^{-3}} = \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1}$$

La viscosité cinématique ν s'exprime donc en m^2/s . Le tableau 1.2 donne quelques valeurs de ν en fonction de la température (ou de la densité), dans l'eau et une huile de lubrification moyenne.

Température (°C)	Eau		Huile de lubrification	
	densité	ν	densité	ν
5	1,000	1,520	0,905	471
10	1,000	1,308	0,900	260
15	0,999	1,142	0,896	186
20	0,998	1,007	0,893	122
25	0,997	0,897	0,890	92
30	0,995	0,804	0,886	71
35	0,993	0,727	0,883	54,9
40	0,991	0,661	0,875	39,4
50	0,990	0,556	0,866	25,7
65	0,980	0,442	0,865	15,4

Tableau 1.2 Viscosité cinématique ν (valeurs de table $\times 10^{-6} m^2/s$) en fonction de la température et de la densité[4]

La viscosité des liquides décroît avec la température, mais n'est pas affectée de façon significative par les variations de pression. Dans les gaz, elle est inversement proportionnelle à la pression lors de transformations isothermes.

Les fluides dont le comportement s'apparente au schéma de la figure 1.3, c.-à-d. variation linéaire de la vitesse $V(y)$, sont appelés fluides newtoniens. La figure 1.4 montre la différence avec un fluide non newtonien où la variation de la vitesse $V(y)$ est de type parabolique. Cette figure montre donc les différences de comportement entre fluides newtoniens et non newtoniens, en termes de variations de la contrainte de cisaillement τ , en fonction du gradient de vitesse dV/dy .

Les fluides newtoniens suivent la loi $\tau = \mu dV/dy$, la contrainte imposée par la force de cisaillement est proportionnelle au gradient des vitesses ou au taux de déformation tangentielle. Ainsi pour ces fluides, le tracé de la contrainte de cisaillement, en fonction du gradient de la vitesse, est une droite dont la pente donne la viscosité μ .

Lorsque la viscosité est totalement absente, il n'y a pas de contrainte de cisaillement, $\tau = 0$, le fluide est dit *idéal* ou *parfait*.

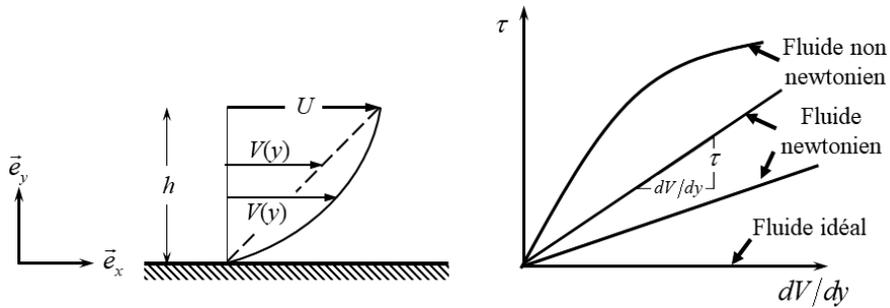


Figure 1.4 Différences de comportement entre flu des newton ens et non newton ens

Les flu des non newton ens se déforment de telle manière que la contrainte de cisaillement τ n'est pas proportionnelle au taux de déformation tangentielle, sauf peut-être pour les faibles valeurs de τ .

La viscosité est une propriété importante des fluides. La méthode la plus directe pour mesurer la viscosité est de cisaillement du fluide. Les viscosimètres rotatifs à cylindres coaxiaux permettent de réaliser ce cisaillement : le fluide visqueux à cisaillement est introduit dans l'espace entre les deux cylindres, le cylindre extérieur creux et le cylindre intérieur plein qui tourne à une vitesse ω alors que le cylindre extérieur est fixe. La figure 1.5 représente ce dispositif.



Figure 1.5 Viscosimètre rotatif à cylindres coaxiaux