

# STRUCTURES EN MATÉRIAUX COMPOSITES

Calcul par éléments finis



**Philippe Jetteur  
Michael Bruyneel  
Jean-Charles Craveur**

# **STRUCTURES EN MATÉRIAUX COMPOSITES**

**Calcul par éléments finis**

**DUNOD**

Illustration de couverture : Rathke / istockphoto.com

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	 <p><b>DANGER</b> LE PHOTOCOPIAGE TUE LE LIVRE</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	--	--

© Dunod, 2019

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff  
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-079292-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

*À Philippe Jetteur*



# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	XIII
<b>Chapitre 1 ■ Introduction</b>	1
1.1 Matériaux et structures composites	1
1.2 Principes de conception	2
1.3 Positionnement des outils numériques	4
1.4 Objectif et structure du présent ouvrage	6
1.5 Références	7
<b>Chapitre 2 ■ Théorie des laminés</b>	9
2.1 Introduction et principes généraux	9
2.2 Renforts et matrices	10
2.3 Homogénéisation microscopique	12
2.4 Propriétés du pli	17
2.4.1 Hypothèses mécaniques	17
2.4.2 Loi de comportement et coefficients élastiques	17
2.4.3 Différents types de plis et propriétés hors axes matériels	22
2.5 Structure stratifiée	27
2.6 Homogénéisation macroscopique (membrane)	29
2.7 Homogénéisation macroscopique (relation générale)	32
2.8 Intérêt et limitations	36
2.9 Effets de bord	36
2.9.1 Cross-ply	36
2.9.2 Angle-ply	38
2.10 Critères de rupture	41
2.10.1 Essais et critères	41
2.10.2 Niveau microscopique	43
2.10.3 Niveau macroscopique	43
2.10.4 Critères monoaxiaux	44
2.10.5 Critères multiaxiaux	48
2.11 Références	51
<b>Chapitre 3 ■ La méthode des éléments finis</b>	53
3.1 Présentation	53
3.2 Analyse statique, analyse dynamique	53

3.3	Analyse linéaire, analyse non linéaire	56
3.4	Analyse implicite, analyse explicite	60
3.5	Principe de construction d'un élément	61
3.6	Les étapes d'une analyse statique linéaire	66
3.7	Les contraintes	69
3.8	Particularités de l'analyse pour une structure composite	71
3.9	Post-traitement des résultats	73
3.9.1	Affichage des contraintes	73
3.9.2	Matériaux isotropes	76
3.9.3	Matériaux composites	76
3.10	Analyse statique non linéaire	77
3.11	Références	81
<b>Chapitre 4</b>	<b>■ Les éléments</b>	<b>83</b>
4.1	Introduction	83
4.2	Coque multicouche	84
4.2.1	Rappel coque monocouche	84
4.2.2	Coque multicouche	87
4.2.3	Intégration sur l'épaisseur, membrane et flexion	88
4.2.4	Intégration sur l'épaisseur, cisaillement transverse	89
4.3	Volume	92
4.3.1	Volume monocouche	92
4.3.2	Volume multicouche	95
4.4	Élément d'interface (cohésif)	96
4.5	Élément non local	100
4.5.1	Sensibilité au maillage	100
4.5.2	Formulation non locale	101
4.6	Élément de coque épaisse	103
4.6.1	Formulation EAS	103
4.6.2	Formulation ANS	104
4.6.3	Exemple	105
4.7	Structure bobinée, élément axisymétrique	105
4.8	Structure bobinée, élément développé en série de Fourier	107
4.9	Références	108
<b>Chapitre 5</b>	<b>■ Structures sandwiches</b>	<b>109</b>
5.1	Introduction	109
5.2	Avantages, inconvénients des structures sandwiches	110
5.3	Peaux et âmes	111

5.4 Nid d'abeille et modélisation	114
5.5 Hypothèse de répartition des contraintes	119
5.6 Propriétés équivalentes du panneau et contraintes	120
5.7 Essais et données pour les simulations	121
5.8 Déformation à l'effort tranchant	123
5.9 Modélisation	124
5.9.1 Sandwich très peu déformable à l'effort tranchant	125
5.9.2 Sandwich peu déformable à l'effort tranchant	127
5.9.3 Sandwich déformable à l'effort tranchant	127
5.10 Comparaison de modèles, flexion 3 points	130
5.11 Influence de $S$ , flexion 3 points	135
5.12 Panneaux sandwichs gauches	141
5.13 Chanfreins	143
5.14 Peau composite pour traitement de surface	144
5.15 Références	147
<b>Chapitre 6 ■ Modélisation du délaminage (1)</b>	<b>149</b>
6.1 Introduction	149
6.2 Approche par mécanique de la rupture	150
6.2.1 Notions de base	150
6.2.2 Facteurs d'intensité de contraintes	151
6.2.3 Taux de restitution d'énergie	153
6.2.4 Aspects expérimentaux	155
6.2.5 Méthodes numériques	156
6.3 Illustrations	161
6.3.1 DCB – <i>Double Cantilever Beam</i>	161
6.3.2 DCB – Propagation de fissure	164
6.3.3 SLB – <i>Single Leg Beam</i>	166
6.3.4 ENF – <i>End Notched Flexure</i>	167
6.3.5 Élément d'aéro-structure	168
6.4 Références	170
<b>Chapitre 7 ■ Modélisation du délaminage (2)</b>	<b>173</b>
7.1 Approche par mécanique de l'endommagement	173
7.1.1 Notions de base	173
7.1.2 Cas de l'interface entre deux plis	176
7.1.3 Aspects expérimentaux	184
7.2 Illustrations	184
7.2.1 Exemple élémentaire	184
7.2.2 DCB – <i>Double Cantilever Beam</i>	186

7.2.3 ENF – End Notched Flexure	191
7.2.4 Élément d'aéro-structure	194
7.2.5 Impact basse énergie	196
<b>7.3 Cross-ply, angle-ply, effets de bord</b>	<b>198</b>
7.3.1 Modèles	198
7.3.2 Cross-ply	199
7.3.3 Angle-ply	202
<b>7.4 Références</b>	<b>203</b>
<b>Chapitre 8 ■ Modélisation du pli</b>	<b>205</b>
8.1 Introduction	205
8.2 Modèle élastique linéaire	206
8.3 Modèle simple avec endommagement	206
8.4 Modèles avancés du pli	208
8.4.1 Pli unidirectionnel	208
8.4.2 Pli de tissu 2D	213
8.5 Modèle amélioré du pli et lien avec délaminage	215
8.6 Modèle hybride	218
8.7 Régularisation	219
8.7.1 Effet retard	219
8.7.2 Longueur caractéristique	220
8.8 Aspects expérimentaux	220
8.9 Illustrations	221
8.9.1 Endommagement dans un coupon	221
8.9.2 Effet de défauts d'ondulation	223
8.9.3 Impact basse énergie	226
8.9.4 Éprouvette en L	227
8.9.5 Flexion 4 points	231
8.9.6 Panneaux raidis en compression	232
8.10 Références	234
<b>Chapitre 9 ■ Effets thermiques</b>	<b>237</b>
9.1 Effets thermiques	237
9.1.1 Déformations thermiques dans une barre isotrope	237
9.1.2 Cas des matériaux composites	238
9.1.3 Prise en compte de la température	241
9.1.4 Applications	243
9.2 Modélisation de la cuisson des thermodurcissables	247
9.2.1 Physique du problème et schéma de principe	247
9.2.2 Mise en équations du problème thermo-chimique	249
9.2.3 Mise en équations du problème mécanique	250

9.2.4 Illustrations	251
9.2.5 Effet de la viscosité de la résine	253
9.3 Thermomécanique et panneaux sandwiches	255
9.3.1 Essais au feu	255
9.3.2 Panneaux sandwiches en matériaux incombustibles	258
9.3.3 Panneaux sandwiches en matériaux combustibles	262
9.4 Références	268
<b>Chapitre 10 ■ Compléments</b>	<b>269</b>
10.1 Homogénéisation numérique	269
10.1.1 Modèles	269
10.1.2 Application au design de microstructures	271
10.2 Composites à fibres courtes	272
10.3 Modélisation du drapage	274
10.3.1 Interaction avec le maillage et le type d'élément	275
10.3.2 Méthode de base	277
10.3.3 Méthode de projection	277
10.3.4 Méthode de rabattement	278
10.3.5 Méthode du filet	279
10.3.6 Méthodes avancées	281
10.3.7 Méthode de drapage par simulation éléments finis	283
10.4 Impact haute vitesse	285
10.5 Durabilité	288
10.5.1 Fatigue	288
10.5.2 Fluage	291
10.6 Références	293
<b>Index</b>	<b>295</b>



# Avant-propos

Le calcul de structures par éléments finis est une discipline née il y a environ 60 ans, où se mêlent étroitement les mathématiques, la mécanique et l'analyse numérique, d'où sa complexité et les différentes approches que l'on peut en avoir. Les progrès réalisés en informatique, tant par la puissance de calcul que par une interactivité toujours plus grande et des interfaces homme/machine sans cesse améliorées, ont contribué à une large diffusion de la CAO (conception assistée par ordinateur) dans les bureaux d'études, puis, naturellement, une utilisation sans cesse croissante des programmes de calcul par éléments finis par des personnels familiers de la CAO. Les analyses, qui étaient principalement statiques linéaires il y a encore 20 ans, sont pour une bonne part d'entre elles devenues statiques non linéaires voire dynamiques non linéaires, implicites ou explicites. La raison en est relativement simple : à vouloir toujours tout optimiser, on met moins de matière qu'avant, ou d'autres matériaux. En conséquence, les structures sont plus souples et les hypothèses de mécanique linéaire en arrivent à ne plus être valables : le non linéaire a envahi les bureaux d'études et lors du dimensionnement, on peut être confronté à de grands déplacements, du flambage, du contact, de la plasticité, de l'endommagement...

Les matériaux composites sont aujourd'hui largement utilisés dans de nombreux domaines, dont l'aéronautique, le naval, l'automobile, les sports et les loisirs... Les aspects purement « matériau » et « procédés » sont très différents de ce que l'on a pour les métalliques. De par leur nature même, les structures composites ne peuvent pas être dimensionnées comme les structures métalliques, car leur comportement sous charge est très différent, que ce soit pour des chargements statiques, dynamiques, la résistance aux chocs ou la tenue en fatigue. L'analyse thermomécanique des structures composites par éléments finis est complexe, non seulement du fait des éléments finis eux-mêmes et de tout ce qui se cache derrière, mais également des spécificités liées aux matériaux constitutifs et à la géométrie de la structure. La formation aux éléments finis est de plus en plus superficielle et souvent dispensée dès le premier cycle de l'enseignement supérieur alors que les structures et les phénomènes que l'on souhaite modéliser sont bien plus complexes qu'avant. Conviviaux et d'un abord devenu extrêmement simple, les outils de calcul employés pendant quelques heures de travaux dirigés pour illustrer ces cours sont souvent utilisés « en boîte noire », donnant l'illusion que tout est facile.

Cet ouvrage n'est ni un cours sur la méthode des éléments finis, ni un ouvrage théorique sur la mécanique des composites, ni un guide d'utilisation d'un logiciel

particulier. Il constitue une aide pour l'utilisateur de code éléments finis qui est confronté au dimensionnement des structures composites, sachant bien évidemment que seuls certains aspects sont détaillés dans cet ouvrage. À part quelques cas particuliers traités par un code de dynamique rapide, toutes les simulations numériques ont été faites avec le code de calcul par éléments finis SAMCEF®, développé par la société SAMTECH.

Les trois auteurs de cet ouvrage, amis de longue date qui ont travaillé ensemble plusieurs années chez SAMTECH, disposaient depuis longtemps de documents plus ou moins mis en forme. Il s'agissait de cours pour des universités ou écoles d'ingénieurs, de supports pour des formations industrielles à différents niveaux, de rapports d'études et de projets de recherches menés depuis des années... Il nous paraissait important de lier les théories spécifiques au comportement des composites, les éléments finis et leurs particularités pour les versions composites, la modélisation numérique des structures composites, qu'elles soient stratifiées ou sandwiches. Après en avoir longuement discuté, nous nous sommes lancés et en septembre 2018, nous avons reçu le feu vert des éditions Dunod. Le décès de Philippe en février 2019 a failli mettre un terme à notre travail. Après de longues hésitations et après en avoir discuté avec son épouse, nous avons décidé de continuer. Ce livre est dédié à Philippe.

Nos remerciements vont aux éditions Dunod qui nous ont fait confiance pour ce cinquième ouvrage et nous ont soutenus malgré les circonstances, à Guillaume Craveur pour sa relecture attentive et ses remarques, à la direction de la recherche DGO6 en Wallonie pour son soutien lors de plusieurs projets de recherche, à d'anciens étudiants qui travaillent dans des sociétés aéronautiques et qui nous ont fait parvenir des photos illustrant nos propos, et aux industriels avec lesquels nous avons collaboré ces 30 dernières années. Nous ne saurions terminer cet avant-propos sans une petite pensée pour les élèves de l'option MCOP (Modélisation, Calcul et Optimisation) de l'ISMANS et ceux de l'université de Liège qui servent depuis des années de « cobayes pédagogiques », cet ouvrage constituant une partie de leur enseignement de dernière année du cycle ingénieur.

Pour finir, nous adressons un grand merci à nos familles pour leur patience et leurs encouragements.

Embourg, Coulainnes et Boncelles, mai 2019

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Matériaux et structures composites

Les structures composites considérées dans ce livre sont des structures minces, faites d'un empilement de couches (ou plis), qui se présentent sous forme de plaques ou coques, raidies ou non, ou encore sous forme de sandwichs (Figure 1.1). Chaque couche est constituée d'un matériau pouvant être ou non isotrope.



Figure 1.1 – Structures considérées dans ce livre

Bien que la matrice puisse être de plusieurs natures (composite à matrice organique [CMO] ; composite à matrice céramique [CMC] ; composite à matrice métallique [CMC]), on étudie ici les CMO pour lesquels la matrice est un polymère. Les fibres sont classiquement faites de carbone, de verre ou d'aramide. Lorsqu'elles sont continues (les plus longues possible, c'est-à-dire pouvant aller jusqu'à plusieurs mètres), elles sont arrangées de manière unidirectionnelle ou en tissus. Les fibres peuvent également être longues (quelques centimètres) ou courtes (de l'ordre du millimètre). Dans ce cas, elles sont généralement disposées de manière aléatoire (Figure 1.2).

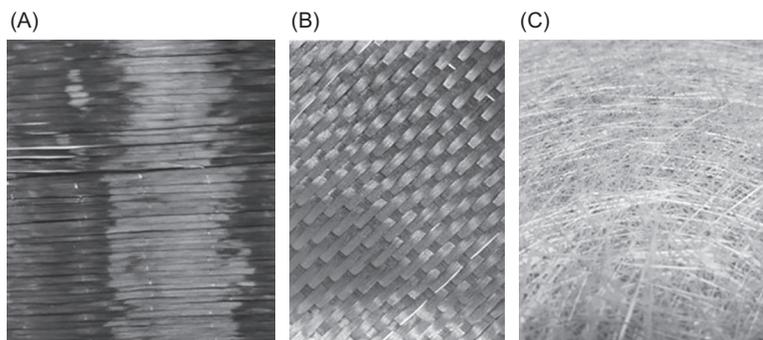
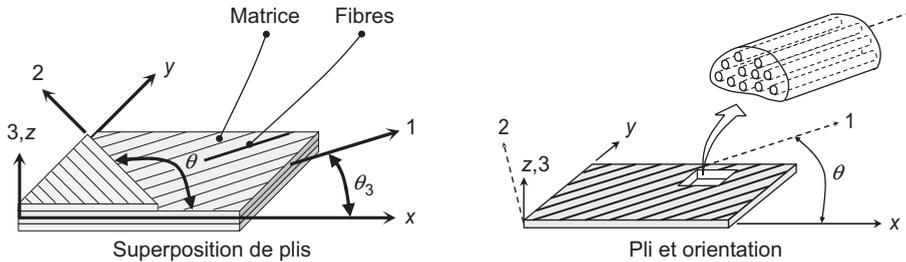


Figure 1.2 – De gauche à droite : pli unidirectionnel, tissu et fibres disposées de façon aléatoire

Un empilement de couches de plis unidirectionnels ou de tissus est appelé laminé ou stratifié (Figure 1.3). La définition de la superposition des couches les unes sur les autres, avec des orientations de fibres éventuellement différentes, est nommée séquence d'empilement.



**Figure 1.3 – Matériau composite de type stratifié (ou laminé),  
notion de plis (ou de couches)**

Les structures faites de matériaux à fibres continues peuvent supporter des charges extrêmement élevées tout en ayant une masse très faible. On les utilise dès lors dans les structures primaires telles que les ailes ou le fuselage d'un avion, les pâles d'une éolienne, les piliers ou le châssis de voiture. Lorsque les fibres sont longues ou courtes, leurs propriétés mécaniques sont moins intéressantes, et on les retrouve dans des applications où les sollicitations sont moindres (pare-chocs, hayon de voiture, coque de téléphone mobile). De nombreux exemples d'application sont donnés dans [1].

Chaleur, pression et effet du vide sont des ingrédients qui interviennent dans la mise en forme des matériaux composites de type CMO. Plusieurs procédés de fabrication à partir des fibres et de la matrice sont illustrés dans [2]. Le procédé de fabrication peut induire des distorsions de forme et des contraintes résiduelles qu'il est intéressant de pouvoir quantifier. De manière générale, le coût associé à la mise en forme d'un composite à fibres continues est plus important que celui lié à un composite dont les fibres sont longues ou courtes et à disposition aléatoire.

## 1.2 Principes de conception

La conception de structures en matériaux composite repose sur cinq ingrédients fondamentaux : le matériau, la structure, la fabrication, la conception (design) et l'analyse (calcul). Elle est classiquement basée sur la pyramide des essais [3], divisée en différents niveaux. La pyramide de la Figure 1.4 est relative au secteur aéronautique, mais le concept est également appliqué à d'autres domaines comme le spatial, le nautisme, l'éolien ou encore l'automobile [4].

Selon la référence [5], le niveau le plus bas de la pyramide est celui des coupons. Il s'agit de portions de matériau de petite taille. Des essais standardisés sont

réalisés sur ces coupons pour déterminer les propriétés du matériau (mécaniques et thermiques, en ce qui concerne ce livre). Ces essais peuvent se dérouler soit sur les fibres seules, soit sur la matrice uniquement, soit sur l'ensemble fibres/matrice. Dans ce dernier cas, les coupons sont de l'ordre du cm à plus ou moins 20 cm de long sur environ 3 cm de large, et comprennent quelques plis. À ce stade, une base de données matériaux est établie.

Fort de cette connaissance, on peut alors monter dans la pyramide et étudier des éléments ou détails de complexité supérieure, comme des plaques trouées, des coudes ou des assemblages particuliers (collage, boulonnage). À ce stade, des admissibles sont déterminés pour ces configurations spécifiques. Des sous-composants de dimension plus importante sont ensuite étudiés, avant d'attaquer le dernier niveau de la pyramide qui concerne soit un composant particulier (une aile, un tronçon de fuselage), soit le système final complet.

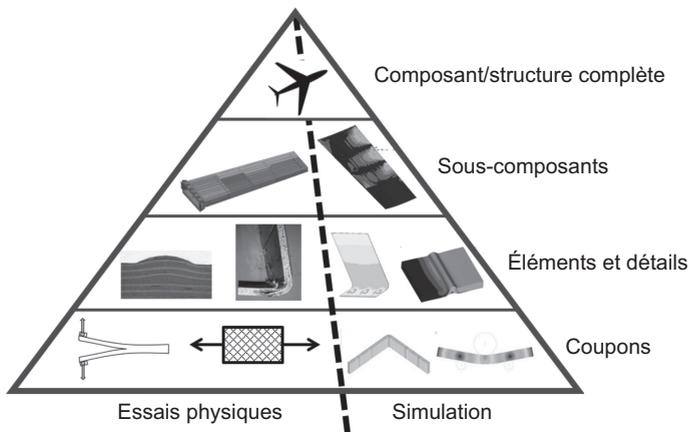


Figure 1.4 – Pyramide des essais physiques et numériques

Au niveau des coupons, de très nombreux essais sont réalisés, car un large ensemble de matériaux de base (fibres et matrices), de séquences d'empilement et de conditions de service différentes (pression, température, humidité) sont pris en compte, de manière à déterminer les admissibles les plus conservatifs d'un point de vue statistique. Tout en haut de la pyramide, très peu d'essais sont réalisés car ils coûtent très cher ; typiquement, des essais de résistance statique jusqu'à rupture et de fatigue sont effectués. Aux niveaux intermédiaires, de nombreux essais sont également réalisés de manière à valider les concepts et dimensionnements. La très grande majorité des essais nécessaires à ces niveaux n'étant pas standardisés (car les pièces sur lesquelles il faut travailler sont spécifiques à l'application finale visée), le travail à ce stade peut être long et coûteux. La mise au point de solutions en composites prend du temps et de l'argent.

De manière à diminuer le temps de conception et le coût associé, la simulation numérique peut jouer un rôle important. Le projet européen MAAXIMUS (*More Affordable Aircraft Through Extended, Integrated and Mature Numerical Sizing*) coordonné par Airbus au début des années 2000, peut être pris comme exemple pour estimer le gain qu'apporte l'utilisation du numérique dans la conception de produits complexes [6, 7]. Il a été estimé que l'utilisation de la simulation en complément des tests physiques traditionnels a permis de réduire de 20 % le temps de développement d'un avion commercial et de gagner entre 5 et 10 % de son coût de développement.

En pratique, la pyramide des essais est donc divisée en deux parties, avec d'un côté les essais physiques et de l'autre la simulation numérique. Au niveau des coupons, les résultats des essais servent à alimenter des modèles de comportement, qui sont ensuite utilisés aux niveaux supérieurs de la pyramide, où la simulation devient le compagnon des essais physiques. Certains essais peuvent alors être remplacés par leurs jumeaux numériques, grâce auxquels des variantes de conception peuvent être étudiées rapidement sans devoir fabriquer et tester les composants physiques correspondants. La simulation numérique sert de support pour la conception de la structure finale, qui devra passer de manière satisfaisante les essais finaux de certification.

### 1.3 Positionnement des outils numériques

De nos jours, la conception des structures en matériaux composites repose sur des outils numériques. Cela implique généralement trois disciplines [8].

La première discipline, appelée CAD (*Computer Aided Design*), ou CAO (Conception Assistée par Ordinateur) en français, vise à définir la géométrie de la pièce ainsi que les zones de laminés avec leur séquence d'empilement. Elle est liée au CAM (*Computer Aided Manufacturing*), ou FAO (Fabrication assistée par ordinateur), qui permet de simuler le procédé de fabrication. L'utilisation combinée de ces deux disciplines permet de déterminer et de vérifier, par ordinateur, la possibilité technologique de définir les orientations locales des fibres par zones sur la structure (Figure 1.5). La troisième discipline, appelée CAE (*Computer Aided Engineering*), ou IAO (Ingénierie assistée par ordinateur), est utilisée pour analyser l'intégrité structurelle de la pièce en composite lorsqu'elle est soumise à différents cas de charges. Dans la plupart des cas, la méthode des éléments finis est utilisée [9], en particulier pour les géométries complexes. L'utilisation de cette méthode se justifie d'autant plus que les structures composites sont faites de matériaux dont le comportement peut être fortement non linéaire, qu'elles sont sensibles aux instabilités géométriques et peuvent présenter des conditions de fonctionnement géométriques non linéaires, par exemple en flambement et post-flambement (Figure 1.6).

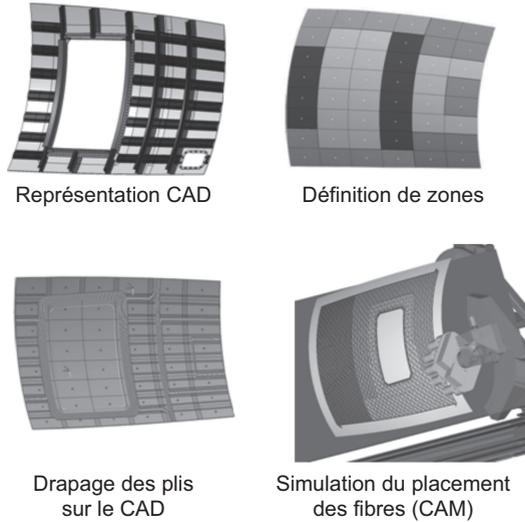


Figure 1.5 – CAD et CAM pour structures en composite [10]

Ces analyses non linéaires doivent être réalisées pour s’assurer que le comportement en service du composite est bien celui attendu, même s’il est en général souhaité que celui-ci soit linéaire.

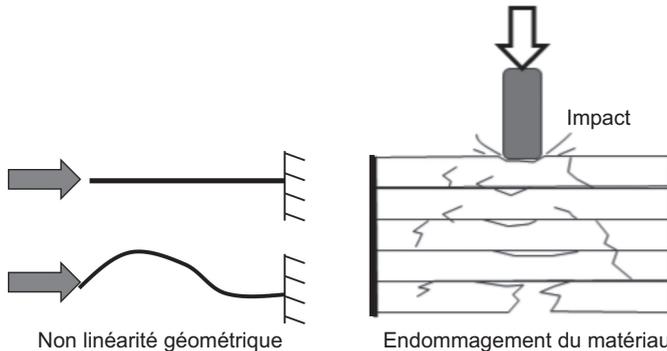


Figure 1.6 – Comportements non linéaires possibles d’une structure ou d’un matériau composite

On voit sur la Figure 1.7 comment les itérations sont conduites entre design (CAD) et analyse (CAE). Le designer suggère une première solution avec un découpage en zones et une définition des séquences d’empilement. L’analyste vérifie alors le concept avec la méthode des éléments finis, et modifie les épaisseurs et orientations locales des plis. Ces modifications sont intégrées par le designer qui revoit son épure avant de la soumettre à nouveau à l’analyste. Ce processus se poursuit jusqu’à l’obtention d’une solution qui satisfait l’ensemble des critères liés aux disciplines CAD/CAM/CAE.

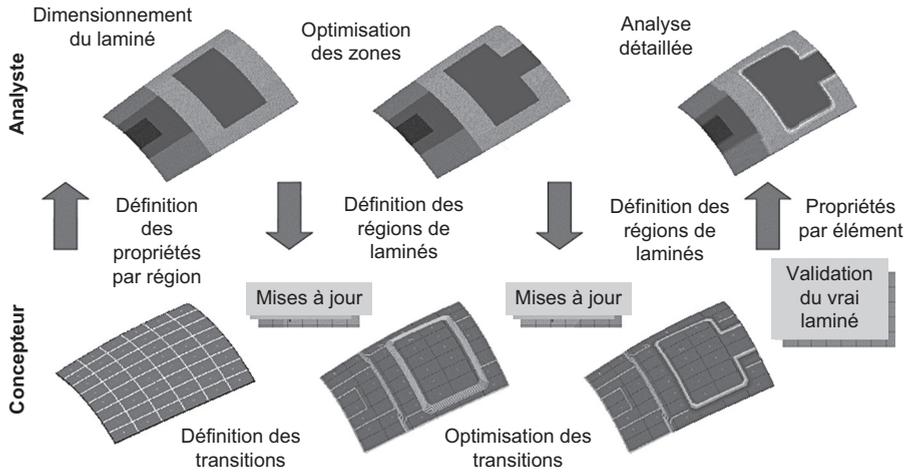


Figure 1.7 – Itérations entre CAD et CAE pour les structures composites [10]

Une particularité des structures en matériaux composites par rapport aux structures métalliques est le très grand nombre de paramètres nécessaires pour les décrire, comme les neuf paramètres qui déterminent les propriétés élastiques (là où deux sont suffisants pour un métal), les contraintes ou les déformations limites (là où une limite élastique est en général suffisante pour un métal), les indications de nombre de plis (par zone), ainsi que les orientations de fibres correspondantes. De plus, un très grand nombre de résultats d'analyse doit être pris en compte, car la rupture possible de chaque pli de chaque zone doit être évaluée, pour les différents cas de charge envisagés. Le procédé a une grande influence sur les propriétés de la structure, d'où une dispersion de comportement plus importante que pour les structures métalliques, conduisant également à de nombreux essais. L'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis est dans ce cas encore bien avantageux.

## 1.4 Objectif et structure du présent ouvrage

De manière à concevoir des structures composites de plus en plus complexes, aux performances élevées, en un minimum de temps et de coût, l'utilisation de la méthode des éléments finis est donc devenue incontournable.

Il y a quelques années, le dimensionnement des structures en composites était plus « simple » : le comportement des structures devait être linéaire, éventuellement non linéaire géométrique sans flambage. Si une limite était atteinte en contrainte ou en déformation dans un pli d'un élément du maillage pour un cas de charge, on ajoutait des plis jusqu'à ce qu'aucune limite ne soit atteinte. Aujourd'hui, on veut mesurer la tolérance aux dommages : on accepte que la structure soit endommagée, ait un comportement non linéaire, mais on doit vérifier qu'il reste de la marge par rapport à la rupture. Et pour certaines applications,

s'il y a rupture, on veut déterminer si cela conduit à la ruine totale de la structure ou si le « défaut » reste localisé. De nombreux travaux ont porté et portent encore sur les divers types de réparation possibles pour des structures composites, qu'elles s'endommagent en cours d'utilisation, ou qu'elles présentent un défaut de fabrication, que ce soit des stratifiés classiques ou des sandwichs.

On suppose que le lecteur est familier de la méthode des éléments finis, des éléments et de leur spécificité, des techniques de maillage, de la mécanique des milieux continus et de la mécanique non linéaire [11]. Ce livre se concentre sur les aspects CAE (IAO) et se propose de poser les bases de la formulation éléments finis appliquée aux matériaux composites, tout en présentant également des notions plus avancées comme la prise en compte des comportements non linéaires qui, par exemple, peuvent amener le matériau et la structure à s'endommager sous l'effet du chargement. On aborde également les aspects liés à la fabrication et aux composites soumis à des chargements extrêmes tels que le feu.

L'optimisation des structures en matériaux composites est également un élément important dans la phase de conception. Cet aspect n'est pas abordé dans ce livre. Le lecteur est renvoyé vers un ouvrage spécialisé qui couvre cette problématique [12].

## 1.5 Références

- [1] Gay D., 1991, *Matériaux composites*, 3<sup>e</sup> éd, Hermes.
- [2] Reyne M., 2006, *Solutions composites : thermodurcissables et thermoplastiques*, JEC Publications.
- [3] Baker A., Dutton S. & Kelly D., *Composite materials for aircraft structures*, AIAA Education Series.
- [4] Bruyneel M., Magneville B., Hack M., Naito T. & Urushiyama Y., 2015, « A practical and accurate solution for damage analysis of composite structures, with applications to automotive », *BENCHMark Magazine*, NAFEMS.
- [5] Thomas M., 2007, « Design of high-performance composite structures. State-of-the-art and challenges », *Courses on emerging techniques for damage prediction and failure analysis of laminated composite structures*, Cépaduès Éditions.
- [6] Herrmann R., 2020, *More Affordable Aircraft through Extended, Integrated and Mature Numerical Sizing*, Springer.
- [7] MAAXIMUS project : voir le site <https://trimis.ec.europa.eu> (projet Maaximus).
- [8] Bruyneel M. & Diaconu C., 2012, *Structural composites design: concepts and considerations. Encyclopédie des Composites*, Wiley & Sons.
- [9] Craveur J.-C., 2008, *Modélisation par éléments finis*, 3<sup>e</sup> éd, Dunod.
- [10] Siemens PLM Software : [www.plm.automation.siemens.com](http://www.plm.automation.siemens.com).
- [11] Craveur J.-C. & Jetteur P., 2010, *Introduction à la mécanique non linéaire : calcul des structures par éléments finis*, Dunod.
- [12] Bruyneel M., Craveur J.-C. & Gourmelen P., 2014, *Optimisation des structures mécaniques : méthodes numériques et éléments finis*, Dunod.



# Chapitre 2

# Théorie des laminés

## 2.1 Introduction et principes généraux

Ce chapitre présente la théorie classique des stratifiés. Elle traite le cas des matériaux composites à fibres continues constitués de plis unidirectionnels, de tissus ou de mats. Chaque pli est lui-même constitué de fibres et d'une matrice.

Dans ce chapitre on montre comment, sur base des propriétés mécaniques des fibres et de la matrice, et de la fraction volumique de fibres, on arrive à déterminer, par un calcul d'homogénéisation microscopique, les propriétés équivalentes d'un pli (Figure 2.1).

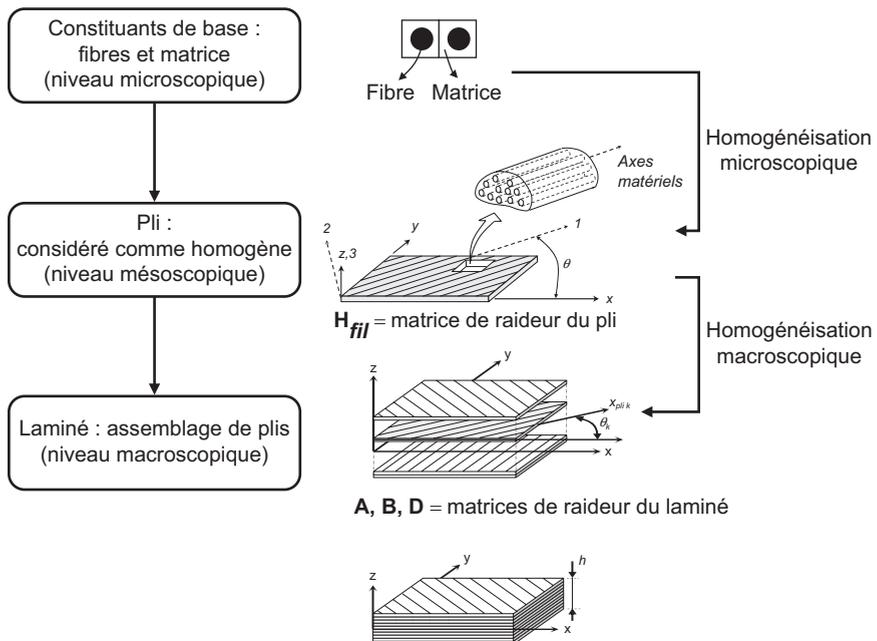


Figure 2.1 – Principe général d'homogénéisation dans le cas des laminés

On montre ensuite comment, sur base des propriétés mécaniques de chaque pli, de leur nombre et de leurs orientations spécifiques, on arrive à calculer par homogénéisation macroscopique les propriétés équivalentes du laminé d'épaisseur  $h$ ,

fait de la superposition de plis. À ce niveau, on fait l'hypothèse d'état plan de contraintes (EPC) et la théorie des plaques minces est expliquée.

Toutes ces propriétés peuvent être exprimées dans différents systèmes de coordonnées. En pratique, au niveau du pli, on utilise les axes matériels, encore appelés axes d'orthotropie ou axes filaires. Au niveau du laminé, fait de plis aux orientations différentes, on utilise un système de coordonnées unique à l'ensemble des plis, généralement appelé axes structuraux ou axes de référence (Figure 2.2). Les deux systèmes de coordonnées sont décalés d'un angle  $\theta$  correspondant à l'orientation des fibres du pli considéré.

Différents indices peuvent être utilisés pour représenter ces systèmes de coordonnées :  $(x,y,z)$ ,  $(1,2,3)$ ,  $(L, T, T')$ , L et T signifiant longitudinal et transversal. Dans cet ouvrage, le système de coordonnées  $(1,2,3)$  est utilisé pour représenter les axes matériels, et les indices  $(x,y,z)$  sont employés pour les axes structuraux (Figure 2.2).

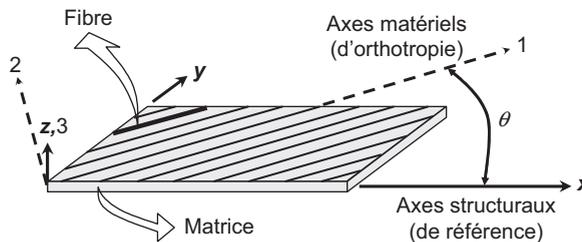


Figure 2.2 – Systèmes d'axes

Le but de la théorie classique des laminés est de calculer les propriétés mécaniques équivalentes du laminé en axes structuraux, d'en déterminer les déformations, et de retourner dans chaque pli, de manière à en vérifier la bonne tenue mécanique grâce à des critères de rupture exprimés dans les axes du matériau (Figure 2.3). L'hypothèse de base de la théorie des laminés est la linéarité : le matériau est élastique linéaire, les grandes déformations et grands déplacements ne sont pas pris en compte. Ces limitations seront levées dans les chapitres suivants.

## 2.2 Renforts et matrices

Le matériau composite est constitué d'une ou plusieurs phases discontinues (**renforts**) noyées dans une phase continue (**matrice**). Cette matrice est habituellement la plus souple et ses caractéristiques mécaniques sont moins bonnes que celles de la phase discontinue. Le renfort peut être caractérisé de diverses manières :

- sa forme (sphère ou cylindre),
- sa longueur (courte ou longue),
- sa concentration (fraction volumique ou fraction massique),

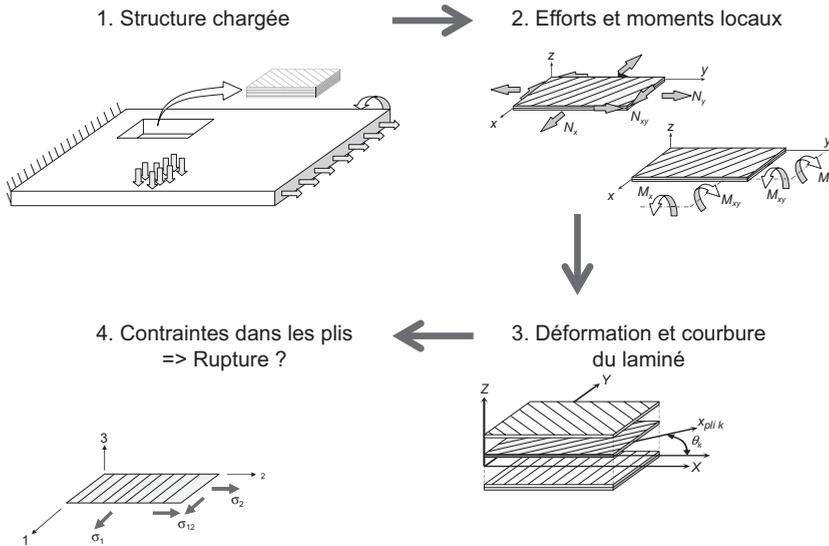


Figure 2.3 – Principe général de calcul des laminés

- sa disposition (anisotropie éventuelle),
- sa distribution (homogénéité ou hétérogénéité macroscopique).

Les **composites à particules**, utilisés dans des applications non structurales, ont des renforts de type particules, sans dimensions ni orientations privilégiées. Ce sont par exemple des billes de verre noyées dans la matrice. D'un point de vue calcul, ces matériaux sont souvent considérés comme isotropes dans les modélisations macroscopiques.

Les **fibres** sont en général constituées de matériaux de grandes performances mécaniques ; les matériaux usuels sont le carbone, le verre, l'aramide et le métal. Leur diamètre est de quelques microns, très petit par rapport à leur longueur. Selon le procédé de fabrication du composite, ces fibres peuvent être réunies en **fil** ou **mèches**, caractérisées par leur masse linéique, exprimée en tex.

Les **composites à fibres** ont des renforts de type fibres longues ou courtes par rapport aux dimensions de la structure. Dans le cas de fibres courtes, si elles sont orientées, par exemple du fait de l'injection de la pièce, le matériau composite a un comportement anisotrope. Si les fibres courtes n'ont pas d'orientation particulière dans le plan du pli, d'un point de vue macroscopique, le matériau du pli est généralement considéré comme isotrope dans son plan, le pli est appelé « **mat** ».

Les **unidirectionnels** ou UD sont des nappes de fibres longues et continues, disposées dans un plan et toutes orientées de la même manière. Le pli UD a des propriétés mécaniques orthotropes, bien qu'il soit souvent considéré dans les calculs comme orthotrope à isotropie transverse.