

Delphine Delbarre
Marie Warembourg

Prépas
scientifiques
1^{re} et 2^e années

Universités

Réussir en physique dans le supérieur

Les outils mathématiques indispensables

**NOUVEAUX
PROGRAMMES**

- Cours détaillé
- Points de méthode
- Exercices et sujets
d'examens corrigés
- Applications en physique



ellipses

Table des matières

Première partie - Mathématiques et applications en physique

1	Calculs vectoriels et systèmes de coordonnées	17
1.1	Mathématiques	17
1.1.1	Rappel sur les vecteurs	17
1.1.2	Changement de repères	20
1.1.3	Produits scalaires	21
1.1.4	Produits vectoriels	23
1.1.5	Produits mixtes	24
1.1.6	Barycentre	24
1.1.7	Droites et plans de l'espace	25
1.1.8	Système de coordonnées cartésiennes	27
1.1.9	Système de coordonnées polaires	30
1.1.10	Système de coordonnées cylindriques	31
1.1.11	Système de coordonnées sphériques	35
1.1.12	Exercices	39
1.2	Applications en physique	50
1.2.1	Electromagnétisme	50
1.2.2	Mécanique	58
1.2.3	Mécanique des fluides	75
1.2.4	Optique ondulatoire	78
2	Opérateurs différentiels vectoriels	81
2.1	Mathématiques	81
2.1.1	Généralités sur les champs	81
2.1.2	Grandeurs associées à un champ vectoriel $\vec{A}(M, t)$	82
2.1.3	Opérateur gradient noté $\vec{\text{grad}}$	86
2.1.4	Opérateur divergence noté $\vec{\text{div}}$	89
2.1.5	Opérateur rotationnel noté $\vec{\text{rot}}$	90
2.1.6	Opérateur laplacien noté Δ	92
2.1.7	Combinaison d'opérateurs	94
2.1.8	Action d'opérateurs sur des produits	94

2.1.9	Dérivée temporelle	94
2.1.10	Cas des champs proportionnels à $\exp(i\omega t - i\vec{k} \cdot \vec{r})$	95
2.1.11	Exercices	96
2.2	Applications en physique	104
2.2.1	Electromagnétisme	104
2.2.2	Mécanique des fluides	114
2.2.3	Physique des ondes	119
2.2.4	Phénomènes de diffusion thermique et moléculaire	121
3	Trigonométrie	123
3.1	Mathématiques	123
3.1.1	Trigonométrie dans un triangle rectangle	123
3.1.2	Cercle trigonométrique	124
3.1.3	Fonction sinus	125
3.1.4	Fonction cosinus	126
3.1.5	Fonction tangente	127
3.1.6	Fonction cotangente	127
3.1.7	Fonction arcsinus	128
3.1.8	Fonction arccosinus	129
3.1.9	Fonction arctangente	130
3.1.10	Fonction sinus hyperbolique	131
3.1.11	Fonction cosinus hyperbolique	131
3.1.12	Formulaire	132
3.1.13	Exercices	134
3.2	Applications en physique	138
3.2.1	Electromagnétisme	138
3.2.2	Optique ondulatoire	142
4	Dérivées	155
4.1	Mathématiques	155
4.1.1	Dérivée des fonctions de référence	156
4.1.2	Opérations sur les fonctions dérivables	157
4.1.3	Dérivée de la fonction composée de deux fonctions	159
4.1.4	Tangente	160
4.1.5	Coefficients binomiaux et formule de Leibniz	160
4.1.6	Exercices	161
4.2	Applications en physique	166
4.2.1	Mécanique des fluides	166
4.2.2	Optique ondulatoire	169

5	Développements limités	171
5.1	Mathématiques	171
5.1.1	Définition	171
5.1.2	Calculs du développement limité d'une fonction	172
5.1.3	Exercices	177
5.2	Applications en physique	181
5.2.1	Mécanique	182
5.2.2	Mécanique des fluides	188
5.2.3	Optique ondulatoire	190
5.2.4	Physique des ondes	192
6	Fonctions de plusieurs variables	195
6.1	Mathématiques	195
6.1.1	Représentation	195
6.1.2	Limite	196
6.1.3	Lignes de niveau	197
6.1.4	Dérivée d'une fonction à deux variables	198
6.1.5	Formes différentielles	203
6.1.6	Exercices	205
6.2	Applications en physique	213
6.2.1	Electromagnétisme	215
6.2.2	Mécanique	219
6.2.3	Mécanique des fluides	232
6.2.4	Physique des ondes	234
6.2.5	Diffusion moléculaire	237
7	Intégrales	241
7.1	Mathématiques	241
7.1.1	Intégrales simples	241
7.1.2	Intégrales curvilignes	255
7.1.3	Intégrales doubles	256
7.1.4	Intégrales triples	262
7.1.5	Exercices	263
7.2	Applications en physique	280
7.2.1	Electromagnétisme	280
7.2.2	Mécanique	290
7.2.3	Mécanique des fluides	294
7.2.4	Mécanique quantique	296
7.2.5	Physique des ondes	298
7.2.6	Diffusion thermique	299

8	Nombres complexes	307
8.1	Mathématiques	307
8.1.1	Définition des nombres complexes	307
8.1.2	Notation	307
8.1.3	Conjugué d'un nombre complexe	310
8.1.4	Racines carrés d'un nombre complexe	310
8.1.5	Equations du second degré à coefficients réels	311
8.1.6	Equations du second degré à coefficients complexes	312
8.1.7	Exercices	313
8.2	Applications en physique	325
8.2.1	Electromagnétisme	325
8.2.2	Mécanique quantique	331
8.2.3	Optique ondulatoire	339
9	Equations différentielles	343
9.1	Mathématiques	343
9.1.1	Généralités	343
9.1.2	Equations du premier ordre	344
9.1.3	Equations du second ordre à coefficients constants	349
9.1.4	Exercices	353
9.2	Applications en physique	363
9.2.1	Electromagnétisme	363
9.2.2	Mécanique	378
9.2.3	Mécanique des fluides	389
9.2.4	Mécanique quantique	401
9.2.5	Diffusion moléculaire	405
10	Etudes de fonctions, graphiques	409
10.1	Mathématiques	409
10.1.1	Domaine de définition d'une fonction	409
10.1.2	Fonctions paires et fonctions impaires	409
10.1.3	Variations	410
10.1.4	Limites et étude locale des fonctions	411
10.1.5	Représentation graphique	414
10.1.6	Fonction exponentielle	415
10.1.7	Fonction logarithme	416
10.1.8	Quelques théorèmes d'analyse	417
10.1.9	Exercices	418
10.2	Applications en physique	424
10.2.1	Mécanique des fluides	424
10.2.2	Mécanique quantique	431

11 Suites numériques	437
11.1 Mathématiques	437
11.1.1 Vocabulaire	437
11.1.2 Suites arithmétiques	439
11.1.3 Suites géométriques	440
11.1.4 Suites récurrentes d'ordre 2	441
11.1.5 Suites définies par récurrence	443
11.1.6 Exercices	444
11.2 Applications en physique	449
11.2.1 Optique ondulatoire	449
11.2.2 Physique des ondes	451
12 Signaux périodiques et séries de Fourier	459
12.1 Mathématiques	459
12.1.1 Séries de Fourier	459
12.1.2 Transformées de Fourier	466
12.1.3 Exercices	468
12.2 Applications en physique	490
12.2.1 Electromagnétisme	490
12.2.2 Optique ondulatoire	495
12.2.3 Physique des ondes	506
Seconde partie - Extraits de sujets de concours	
13 Electromagnétisme	519
13.1 Equilibre électrostatique et régime stationnaire (e3a)	519
13.2 Effet Meissner (CCINP)	532
13.3 Cavité accélératrice (CCS)	538
13.4 Mouvement d'un électron d'ionisation (CCMP)	541
13.5 Propagation d'ondes électromagnétiques (CCS)	547
14 Mécanique	567
14.1 Vibrations d'un moteur de compresseur (Mines d'Albi)	567
14.2 Chute de deux corps (e3a)	575
14.3 Déviation de projectiles (Concours National)	584
14.4 Etude d'un fil sur un arbre cylindrique (CCS)	594
14.5 Automated Transfer Vehicle (CCS)	603

15 Mécanique des fluides	615
15.1 Mouvement de sphères dans les fluides (CCINP)	615
15.2 Circulation sanguine (CCINP)	621
15.3 Mesure de la vitesse d'un liquide conducteur (CCS)	635
15.4 Une étude dynamique de la couche limite (CCS)	645
15.5 Déformations dans les écoulements (Agrégation)	664
16 Optique	675
16.1 Etude des ondes sismiques (e3a)	675
16.2 Modèle du faisceau gaussien (e3a)	689
16.3 Dispositif interférentiel de Mach Zender (CCINP)	698
16.4 Diffraction par une fente, par deux fentes (CCINP)	701
16.5 Contraste interférentiel (CCINP)	710
17 Physique des ondes	725
17.1 Onde élastique dans un barreau solide (e3a)	725
17.2 Propagation de la tension le long d'une ligne électrique (e3a)	737
17.3 Modèle de la poutre élancée (CCMP)	748
17.4 Oscillateur harmonique en physique quantique (CCMP)	756
17.5 L'effet tunnel (CCMP)	762
18 Thermodynamique et diffusion	773
18.1 Limitation de l'effet de serre grâce à un vitrage teinté (e3a)	773
18.2 Diffusion - Loi de Fick (e3a)	778
18.3 Diffusion en présence de convection (CCINP)	790
18.4 Ondes thermiques (CCINP)	797
18.5 Longueur de Debye dans un électrolyte (CCS)	803