

# Table des matières

<b>Préface à l'édition française</b>	<b>IX</b>
<b>Préface du traducteur</b>	<b>XI</b>
<b>Préfaces des éditions russes</b>	<b>XIII</b>
<b>Notations</b>	<b>XVII</b>

## Première partie. Problèmes

<b>Chapitre I. Problèmes introductifs</b>	<b>3</b>
1. Ensembles . . . . .	3
2. Inégalités . . . . .	10
3. Irrationalité . . . . .	20
<b>Chapitre II. Suites</b>	<b>25</b>
1. Calculs de limites . . . . .	25
2. Moyennes de suites . . . . .	28
3. Suites récurrentes . . . . .	32
<b>Chapitre III. Fonctions</b>	<b>35</b>
1. Continuité. Discontinuités . . . . .	35
2. Fonctions semi-continues . . . . .	38
3. Fonctions continues et dérivables . . . . .	39
4. Transformations continues . . . . .	45
5. Équations fonctionnelles . . . . .	47
<b>Chapitre IV. Séries</b>	<b>51</b>
1. Convergence . . . . .	51
2. Propriétés des séries numériques liées à la monotonie . . . . .	53
3. Énoncés divers . . . . .	56
4. Calcul de sommes de séries . . . . .	58
5. Séries de fonctions . . . . .	60
6. Séries trigonométriques . . . . .	62

<b>Chapitre V. Intégrales</b>	<b>67</b>
1. Intégrales impropres de fonctions d'une variable . . . . .	67
2. Calcul d'intégrales multiples . . . . .	70
<b>Chapitre VI. Développements asymptotiques</b>	<b>75</b>
1. Développement asymptotique d'intégrales . . . . .	75
2. La méthode de Laplace . . . . .	79
3. Développement asymptotique de sommes . . . . .	86
4. Développement asymptotique de fonctions implicites et de suites ré- currentes . . . . .	94
<b>Chapitre VII. Fonctions (suite)</b>	<b>99</b>
1. Convexité . . . . .	99
2. Fonctions lisses . . . . .	108
3. Polynômes de Bernstein . . . . .	112
4. Fonctions et suites presque périodiques . . . . .	116
<b>Chapitre VIII. Mesure de Lebesgue et intégrale de Lebesgue</b>	<b>123</b>
1. La mesure de Lebesgue . . . . .	123
2. Fonctions mesurables . . . . .	127
3. Fonctions intégrables . . . . .	130
4. L'intégrale de Stieltjes . . . . .	139
5. $\varepsilon$ -entropie et mesures de Hausdorff . . . . .	142
6. Comportement asymptotique d'intégrales multiples . . . . .	148
<b>Chapitre IX. Suites de fonctions mesurables</b>	<b>155</b>
1. Convergence en mesure et presque partout . . . . .	155
2. Convergence en moyenne. La loi des grands nombres . . . . .	158
3. Les fonctions de Rademacher. L'inégalité de Khintchine . . . . .	161
4. Séries de Fourier et transformée de Fourier . . . . .	168
<b>Chapitre X. Itérations de transformations d'un intervalle</b>	<b>181</b>
1. Dynamique topologique . . . . .	181
2. Transformations admettant une mesure invariante . . . . .	189

## Deuxième partie. Indications et solutions

<b>Solutions du chapitre I. Problèmes introductifs</b>	<b>201</b>
1. Ensembles . . . . .	201
2. Inégalités . . . . .	207
3. Irrationalité . . . . .	222

<b>Solutions du chapitre II. Suites</b>	<b>231</b>
1. Calculs de limites . . . . .	231
2. Moyennes de suites . . . . .	239
3. Suites récurrentes . . . . .	244
<b>Solutions du chapitre III. Fonctions</b>	<b>253</b>
1. Continuité et discontinuités de fonctions . . . . .	253
3. Fonctions continues et dérivables . . . . .	258
4. Transformations continues . . . . .	268
5. Équations fonctionnelles . . . . .	273
<b>Solutions du chapitre IV. Séries</b>	<b>279</b>
1. Convergence . . . . .	279
2. Propriétés des séries numériques liées à la monotonie . . . . .	283
3. Énoncés divers . . . . .	290
4. Calcul de sommes de séries . . . . .	296
5. Séries de fonctions . . . . .	298
6. Séries trigonométriques . . . . .	307
<b>Solutions du chapitre V. Intégrales</b>	<b>323</b>
1. Intégrales impropres de fonctions d'une variable . . . . .	323
2. Calcul d'intégrales multiples . . . . .	328
<b>Solutions du chapitre VI. Développements asymptotiques</b>	<b>337</b>
1. Développement asymptotique d'intégrales . . . . .	337
2. La méthode de Laplace . . . . .	348
3. Développement asymptotique de sommes . . . . .	362
4. Développement asymptotique de fonctions implicites et de suites récurrentes . . . . .	375
<b>Solutions du chapitre VII. Fonctions (suite)</b>	<b>383</b>
1. Convexité . . . . .	383
2. Fonctions lisses . . . . .	394
3. Polynômes de Bernstein . . . . .	404
4. Fonctions et suites presque périodiques . . . . .	416
<b>Solutions du chapitre VIII. Mesure de Lebesgue et intégrale de Lebesgue</b>	<b>427</b>
1. La mesure de Lebesgue . . . . .	427
2. Fonctions mesurables . . . . .	437
3. Fonctions intégrables . . . . .	440
4. L'intégrale de Stieltjes . . . . .	453

5. $\varepsilon$ -entropie et mesures de Hausdorff . . . . .	459
6. Comportement asymptotique d'intégrales multiples . . . . .	470
<b>Solutions du chapitre IX. Suites de fonctions mesurables</b>	<b>487</b>
1. Convergence en mesure et presque partout . . . . .	487
2. Convergence en moyenne. La loi des grands nombres . . . . .	489
3. Les fonctions de Rademacher. L'inégalité de Khintchine . . . . .	493
4. Séries de Fourier et transformée de Fourier . . . . .	506
<b>Solutions du chapitre X. Itérations de transformations d'un intervalle</b>	<b>535</b>
1. Dynamique topologique . . . . .	535
2. Transformations admettant une mesure invariante . . . . .	553
<b>Réponses</b>	<b>569</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>579</b>
<b>Table des renvois</b>	<b>585</b>
<b>Index</b>	<b>591</b>