Physique

exercices incontournables

j'intègre

EXERCICES
INCONTOURNABLES

PSI • PSI*

Jean-Noël Beury

Physique

exercices incontournables

DUNOD

Conception et création de couverture : Atelier 3+

5 rue Laromiguière, 75005 Paris
www.dunod.com

ISBN : 978-2-10-071267-0

Table des matières

Partie 5
Conversion de puissance

Partie 6
Ondes

Partie 1

Électronique

Plan

ALI-Oscillateurs

1

Exercice 1.1 : Montages fondamentaux avec des amplificateurs linéaires intégrés (ALI)

On considère quatre montages avec des amplificateurs linéaires intégrés idéaux.
On pose $\beta = \dfrac{R_3}{R_3 + R_4}$.

1. Déterminer la fonction de transfert pour les figures 1 et 2.

2. Déterminer la relation entre $v_E(t)$ et $v_S(t)$ par deux méthodes pour la figure 3. À $t = 0$, on applique une tension continue $v_E = -V_0 < 0$ au dispositif et le condensateur est déchargé. Déterminer la tension de sortie $v_S(t)$ pour $t > 0$.

3. Pour quelle valeur de v_E la tension de sortie de la figure 4 passe-t-elle de la valeur $v_S = V_{\text{sat}}$ à $v_S = -V_{\text{sat}}$? Tracer le graphe représentant v_S en fonction de v_E. Comment appelle-t-on ce montage ?

figure 1

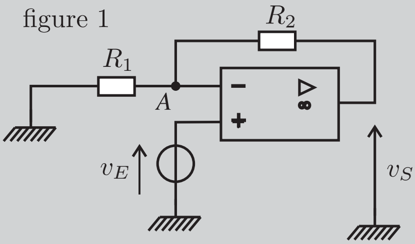


figure 2

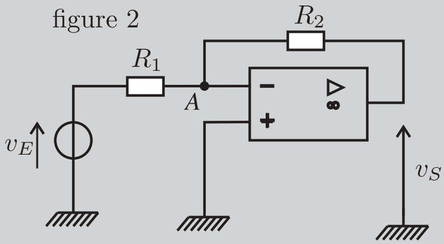


figure 3

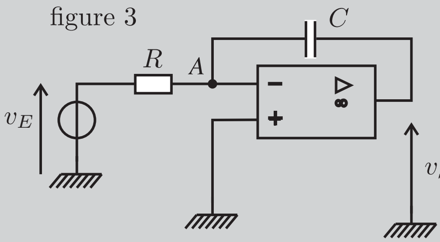
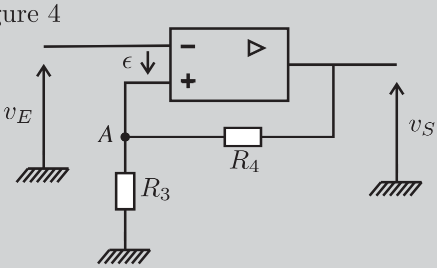


figure 4



Analyse du problème

Cet exercice reprend quelques montages fondamentaux avec des amplificateurs linéaires intégrés en régime linéaire ou en régime de saturation. On va voir plusieurs méthodes permettant d'obtenir l'équation différentielle.

Cours : La méthode générale pour la mise en équation dans les montages avec des amplificateurs linéaires intégrés est d'écrire

- le théorème de Millman ou la loi des noeuds en termes de potentiels à tous les noeuds sauf à la masse et à la sortie,
- l'équation de fonctionnement de l'amplificateur linéaire intégré : saturation positive ou saturation négative ou régime linéaire ($\epsilon = 0$ pour un amplificateur linéaire intégré idéal).

Figure 1 : On suppose l'amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire puisqu'on a une rétroaction de la sortie sur l'entrée inverseuse. Aucun courant ne rentre dans les entrées (+) et (–) et $\varepsilon = 0 - v_A = 0$.
On a deux inconnues : v_A et v_S. Il faut deux équations :

- théorème de Millman en A :

$$v_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_S}{R_2}$$

- amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire :

$$\varepsilon = v_E - v_A = 0$$

Comme $v_A = v_E$, on a :

$$\frac{v_S}{v_E} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

C'est un montage non-inverseur.

Figure 2 : On suppose l'amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire puisqu'on a une rétroaction de la sortie sur l'entrée inverseuse. Aucun courant ne rentre dans les entrées (+) et (-) et $\varepsilon = 0 - v_A = 0$.
On a deux inconnues : $v_A$et v_S. Il faut deux équations :

- théorème de Millman en A :

$$v_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_E}{R_1} + \frac{v_S}{R_2}$$

- amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire :

$$\varepsilon = 0 - v_A = 0$$

Comme $v_A = 0$, on a :

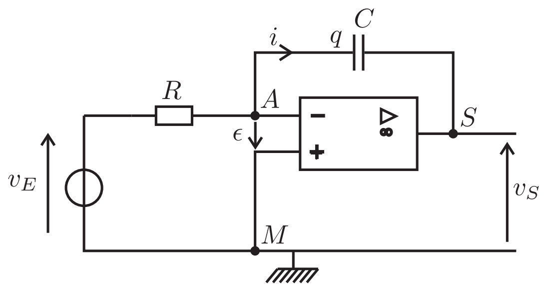
$$\frac{v_S}{v_E} = -\frac{R_2}{R_1}$$

C'est un montage inverseur.

Figure 3 :

Première méthode
On cherche à obtenir directement l'équation différentielle.

On suppose l'amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire puisqu'on a une rétroaction de la sortie sur l'entrée inverseuse. Aucun courant ne rentre dans les entrées (+) et (–) et $\varepsilon = 0 - v_A = 0$.



On a deux inconnues : v_A et v_S. Il faut donc deux équations :

• loi des noeuds en termes de potentiels en A :

$$\frac{v_e}{R} - i = 0$$

Il faut relier l'intensité i à la tension de sortie v_S. Soit q la charge du condensateur. On a $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,(v_A - v_S)$.

• amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire :

$$\varepsilon = 0 = 0 - v_A$$

Soit :

$$\frac{v_e}{R} + C\frac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t} = 0$$

On obtient finalement :

$$v_S\,(t) - v_S\,(0) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_e\,(t)\,\mathrm{d}t$$

On a donc un montage intégrateur. L'amplificateur linéaire intégré doit rester en régime linéaire pour fonctionner en intégrateur.

Deuxième méthode

On se place en régime sinusoïdal forcé pour calculer la fonction de transfert. On pourra en déduire directement l'équation différentielle.

Les deux équations sont :

• théorème de Millman en A :

$$\underline{V_A}\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right) = \frac{\underline{V_E}}{R} + \underline{V_S}\,jC\omega$$

• amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire :

$$\underline{\varepsilon} = 0 = 0 - \underline{V_A}$$

On a alors :

$$\underline{V_S} = -\frac{\underline{V_E}}{jRC\omega}$$

Soit :

$$j\omega\underline{V_S} = -\frac{\underline{V_E}}{RC}$$

On en déduit l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_e}{RC}$$

On retrouve bien le même résultat qu'avec la méthode 1.
À $t = 0$, $v_S = 0$ et $v_E = -V_0$. On intègre de 0 à t :

$$v_S(t) - 0 = \frac{V_0}{RC}t$$

Ce résultat est valable uniquement jusqu'à 15 V où on a une saturation de l'amplificateur linéaire intégré.

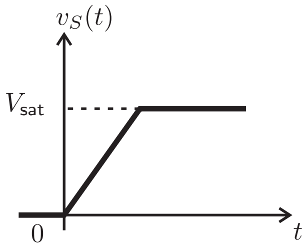


Figure 4 :
On n'a pas de rétroaction de la sortie sur l'entrée inverseuse. Le régime linéaire ne peut pas être stable. On a donc uniquement un régime de saturation positive ou négative. On définit :

$$\varepsilon = v_A - v_e$$

Cours
On a plusieurs modes de fonctionnement possible de l'amplificateur linéaire intégré. Pour analyser un tel montage, on fait des hypothèses de fonctionnement et on vérifie les hypothèses à la fin des calculs.

1^{re} hypothèse :
Supposons l'amplificateur linéaire intégré en régime de saturation positive.
Les deux équations sont :
- théorème de Millman en A :

$$v_A\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) = \frac{v_S}{R_4}$$

Soit :

$$v_A = \frac{R_3}{R_3 + R_4} v_S = \beta v_s$$

- amplificateur linéaire intégré en régime de saturation positive :

$$v_S = +V_{\text{sat}}$$

Remarque : On aurait pu appliquer la formule du diviseur de tension pour calculer V_A puisque $i_+ = 0$.

Vérification des hypothèses : Il faut que $\epsilon > 0$. Comme $v_A = \beta V_{\text{sat}}$, on doit avoir :

$$v_E < \beta V_{\text{sat}}$$

2^e hypothèse :
Supposons l'amplificateur linéaire intégré en régime de saturation négative. Les deux équations sont :

- théorème de Millman en A : C'est la même équation d'avec la première hypothèse. On a :

$$v_A = \beta v_s$$

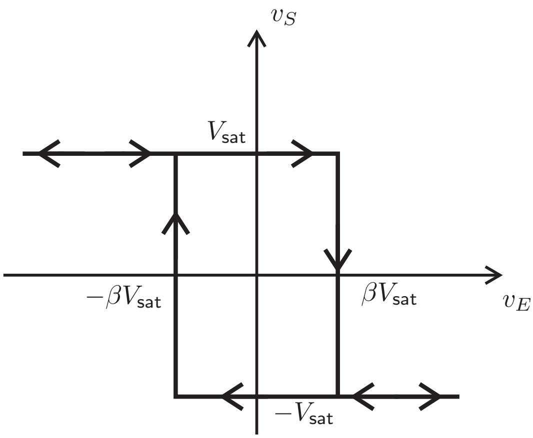
- amplificateur linéaire intégré en régime de saturation négative :

$$v_S = -V_{\text{sat}}$$

Vérification des hypothèses : Il faut que $\epsilon < 0$. Comme $v_A = -\beta V_{\text{sat}}$, on doit avoir :

$$v_E > -\beta V_{\text{sat}}$$

Conclusion : On a la caractéristique suivante :



Explication du sens de parcours du cycle :

- On augmente la tension v_E à partir d'une valeur inférieure à $-\beta V_{\text{sat}}$. La tension de sortie vaut V_{sat}. v_S vaut V_{sat} tant que v_E est inférieure à βV_{sat}.

On a un basculement de la tension de sortie de V_{sat} à $-V_{sat}$ quand v_E vaut βV_{sat}. Au delà, v_S vaut $-V_{sat}$ puisque v_E est comparée à $-\beta V_{sat}$.

- On diminue la tension v_E à partir d'une valeur supérieure à βV_{sat}. La tension de sortie vaut $-V_{sat}$. v_S vaut $-V_{sat}$ tant que v_E est supérieure à $-\beta V_{sat}$. On a un basculement de la tension de sortie de $-V_{sat}$ à V_{sat} quand v_E vaut $-\beta V_{sat}$. Au delà, v_S vaut V_{sat} puisque v_E est comparée à βV_{sat}.

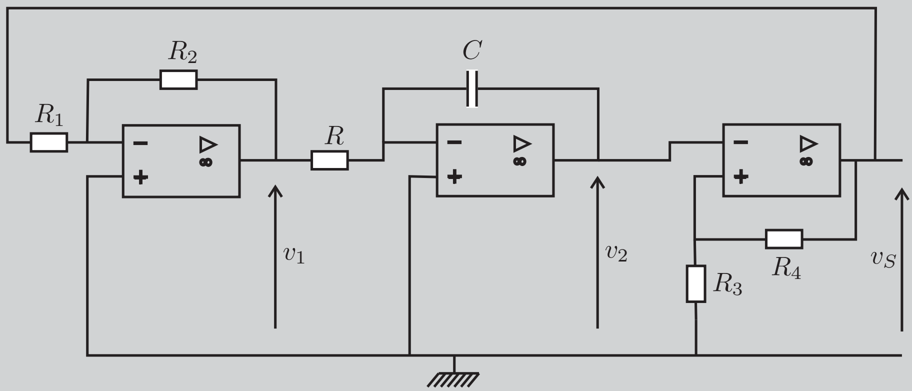
Une fois le basculement effectué, le seuil de comparaison change. Ce montage permet d'éviter des rebonds successifs. Le cycle est appelé cycle à hystérésis.

Exercice 1.2 : Oscillateur de relaxation

On considère le montage suivant reprenant les figures décrites dans l'exercice précédent. À l'instant $t = 0$, la tension de sortie v_S est égale à $v_S = V_{sat} = 14{,}7$ V et le condensateur est déchargé. On donne : $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$; $R_2 = 4{,}7\,\text{k}\Omega$; $R = 10\,\text{k}\Omega$; $C = 10\,\text{nF}$; $R_3 = 4{,}7\,\text{k}\Omega$; $R_4 = 10\,\text{k}\Omega$.

1. Étudier l'évolution ultérieure des tensions $v_S(t), v_1(t)$ et $v_2(t)$.

2. Tracer les graphes de ces trois tensions et calculer la fréquence des signaux obtenus.



Analyse du problème

Dans l'exercice précédent, on a analysé en détail le fonctionnement de chaque montage à amplificateur linéaire intégré. On travaille en régime transitoire. Il faut donc étudier le montage en partant de $t = 0$ avec une saturation positive d'après l'énoncé. On reste en saturation positive tant que v_2 est inférieure à βV_{sat}. On calcule le temps t_1 correspondant au premier basculement puis le temps t_2 correspondant au deuxième basculement.

Il ne faut pas utiliser les notations complexes pour analyser le montage globalement car le circuit n'est pas linéaire. Par contre, on peut utiliser les complexes pour déterminer l'équation différentielle reliant v_1 et v_2.

1. Régime de saturation positive entre $t = 0$ et $t = t_1$:

La tension de sortie vaut : $v_S = 14{,}7\ \mathrm{V}$.

On en déduit que : $v_1 = -\dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}} = -6{,}9\ \mathrm{V}$.

On a vu que $\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{-v_1}{RC} = \dfrac{1}{RC}\dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}}$.

On a donc :

$$v_2(t) - v_2(0) = \frac{1}{RC}\frac{R_2}{R_1} V_{sat}\, t = 69000\, t$$

La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier de façon discontinue. Le condensateur est déchargé à $t = 0$, donc :

$$v_2(t) = 69000\, t$$

Vérification des hypothèses : Il faut que $v_2 < \beta V_{\text{sat}}$.

Pour $t = t_1$, v_2 atteint $\beta V_{\text{sat}} = 4{,}7\ \mathrm{V}$. Il y a basculement de la tension de sortie de V_{sat} à $-V_{\text{sat}}$.

Pour $t = t_1$, on a : $69000 t_1 = \beta V_{\text{sat}}$. D'où :

$$t_1 = 6{,}81 \times 10^{-5}\ \text{s}$$

Régime de saturation négative entre $t = t_1$ et $t = t_2$:

La tension de sortie vaut : $v_S = -14{,}7\ \mathrm{V}$.

On en déduit que : $v_1 = \dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}} = 6{,}9\ \mathrm{V}$.

On a vu que $\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{-v_1}{RC} = -\dfrac{1}{RC}\dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}}$.

On a donc :

$$v_2(t) - v_2(t_1) = -\frac{1}{RC}\frac{R_2}{R_1} V_{sat}(t - t_1) = -69000(t - t_1)$$

La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier de façon discontinue. La tension aux bornes du condensateur vaut 4,7 V à $t = t_1$, donc :

$$v_2(t) = 4{,}7 - 69000(t - t_1)$$

Vérification des hypothèses : il faut que $v_2 > -\beta V_{\text{sat}}$

Pour $t = t_2$, v_2 atteint $-\beta V_{\text{sat}} = -4{,}7\ \mathrm{V}$. Il y a basculement de la tension de sortie de $-V_{\text{sat}}$ à V_{sat}.

Pour $t = t_2$, on a : $v_2(t_2) = -4{,}7 = 4{,}7 - 69000\,(t_2 - t_1)$. D'où :

$$t_2 - t_1 = 1{,}36 \times 10^{-4}\ \text{s}$$

Attention au montage intégrateur avec les conditions initiales. Il est inutile de remplacer t_1 par une expression qui peut être compliquée. Il est préférable de garder des termes en $t - t_1$.

2. Régime de saturation positive entre $t = t_2$ et $t = t_3$:
La tension de sortie vaut : $v_S = 14,7$ V.

On en déduit que : $v_1 = -\dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}} = -6,9$ V.

On a vu que $\dfrac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{-v_1}{RC} = \dfrac{1}{RC}\dfrac{R_2}{R_1} V_{\text{sat}}$.

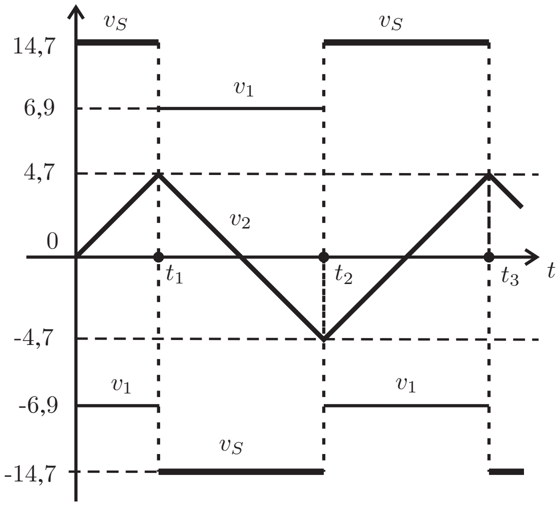
On a donc :

$$v_2(t) - v_2(t_2) = \frac{1}{RC}\frac{R_2}{R_1} V_{sat}\, t = 69000\, t$$

La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier de façon discontinue. La tension aux bornes du condensateur vaut $-4,7$ V à $t = t_2$, donc :

$$v_2(t) = -4,7 + 69000(t - t_2)$$

Vérification des hypothèses : Il faut que $v_2 < \beta V_{\text{sat}}$.
Pour $t = t_3$, v_2 atteint $\beta V_{\text{sat}} = 4,7$ V. Il y a basculement de la tension de sortie de V_{sat} à $-V_{\text{sat}}$.



Oscillations périodiques :
On a des signaux périodiques de période $T = t_3 - t_1$.
D'après l'étude précédente, on a $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$. La période des oscillations est :

$$T = 2(t_2 - t_1)$$

La fréquence des signaux est donc :

$$f = \frac{1}{T} = 3670 \text{ Hz}$$

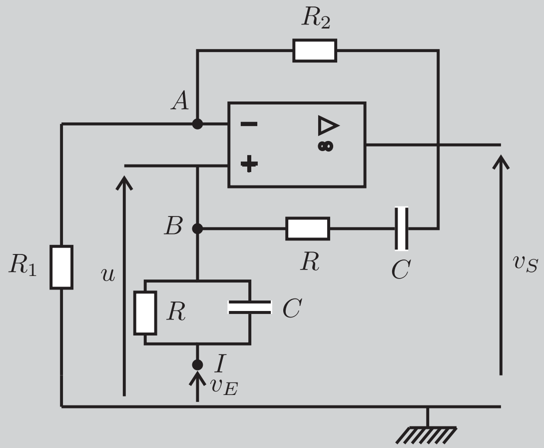
Exercice 1.3 : Oscillateur à pont de Wien*

L'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire. La tension v_E est une tension sinusoïdale, de pulsation ω. On pose $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$, $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ et $X = x - \dfrac{1}{x}$.

1. Déterminer $K = \dfrac{\underline{V_S}}{\underline{U}}$. Exprimer $\underline{U}$ en fonction de $\underline{V_E}$ et $\underline{V_S}$. Montrer que l'on peut écrire : $\underline{U} = \underline{T}\,\underline{V_E} + \dfrac{1}{3 + jX}\underline{V_S}$.

2. Exprimer $\underline{V_S}$ en fonction de K, X et $\underline{V_E}$.

3. Déterminer la valeur du couple (K, ω) pour laquelle on a des oscillations sinusoïdales avec une tension d'entrée nulle.



Analyse du problème

Après avoir déterminé la fonction de transfert, on va en déduire la condition pour avoir des oscillations sinusoïdales avec une tension d'entrée nulle.

1. On applique le théorème de Millman en A et comme l'amplificateur linéaire intégré est idéal en régime linéaire : $\epsilon = 0$. On a donc :

$$\left|\begin{array}{l} \underline{V_A}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = \dfrac{\underline{V_S}}{R_2} \\ \underline{V_A} = \underline{U} \end{array}\right.$$

D'où $\underline{U}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = \dfrac{\underline{V_S}}{R_2}$, soit : $\underline{U} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\underline{V_S}$.

On en déduit :

$$K = \frac{\underline{V_S}}{\underline{U}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

On applique le théorème de Millman en B :

$$\underline{V_B}\left(\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}}\right) = \frac{\underline{V_S}}{R + \frac{1}{jC\omega}} + \underline{V_E}\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)$$

Pour bien mener à terme les calculs, il ne faut pas multiplier par l'expression conjuguée. Il est préférable de faire intervenir le plus vite possible des termes en $jx = jRC\omega$.

D'où :

$$\underline{V_B}\left(1 + jRC\omega + \frac{1}{1 + \frac{1}{jRC\omega}}\right) = \frac{\underline{V_S}}{1 + \frac{1}{jRC\omega}} + \underline{V_E}\,(1 + jRC\omega)$$

Comme $\underline{V_B} = \underline{U}$, on a :

$$\underline{U}\left(1 + jx + \frac{1}{1 + \frac{1}{jx}}\right) = \frac{\underline{V_S}}{1 + \frac{1}{jx}} + \underline{V_E}\,(1 + jx)$$

On multiplie par $1 + \dfrac{1}{jx}$:

$$\underline{U}\left((1 + jx)\left(1 + \frac{1}{jx}\right) + 1\right) = \underline{V_S} + \underline{V_E}\,(1 + jx)\left(1 + \frac{1}{jx}\right)$$

D'où :

$$\underline{U}\left(3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)\right) = \underline{V_S} + \underline{V_E}\left(2 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)\right)$$

On obtient finalement :

$$\underline{U} = \underline{V_E}\frac{2 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)} + \frac{\underline{V_S}}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

soit :

$$\underline{U} = \underline{T}\,\underline{V_E} + \frac{1}{3 + jX}\underline{V_S} \quad \text{avec} \quad \underline{T} = \frac{2 + jX}{3 + jX}$$

2. D'après la question 1 : $\underline{U} = \frac{\underline{V_S}}{K}$. On a donc :

$$\frac{\underline{V_S}}{K} = \frac{2+jX}{3+jX}\underline{V_E} + \frac{1}{3+jX}\underline{V_S}$$

Soit : $\underline{V_S}\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{3+jX}\right) = \frac{2+jX}{3+jX}\underline{V_E}$. On obtient finalement :

$$\underline{V_S} = \frac{K(2+jX)}{3-K+jX}\underline{V_E}$$

3. Obtention de l'équation différentielle

On fait le produit en croix :

$$\underline{V_S}\left(3-K+j\left(x-\frac{1}{x}\right)\right) = K\left(2+j\left(x-\frac{1}{x}\right)\right)\underline{V_E}$$

On multiplie par jx :

$$\underline{V_S}\left((3-K)\,jx+(jx)^2+1\right) = K\left(2jx+(jx)^2+1\right)\underline{V_E}$$

Pour en déduire l'équation différentielle reliant $v_S(t)$ et $v_E(t)$, il faut remplacer formellement $jx = \frac{j\omega}{\omega_0}$ par $\frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, $\underline{V_E}$ par $v_E(t)$ et $\underline{V_S}$ par $v_S(t)$.

On en déduit directement l'équation différentielle reliant $v_S(t)$ et $v_E(t)$:

$$(3-K)\frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\omega_0^2}\frac{\mathrm{d}^2v_S}{\mathrm{d}t^2} + v_S = K\left(2\frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}v_E}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\omega_0^2}\frac{\mathrm{d}^2v_E}{\mathrm{d}t^2} + v_E\right)$$

Pour $v_E = 0$, on a l'équation d'un oscillateur harmonique si $K = 3$. On a alors :

$$\frac{\mathrm{d}^2v_S}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 v_S = 0$$

On a donc des oscillations sinusoïdales de pulsation $\omega = \omega_0$.

Remarque

On va étudier dans l'exercice suivant la naissance des oscillations. Le terme $(3-K)$ ne peut pas être rigoureusement nul en pratique. Il doit être négatif pour observer la naissance des oscillations.

Exercice 1.4 : Oscillateur à résistance négative

L'amplificateur linéaire intégré est idéal. On note V_{sat} et $-V_{sat}$ les tensions de saturation positive et négative.

1. On considère le montage de la figure 1. Donner la relation entre v et i en régime linéaire et en régime de saturation. Quelle est la condition sur i pour être en régime linéaire ? Construire le graphe $v = f(i)$. Dans quelle partie le montage est-il équivalent à une résistance négative ? Donner une interprétation physique.

figure 1

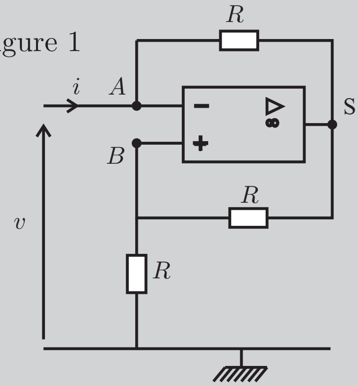
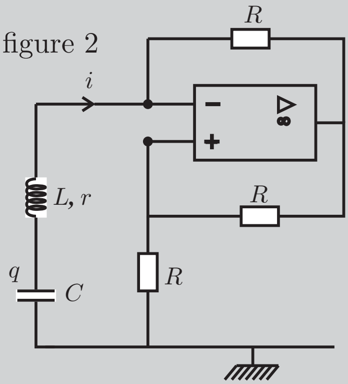


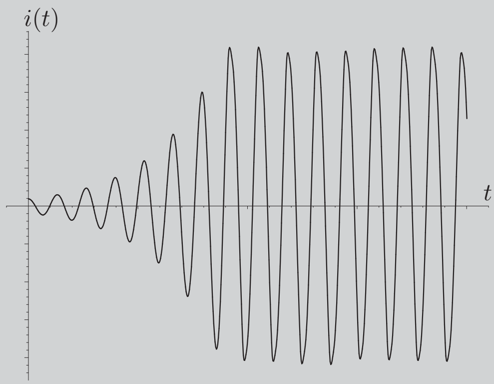
figure 2



2. Pour le montage de la figure 2, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $i(t)$ en régime linéaire et en régime de saturation.

3. Quelle est la condition sur R pour avoir des oscillations sinusoïdales ?

4. Interpréter l'enregistrement suivant avec des conditions initiales quasi nulles. Pourquoi doit-on avoir $r < R$ pour avoir des oscillations quasi sinusoïdales ?



Analyse du problème

La connaissance de la caractéristique du dipôle de la figure 1 permettant de simplifier l'étude du montage de la figure 2.

On va étudier la naissance des oscillations avec une phase initiale d'amplification où l'amplificateur linéaire intégré est en régime linéaire.

1. Régime linéaire :

Bilan des inconnues : v_S, v et v_B. On cherche à les exprimer en fonction de i.

Il faut donc écrire 3 équations :

| théorème de Millman en B
| loi des noeuds en termes de potentiels en A
| amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire

On a donc :

$$\left|\begin{array}{l} v_B\left(\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}\right)=\dfrac{v_S}{R} \\ i+\dfrac{(v_S-v)}{R}=0 \\ \varepsilon=v_B-v=0 \end{array}\right.$$

D'où : $v_S = R\left(\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}\right)v = 2v.$

On en déduit que :

$$v = -Ri \text{ (en convention récepteur)}$$

Il ne faut pas oublier de **vérifier les hypothèses**. Les calculs précédents sont valables à condition d'être en régime linéaire. Il faut donc que $|v_S| \leqslant V_{sat}$.

Les relations précédentes donnent : $v_S = -2Ri$.

On appelle i_0 la valeur de i pour laquelle v_S vaut $-V_{\text{sat}}$:

$$i_0 = \frac{V_{sat}}{2R}$$

Pour être en régime linéaire, on doit donc avoir :

$$|i| \leqslant i_0$$

Régime de saturation positive ou négative :

Les trois équations s'écrivent :

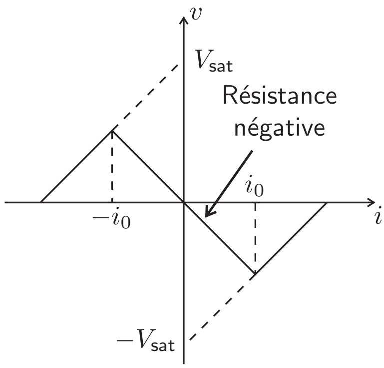
$$\left|\begin{array}{l} v_B\left(\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}\right)=\dfrac{v_S}{R} \\ i+\dfrac{(v_S-v)}{R}=0 \\ v_S=\pm V_{sat} \end{array}\right.$$

On a alors :

$$v = Ri + V_S$$

Caractéristique :

On en déduit la caractéristique donnant v en fonction de i :



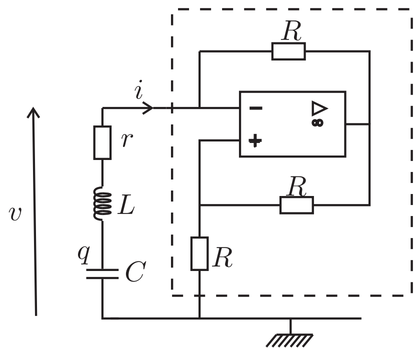
Pour $i \in [-i_0, i_0]$, le montage est équivalent à une résistance négative. C'est en fait un générateur de tension proportionnelle à l'intensité. L'énergie vient de l'alimentation de l'amplificateur linéaire intégré qui n'est pas représentée sur le schéma mais qu'il ne faut pas oublier en TP !

2. On a étudié dans la question précédente le dipole représenté en pointillés.

Régime linéaire :

L'équation différentielle s'écrit :

$$v = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} - ri = -Ri$$



D'après les orientations de i et q,

$$i = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

De très nombreuses erreurs de signe sont commises lors de la mise en équation : loi d'Ohm, relation entre i et q, relation entre q et la tension aux bornes du condensateur.

En dérivant l'équation précédente par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{(r-R)}{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{LC} = 0$$

Le système est donc divergent si $R > r$. Ce régime reste valable tant que la tension v_S n'atteint pas la saturation de l'amplificateur opérationnel. On n'a plus la même équation différentielle une fois la saturation atteinte.

Régime de saturation positive ou négative :

L'équation différentielle s'écrit :

$$v = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} - ri = Ri + v_S$$

On est en régime de saturation avec $v_S = \pm V_{sat}$. En dérivant l'équation précédente par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{(r+R)}{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{LC} = 0$$

On a donc un régime convergent.

3. Pour $r = R$, on retrouve l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{i}{LC} = 0$$

On peut donc avoir des oscillations sinusoïdales.

Remarque : Dans l'exercice précédent, on a utilisé une deuxième méthode qui utilise la fonction de transfert permettant de trouver une condition pour avoir des oscillations sinusoïdales.

4. Analyse de la courbe :

- À $t = 0$, les conditions initiales sont quasi nulles. L'amplificateur linéaire intégré est en régime linéaire. On a une phase d'amplification. L'énergie reçue vient de l'alimentation de l'amplificateur linéaire intégré. On observe sur la courbe un régime pseudo-périodique divergent.
- Il y a ensuite une saturation de l'amplificateur linéaire intégré. On n'a plus la même équation différentielle et on observe une phase d'amortissement.
- On a ensuite une alternance des phases d'amplification et d'amortissement. Un équilibre peut se créer et on obtient d'après la figure des solutions quasi sinusoïdales.

Conclusion :

- $r > R$: le système ne peut pas démarrer. On a toujours une phase d'amortissement et on ne peut pas observer la naissance des oscillations.
- $r = R$ est un cas théorique puisqu'en pratique, on n'a pas l'égalité parfaite.
- $r < R$: on peut observer la naissance des oscillations.

2 Électronique numérique

Exercice 2.1 Condition de Shannon

On souhaite réaliser l'échantillonnage d'un signal $s(t)$. Les paramètres de l'échantillonnage sont : N nombre de points, et f_e fréquence d'échantillonnage.

1. Que vaut la période d'échantillonnage et l'intervalle minimum entre deux raies pour $N = 1000$ et $f_e = 20$ kHz. Comment s'applique le théorème de Shannon dans ces conditions ? Comment diminuer l'intervalle minimum entre deux raies ? Comment échantillonner un signal de fréquence plus élevée ?

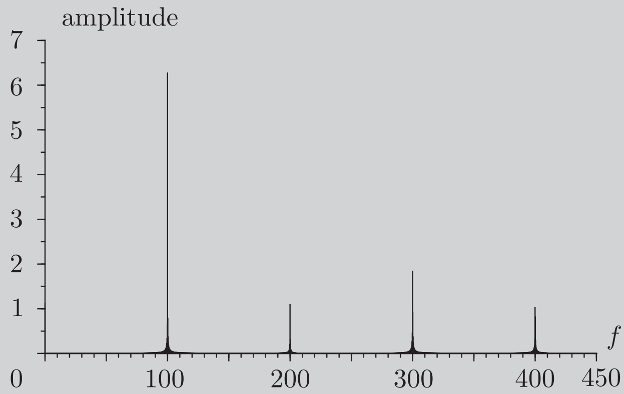
2. Le nombre de points d'échantillonnage est imposé pour un oscilloscope. Proposer une valeur de t_{obs} pour visualiser deux signaux sinusoïdaux de fréquence 4000 et 4020 Hz avec $N = 4096$.

3. On souhaite visualiser le spectre de Fourier d'un signal créneau d'amplitude 5 V et de fréquence 100 Hz.
Le programme suivant permet de visualiser un signal et le spectre de Fourier. Cet algorithme sera utilisé dans l'exercice suivant. Proposer une valeur de N et de la fréquence d'échantillonnage.

```
clear
N=... //nombre de points au total
Fe = ..., Te = 1/Fe, amp = 5, F = 100, T = 1/F, Nbperiode = round(N × Te/T),
Nbptssignal = round(T/Te)
t = [0 : Te : (N − 1) × Te]
for i = 1 : N
j = modulo(i, Nbptssignal)
if (j < (Nbptssignal/2)) then
s(i) = amp
else s(i) = −amp
end;
end;
//spectre de Fourier
pasf = Fe/N //pas en fréquence
f = pasf × [0 : N − 1]
sfft=fft(s, −1)
xset("window",1) //fenêtre numéro 1
clf
```

```
xset("font size",0.5)
subplot(2,1,1);
plot2d(t, s)
xtitle("Signal en fonction du temps")
subplot(2,1,2);
plot2d3(f(1 : N/2), 1/N × 2 × abs(sfft(1 : N/2))) //spectre corrigé en divisant par N et *2 car fonction paire de la TF.
xtitle("Spectre de Fourier") //plot2d3 permet d'afficher les raies
```

4. On observe le spectre de Fourier d'un signal créneau avec $f_e = 900$ Hz. Interpréter.



Analyse du problème

Il faut bien définir les paramètres de l'échantillonnage pour pouvoir appliquer le théorème de Shannon. Si le théorème de Shannon n'est pas vérifié, on observe un repliement du spectre.

1. a) L'échantillonnage permet de prélever un ensemble de N valeurs prises à des instants discrets séparés de T_e que l'on appelle la période d'échantillonnage.

Le premier point correspond à $t = 0$, le deuxième à $t = T_e$, le $i^{\text{ème}}$ point à $t = (i-1)\,T_e$ et le $N^{\text{ème}}$ point à $t = (N-1)\,T_e$.

La durée d'observation du signal est donc égale à $t_{\text{obs}} = (N-1)\,T_e$. Si N est très grand, alors on fait souvent l'approximation que $t_{\text{obs}} \approx NT_e$.

La période d'échantillonnage vaut : $T_e = \dfrac{1}{f_e} = 50\,\mu$s.

L'intervalle minimal entre deux raies dans le domaine spectral est :

$$\Delta f = \frac{1}{t_{\text{obs}}} = \frac{1}{NT_e} = \frac{f_e}{N} = 20\text{ Hz}$$