Joseph KANE • Morton STERNHEIM

Physique

Traduit par

Michel Delmelle, Roger Evrard, Jean Schmit
Université de Liège

Jean-Pol Vigneron
Facultés universitaires Notre-Dame-de-la-Paix, Namur

4e édition revue par

Philippe GHOSEZ
Maryse HOEBEKE
Gabriel LLABRÉS

DUNOD

Cette 4e édition corrigée a été réalisée par Philippe Ghosez, Maryse Hoebeke et Gabriel Llabrés, avec l'autorisation expresse de John Wiley and Sons, Inc.

La 2e édition de cet ouvrage a été publiée aux États-Unis par John Wiley and Sons, Inc., New York, sous le titre *Physics, Second Edition* (© 1978, 1984 by John Wiley and Sons, Inc.) et sa traduction française par InterÉditions en 1986.

Illustration de couverture : © Istock
Partie 1 © yanlev - Fotolia ; Partie 2 © V & P Photo Studio Fotolia ;
Partie 3 © Chris - Fotolia ; Partie 4 © the_light writer - Fotolia ;
Partie 5 © high waystarz - Fotolia ; Partie 6 © foto_images - Fotolia ;
Partie 8 © Extensia - Fotolia ; Partie 9 © Delphotostock - Fotolia

À ma famille. JK

À ma femme, Helen et à mes enfants Laura, Amy et Jeffrey. MS

11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-076175-3

Table des matières

PARTIE 5
ÉLECTRICITÉ ET MAGNÉTISME

PARTIE 6
LES ONDES

PARTIE 7
PHYSIQUE MODERNE

Avant-propos aux 3^{e} et 4^{e} éditions

Cette nouvelle édition de l'ouvrage de Messieurs Kane et Sternheim reste fidèle à l'esprit des éditions précédentes : bien que principalement destinée aux étudiants en sciences de la vie et de la santé (biologie, médecine, dentisterie, pharmacie, sciences biomédicales, kinésithérapie, éducation physique, médecine vétérinaire...), elle couvre tous les domaines de la physique générale et sera donc adaptée à toute formation scientifique requérant des connaissances de base en physique (géographie, géologie, agronomie, sciences de l'environnement...). Cette nouvelle édition se veut cependant plus actuelle et plus attractive. Elle est également plus rigoureuse d'un point de vue mathématique sans être pour autant plus difficile à aborder.

Outre la réactualisation de certaines parties devenues obsolètes, le livre a été enrichi, à la fin de chaque chapitre, de dossiers pédagogiques offrant à l'étudiant une synthèse des concepts clés en lui procurant de nouveaux outils pour évaluer ses connaissances. Au-delà du résumé et des phrases à compléter de la seconde édition, nous proposons ainsi des QCM, permettant une évaluation rapide de la compréhension des différentes matières, et des problèmes résolus, amenant l'étudiant à se familiariser avec la démarche de résolution. Des problèmes plus transversaux ont également été ajoutés.

Nous avons réintroduit, tout au long de l'ouvrage, davantage de rigueur mathématique. Loin de vouloir rebuter les étudiants ne possédant qu'un faible bagage mathématique et souvent mal à l'aise face aux notions abstraites, ce choix a été motivé par deux types de considérations. D'une part, il nous a semblé important de confronter et de familiariser les étudiants, dès le début de leurs études, à la rigueur qui doit accompagner toute démarche scientifique. D'autre part, une trop grande simplification est souvent source d'erreur et de confusion. On s'aperçoit à l'usage que les notions de mathématiques élémentaires réintroduites, loin d'engendrer une complexité complémentaire, aident grandement à la compréhension et à l'assimilation de certaines matières.

Cette nouvelle édition n'aurait pu être réalisée sans l'aide de nombreuses personnes, à commencer par les étudiants dont les questions et les commentaires nous ont amenés à faire évoluer l'ouvrage. Nous remercions plusieurs générations d'assistants du collectif de Physique pour les Sciences de la Vie de l'Université de Liège et en particulier P. Clippe et N.D. Nguyen pour la révision des exercices et la relecture de certains chapitres. Nos remerciements s'adressent également à J. Delcourt et C. François, S. Demarche et A. Ortega-Millan pour leur aide et leur soutien logistique. Merci enfin à nos conjoints – Sophie, Serge et Anne – et à nos enfants – Arthur, Marie, Vincent, Simon et Jérôme – pour leur patience et leurs encouragements tout au long de la réactualisation de l'ouvrage.

Philippe GHOSEZ

Maryse HOEBEKE

Gabriel LLABRÉS

Avant-propos de la 2^{e} édition

Ce cours de physique s'adresse à des étudiants d'origines diverses. Il s'appuie sur l'expérience d'un enseignement que nous avons dispensé à une majorité d'étudiants spécialisés dans différents domaines des sciences de la vie – zoologie, études prémédicales, botanique, technologie médicale, sylviculture et éducation physique – accompagnés de quelques étudiants spécialisés dans d'autres domaines extérieurs à la biologie. La plupart étaient des étudiants de seconde année qui avaient suivi un enseignement de premier cycle en chimie, mathématiques et biologie, mais on comptait aussi parmi eux des étudiants de première année et quelques étudiants diplômés. En général, ils n'avaient pas étudié la physique au lycée. Beaucoup possédaient des notions de calcul différentiel, mais doutaient généralement de leur capacité à utiliser sérieusement cet outil mathématique.

Ce livre diffère par plusieurs aspects des manuels de physique traditionnels destinés aux scientifiques. En premier lieu, le choix des domaines de la physique de base à traiter ou à développer particulièrement a été déterminé en fonction de l'intérêt et des besoins des étudiants en sciences de la vie. C'est pourquoi il a été nécessaire d'inclure des domaines rarement traités ailleurs comme l'optique géométrique, la mécanique des fluides et l'acoustique. D'autre part, certaines parties de la physique contemporaine, comme la physique des particules et l'astrophysique, ont été réduites au minimum en raison de leur faible impact direct sur la biologie.

La seconde différence importante est que de nombreux exemples ont été empruntés aux systèmes biologiques, ce qui contraste avec l'utilisation habituelle d'exemples tirés de la technologie. Ainsi, les problèmes de corps rigides s'inspirent à plusieurs reprises de la biomécanique ; les exemples de résistance et de capacité sont empruntés à la conduction nerveuse ; l'entretien de la température du corps sert d'illustration aux phénomènes de transport thermique et de chaleur latente, et ainsi de suite. L'instrumentation utilisée dans le domaine biomédical est discutée à chaque fois qu'elle permet d'illustrer un principe physique.

La troisième caractéristique de ce livre, peut-être la plus significative et originale, est qu'il contient des chapitres et des paragraphes entièrement consacrés à l'application détaillée de la physique aux systèmes biologiques. Ces discussions motivent l'étudiant à apprendre la physique en lui démontrant combien son usage est pertinent dans les sciences de la vie, tout en mesurant son degré de compréhension des principes physiques impliqués. Elles montrent aussi l'unité de la science en faisant appel à des concepts empruntés à la physique, à la biologie et à la chimie.

Cependant, aucune connaissance préalable particulière en biologie ou en chimie n'est requise.

Chaque chapitre comporte un grand nombre d'exercices. Regroupés par thèmes, ces derniers permettent à l'étudiant de tester sa compréhension fondamentale de la matière et d'acquérir plus d'assurance. Le livre contient également des problèmes, plus généraux.

Bien que nous ayons inclus beaucoup de matières que l'on ne trouve pas généralement dans les manuels classiques, nous avons adopté une séquence et un style assez conventionnels dans la présentation de la physique de base. La raison en est que la disposition traditionnelle semble être la plus efficace, et qu'elle permet à l'enseignant de choisir et d'organiser les matières de façon à s'adapter aux exigences et aux préférences individuelles. Bien que la mécanique doive être traitée en premier et la physique moderne en dernier, les matières intermédiaires (chaleur, fluides, électricité et magnétisme, mouvements ondulatoires) peuvent être interverties sans causer de problème majeur. Cela est vrai même si nous insistons sur l'unité des concepts physiques et que nous soulignons les interconnexions chaque fois que l'occasion s'en présente.

Tout au long du livre, nous utilisons le minimum de formalisme mathématique compatible avec un traitement honnête et précis des sujets abordés. Cela signifie que nous nous servons de l'algèbre et de la géométrie assez librement. Compte tenu du niveau relativement faible de certains étudiants dans ces domaines lorsqu'ils commencent à étudier la physique, nous progressons assez lentement dans les premiers chapitres, et un rappel de mathématiques est proposé dans l'annexe B. La dérivation est introduite au chapitre 1 et utilisée par la suite dans les définitions. Les quelques démonstrations qui font appel au calcul différentiel sont placées en fin de chapitre de façon à ne pas interrompre le texte. L'intégration est totalement évitée ; à la place, nous adoptons une approche par estimation, puis nous vérifions par dérivation la solution au problème, comme par exemple dans le cas de la loi de désintégration exponentielle d'un radioélément. Aucun exemple, exercice ou problème n'exige l'utilisation du calcul différentiel.

Un aspect important de l'apprentissage de la physique est le développement de certains modes de pensée. En conséquence, nous insistons sur l'usage de certaines méthodes : modélisation simple des systèmes complexes, approximations mathématiques et analyse dimensionnelle. Celles-ci sont surtout manifestes dans les applications biologiques, mais elles sont présentes dans l'ensemble du livre. Nous soulignons également que la physique est une science expérimentale, pas une discipline intellectuelle abstraite. Ses implications se rencontrent constamment dans l'expérience de la vie quotidienne comme dans la pratique courante d'autres sciences.

Les unités posent toujours problème dans un manuel d'introduction. Nous avons accordé la prééminence aux unités S.I., mais nous avons parfois utilisé le système c.g.s. et les unités britanniques pour familiariser le lecteur avec des quantités diverses ou pour nous conformer aux conventions en usage dans divers domaines d'application. Comme pour la première édition, du fait que nous avons repris tous les sujets normalement couverts dans un cours de physique pour étudiants en sciences naturelles, et que nous y avons encore ajouté des matières moins traditionnelles, cet ouvrage est trop volumineux pour servir de référence à un cours normal de deux semestres ou de trois trimestres. Il comporte maintenant 31 chapitres, qui sont groupés en neuf parties. Deux chapitres traitent de sujets que l'on ne trouve habituellement pas dans les manuels d'introduction à la physique : le chapitre 18, conduction nerveuse, et le chapitre 31, radiations ionisantes. On peut omettre ces chapitres ou les voir superficiellement sans rupture de continuité. Il en va de même d'autres chapitres, plus traditionnels, comme le chapitre 8, propriétés élastiques des matériaux, le chapitre 25, la relativité restreinte, et le chapitre 29, la structure de la matière. De plus, en majorité, les chapitres se terminent par un ou plusieurs paragraphes supplémentaires traitant soit d'applications biologiques, soit de sujets plus traditionnels d'importance secondaire. Cette disposition permet à l'enseignant de mieux délimiter la matière qu'il doit couvrir et de choisir les sujets sur lesquels il veut insister. Elle aide aussi l'étudiant à faire la distinction entre les principes de base de la physique et les thèmes plus marginaux.

Dans cette version de notre livre, nous avons introduit ou développé toute une série de moyens techniques destinés à en faciliter l'étude. Nous avons étendu les résumés des fins de chapitres et nous avons inséré en moyenne une douzaine de questions simples de révision par chapitre. Nous avons ajouté un grand nombre de nouveaux exercices et problèmes afin d'étendre le registre de leur niveau de difficulté et de diversifier les types d'applications. On arrive maintenant à plus de 2 300 questions de révision, exercices et problèmes.

Ce livre n'aurait jamais pu être réalisé sans l'aide d'un grand nombre de personnes. Nous sommes le plus redevables aux nombreux étudiants qui nous ont aidés de multiples manières à apprendre ce que devaient être un cours et un manuel de physique destinés aux biologistes, et qui ont souffert d'utiliser les toutes premières versions de ce texte en tant que manuel. Norman C. Ford a participé aux premières étapes de la conception et de la rédaction de cet ouvrage, mais a été forcé de se retirer à cause d'autres engagements. Un collègue, Stanley S. Hertzbach, a enseigné à partir d'une première version et a exprimé un avis très utile. Nous avons aussi reçu bon nombre de conseils fructueux de la part de plusieurs critiques : Rubin Landau, Margaret E. McCarthy, Arnold Pickar, Harvey Picker, Arnold Strassenberg, John Weir, Robert Williamson et Steve Woods. Au fil des ans, plusieurs étudiants ont apporté de précieuses suggestions après avoir lu différentes parties du manuscrit ou ont contribué à la résolution des exercices et des problèmes. Ce sont : James Ledwell, David Long, Caroline Markey, Robert Meyer, Francesc Roig, Ernest Seglie, Thomas Slavkovsky, David Vetter, Jonathan Wainer et J.C. Wang. Hajime Sakai, James F. Walker et Kandua S.R. Sastry ont signalé des améliorations possibles particulièrement profitables. J.G. Steele et G.L. Russel ont servi de consultants pour les unités S.I. J.N. Dodd a fourni des matériaux qui ont été très utiles à lapréparation du paragraphe sur la vision des couleurs. Margaret Sibar a attiré notre attention sur un aperçu historique riche d'intérêt.

Le manuscrit a été tapé par les soins de quatre dactylographes compétentes et indulgentes. La plus grande partie du livre a été tapée par Kathleen Ryan et le reste par Lilian Camus, Linda Lisnerski et Doris Atkins. Helen Sternheim a collaboré à divers aspects de la préparation du manuscrit et a prodigué conseils et encouragements.

JOSEPH KANE

MORTON STERNHEIM

Prologue : La physique et l'étudiant en sciences

« Pourquoi dois-je donc étudier la physique ? » Exprimée parfois avec des intonations qui parcourent toute la gamme des sentiments depuis l'angoisse jusqu'à la colère, c'est une des questions les plus souvent entendues par les professeurs de physique. Il paraît donc légitime de commencer ce livre par une tentative de réponse.

Une des raisons pour lesquelles la question est si souvent posée est que beaucoup de personnes qui n'ont pas étudié la physique – ainsi que certaines qui l'ont étudiée – ne perçoivent pas clairement ce qu'est véritablement cette science. Les dictionnaires ne sont pas d'un grand secours. Une définition typique d'un petit dictionnaire anglais dit que la physique est la branche de la science qui traite de la matière, de l'énergie et de leurs interactions[1]. C'est assez vague et général pour inclure ce que l'on considère généralement comme la chimie ; en tout cas, cette définition ne donne aucun sentiment réel sur la question concernée. Les articles de plus gros dictionnaires prolongent généralement la définition en notant que la physique comporte des sous-domaines comme la mécanique, la thermodynamique, l'électricité, etc. Ils n'apportent aucune indication qui explique pourquoi tel domaine de la science et non tel autre en fait partie.

Une meilleure approche de la question est de s'interroger sur l'objet de préoccupation des physiciens. Ces derniers essayent de comprendre les règles fondamentales ou *lois* qui régissent le fonctionnement du monde dans lequel nous vivons. Comme leurs activités et leurs centres d'intérêt évoluent au cours du temps, la science de base appelée physique change aussi avec le temps. Beaucoup de sous-domaines contemporains de la physique parmi les plus actifs étaient inimaginables il y a une ou deux générations. Par ailleurs, certaines parties de ce que nous considérons aujourd'hui comme la chimie ou la technique étaient autrefois considérées comme de la physique. Cela vient du fait que parfois la physique abandonne progressivement un domaine une fois que les principes de base sont connus, laissant le développement ultérieur et les applications pratiques à d'autres.

Le fait que la physique traite des règles fondamentales qui gouvernent la marche du monde explique pourquoi des personnes aux préoccupations diverses peuvent trouver de l'intérêt et de l'utilité dans l'étude de cette science. Par exemple, un historien qui veut comprendre les origines de la société contemporaine trouvera matière à réflexion dans l'histoire du développement de la physique et de ses relations avec les autres activités humaines. De la même façon, un philosophe qui s'intéresse aux concepts d'espace et de temps tirera grand profit de la compréhension des progrès révolutionnaires de la physique au XX^{e} siècle. Cependant, puisque nous avons principalement écrit ce livre pour les étudiants en sciences de la vie, nous ne nous sommes pas concentrés sur les

---

1. La définition des dictionnaires français est typiquement : Science qui a pour objet l'étude des propriétés des corps et de leurs changements d'état et de mouvement sans modification de leur nature. (N.d.T.)

aspects historiques ou philosophiques de la physique. En revanche, dans chaque chapitre, nous avons essayé de clarifier les relations entre la physique et les sciences de la vie.

C'est probablement dans l'instrumentation que l'impact de la physique sur la biologie et la médecine est le plus évident. Une connaissance de la physique aide au bon usage de toute une gamme d'appareils : du microscope optique à la centrifugeuse ; du microscope électronique aux systèmes élaborés de détection du rayonnement de la médecine nucléaire. La physique fait aussi irruption dans la biologie par des voies plus fondamentales. Les lois physiques qui régissent le comportement des molécules, des atomes et des noyaux atomiques sont à la base de toute la chimie et de la biochimie. La physiologie offre de nombreux exemples de processus et de principes physiques : la diffusion au sein des cellules, la régulation de la température du corps, le mouvement des fluides dans le système circulatoire et les signaux électriques dans les fibres nerveuses n'en sont qu'un faible échantillon. En anatomie comparée, la physique associée à un trait anatomique aide souvent à clarifier le processus évolutionnaire en jeu. Les activités athlétiques, de la course au karaté en passant par le saut, peuvent être étudiées et parfois optimisées à l'aide des principes physiques. À mesure que nous développons et illustrons les principes de base de la physique, nous discutons de toutes ces applications biologiques et de beaucoup d'autres.

Quelques remarques à propos de la manière dont on étudie la physique peuvent être utiles. Plus que toute autre science, la physique est une discipline logique et déductive. À la base de n'importe lequel de ses sousdomaines, on ne trouve que quelques concepts fondamentaux ou lois dérivés de mesures expérimentales. Une fois que l'on a maîtrisé ces idées de base, les applications en découlent généralement de manière directe, même si les détails peuvent parfois devenir compliqués. Par conséquent, il est important de concentrer son attention sur les principes de base en évitant de mémoriser une masse de faits et de formules.

La plupart des lois de la physique peuvent s'exprimer de manière assez concise sous la forme d'équations mathématiques. C'est un grand avantage, car une quantité considérable d'information est implicitement contenue dans une seule équation. Cependant, cela veut dire aussi que toute tentative sérieuse d'apprendre ou d'appliquer la physique suppose que l'on consente à utiliser un certain appareil mathématique. L'algèbre du lycée et un peu de géométrie suffisent pour l'ensemble des sujets couverts par ce livre, qui requiert toutefois un niveau de pratique raisonnable. Un étudiant dont les connaissances en mathématiques sont rouillées pourra se reporter aux rappels mathématiques de l'annexe B. La technique de la dérivation est introduite dans le premier chapitre. Cependant, son emploi est généralement limité à quelques démonstrations ou développements.

Pour résumer notre propos, nous croyons que l'étudiant en sciences de la vie tirera un double avantage l'étude de la physique. Il acquerra une compréhension des lois fondamentales qui régissent l'Univers, de l'échelle subatomique à l'échelle cosmique, et beaucoup de ce qu'il apprendra lui sera également utile dans son activité de biologiste. L'étude de la physique en tant que science fondamentale n'est pas des plus facile, mais nous pensons qu'elle est profitable, en particulier pour l'étudiant qui envisage une formation approfondie dans les sciences connexes. Nous espérons que tous ceux qui utiliseront ce livre en conviendront.

J. K.

M. S.

Partie 1
Les lois générales du mouvement

Les première et deuxième parties de ce livre sont consacrées à la *mécanique*. Nous étudierons les mouvements des objets et les forces qui les déterminent. Les concepts et les principes de la mécanique interviennent, directement ou indirectement, dans de nombreux chapitres des sciences physiques et biologiques. Les lois de la mécanique permettent de prévoir différents phénomènes, comme par exemple le mouvement des satellites, les mouvements accomplis par les animaux ainsi que la résistance des structures biologiques et des constructions. En appliquant les lois de la mécanique aux mouvements des atomes et des molécules, on parvient à interpréter les notions de chaleur et de température. Les propriétés statiques et dynamiques des fluides peuvent également être décrites à partir des mêmes lois. Sur cette base, il est possible de comprendre ce qui détermine le vol des avions, le vol des oiseaux, l'écoulement des rivières et la circulation sanguine. Enfin, si on tient compte des aménagements introduits au début de ce siècle, les lois de la mécanique interviennent également de manière tout à fait capitale dans l'interprétation des phénomènes atomiques et nucléaires.

Les deux premiers chapitres de cette partie sont consacrés à la description quantitative du mouvement. Ceci fait intervenir les notions de *position*, de *vitesse* et d'*accélération*. Dans le chapitre 1, on introduit ces notions dans le cas d'un mouvement rectiligne et, dans le chapitre 2, on les généralise dans le cas d'un mouvement plan. Les lois de Newton qui relient un mouvement à ses causes sont traitées dans les chapitres 3 à 5.

Le mouvement rectiligne

1

Mots-clefs

Accélération de la pesanteur • Accélération instantanée • Accélération moyenne • Chiffres significatifs • Déplacement • Erreurs accidentelles • Erreurs systématiques • Formules du mouvement uniformément accéléré • Les dimensions • Les étalons • Les unités • Modèle mathématique • Mouvement uniforme • Mouvement accéléré • Mouvement de translation • Pente • S.I. • Système cgs • Système mks • Vitesse instantanée • Vitesse moyenne

Introduction

Le mouvement est une conséquence fondamentale et évidente d'une interaction physique : une brique tombe, une caisse de résonance vibre, une aiguille de boussole s'oriente dans un champ magnétique, une aiguille d'appareil de mesure se déplace le long d'une échelle graduée, un noyau radioactif émet une particule bêta. Notre compréhension de la nature découle, en grande partie, de l'observation des mouvements et de nos réflexions pour en interpréter les causes. Dès lors, nous commencerons notre étude de la physique par le développement des concepts nécessaires à une discussion quantitative du mouvement. Nous débuterons, dans ce chapitre, par l'étude du mouvement d'un objet qui se déplace en ligne droite.

La physique, comme beaucoup d'autres sciences, est basée essentiellement sur des mesures quantitatives. Ces mesures doivent être corrélées ou interprétées d'une manière ou d'une autre. Souvent, les résultats expérimentaux sont comparés à des prévisions théoriques. Dans la mesure où la théorie et l'expérience sont en accord, nous disons que nous comprenons le phénomène en cause. Une discussion quantitative du mouvement requiert des mesures de temps et des mesures d'espaces parcourus : nous devons donc considérer d'abord les *grandeurs étalons, les unités et les erreurs* qui sont associées à des mesures physiques.

1.1 Mesures, étalons, unités et erreurs

On effectue des mesures quantitatives de grandeurs physiques par comparaison avec des grandeurs qui sont prises comme références et qui constituent des grandeurs étalons. Par exemple, si vous dites qu'un cours a duré 53 minutes, cela signifie que la leçon s'est poursuivie pendant un temps qui correspond à un nombre déterminé de tic-tac de l'horloge. Ici, la quantité mesurée a la *dimension* d'un temps. L'*unité* de mesure est la minute et l'horloge est l'*étalon*. Il s'agit d'un *étalon secondaire* puisque la minute n'est pas définie par les propriétés de cette horloge particulière. Les appareils de mesure sont calibrés soit directement, soit indirectement par rapport à des *étalons primaires* de longueur, de temps et de masse reconnus par la communauté scientifique internationale.

Ces étalons primaires sont redéfinis, de temps à autre, au fur et à mesure que les mesures deviennent plus précises. Par exemple, l'unité de longueur – le mètre – a été définie en 1889 comme étant la longueur d'une barre particulière de platine iridié. Cette barre a été conservée dans des conditions bien précises. Cet étalon a cependant été abandonné en 1960 parce que sa préservation et sa copie n'étaient pas pratiques et pouvaient entraîner des inexactitudes. Le mètre a alors été défini à partir de la longueur d'onde de la lumière rouge que les atomes de krypton 86 émettent lorsqu'ils sont placés dans une décharge électrique. Il a été décidé en 1983 de redéfinir le mètre comme la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant un intervalle de temps de 1/299 792 458 s. Cette définition est toujours valide.

Ce n'est pas par hasard que des étalons ont été choisis pour la longueur, le temps et la masse. Toutes les grandeurs mécaniques peuvent en effet s'exprimer sous forme d'une combinaison de ces trois dimensions fondamentales que nous représenterons par les lettres L, T, et m. Par exemple, la vitesse correspond à la distance parcourue au cours d'un temps écoulé : ses dimensions sont donc L/T.

Les systèmes d'unités

Il y a longtemps que les *unités métriques* sont utilisées dans la vie quotidienne, sauf dans les pays anglo-saxons où les *unités anglaises* furent longtemps en usage. Les pays du Commonwealth ont récemment décidé d'adopter le système métrique et les États-Unis ont également commencé cette lente et complexe reconversion. Pour les travaux scientifiques, les unités métriques sont mondialement reconnues. Dans ce livre, nous utiliserons uniquement l'ensemble des unités métriques acceptées internationalement et qui constitue le *Système International* (S.I.). *Le mètre*, *le kilogramme et la seconde* sont respectivement les unités fondamentales de longueur, de masse et de temps. On trouvera, dans des livres plus anciens, des références à une version antérieure de ce système d'unités qui était appelé le *système d'unités m.k.s.* Les textes plus vieux encore utilisaient parfois les *unités c.g.s.*, ce système étant basé sur *le centimètre, le gramme et la seconde* : 1 centimètre vaut 0,01 mètre et 1 gramme, 0,001 kilogramme. Le centimètre et le gramme sont des sous-multiples acceptables du Système International d'unités. Par contre, beaucoup d'autres unités c.g.s. sont maintenant inusitées. Dans ce livre, nous mentionnerons, au passage, quelques unités c.g.s. que l'on rencontre encore quelquefois.

Figure 1.1 Tunnel du LHC (grand collisionneurs de Hadrons) avec tube contenant les électroaimants supra conducteurs. *Cern, Genève*. © Julian Herzog.

Nous montrerons également comment convertir les unités du Système International en unités anglaises de longueur (le pied, le yard et le mile) et en unité de force (la livre).

Les tableaux 1.1 et 1.2 donnent en unités du S.I. les longueurs de divers objets et les intervalles de temps associés à différents phénomènes. Les nombres apparaissent sous forme de puissances de 10, c'est-à-dire en « notation scientifique ». Ce type de notation est révisé dans l'annexe B2. De nombreuses valeurs des tableaux sont soit extrêmement grandes, soit extrêmement petites. Pour cette raison, on utilise fréquemment des multiples ou des sous-multiples des unités du S.I. qui sont des puissances de dix de ces unités. Pour désigner ces multiples ou sous multiples, on emploie différents

Noyau atomique	10^{-15}
Diamètre d'un atome de sodium	10^{-11}
Longueur d'une liaison C–C	$1,5 \times 10^{-10}$
Diamètre de l'ADN	2×10^{-9}
Épaisseur de microfilaments	4×10^{-9}
Hémoglobine	7×10^{-9}
Membrane cellulaire	10^{-8}
Diamètre d'un petit virus	2×10^{-8}
Diamètre d'une petite bactérie	2×10^{-7}
Longueur d'onde de la lumière visible	$4 \sim 7 \times 10^{-7}$
Diamètre d'une mitochondrie	$0,5 \sim 1,0 \times 10^{-6}$
Diamètre d'une grande bactérie	10^{-6}
Diamètre d'une cellule de foie de mammifère	2×10^{-5}
Œuf d'oursin	7×10^{-5}
Diamètre d'une amibe géante	2×10^{-4}
Petit crustacé	10^{-3}
Diamètre d'un œuf d'autruche	4×10^{-2}
Souris	10^{-1}
Homme	$1 \sim 2 \times 10^{0}$
Baleine bleue	3×10^{1}
Pont de Brooklyn	10^{3}
Diamètre de la Terre	$1,3 \times 10^{7}$
Diamètre du Soleil	$1,2 \times 10^{9}$
Distance Terre-Soleil	$1,3 \times 10^{11}$
Diamètre de notre galaxie	10^{22}
Distance jusqu'aux galaxies les plus lointaines	10^{28}

Tableau 1.1 Longueurs caractéristiques en mètres.

Phénomènes nucléaires	$10^{-23} \sim 10^{-10}$
Phénomènes atomiques : absorption de la lumière, excitation électronique	$10^{-15} \sim 10^{-9}$
Phénomènes chimiques	$10^{-9} \sim 10^{-6}$
Chaînes de réactions biochimiques	$10^{-8} \sim 10^{2}$
Contractions rapides d'un muscle strié	10^{-1}
Division cellulaire la plus rapide	5×10^{2}
Temps de génération bactérienne	3×10^{3}
Temps de génération d'un protozoaire	10^{5}
Temps de génération d'un petit mammifère	4×10^{7}
Durée de vie d'un grand mammifère	$4 \times 10^{8} \sim 4 \times 10^{9}$
Durée de vie d'un lac	$10^{10} \sim 10^{12}$
Âge des mammifères	3×10^{15}
Âge des vertébrés	10^{16}
Origine de la vie sur la Terre	$> 10^{17}$
Âge de la Terre	2×10^{17}

Tableau 1.2 Temps caractéristiques en secondes.

préfixes dont la liste est reprise au début du livre. Par exemple, la distance entre deux villes est habituellement mesurée en kilomètres, un kilomètre valant 10^3 mètres. Les dimensions de ce livre sont habituellement exprimées en centimètres plutôt qu'en mètres alors que l'épaisseur d'une page vaut approximativement 0,1 millimètre soit 100 micromètres (1 millimètre = 10^{-3} mètre, 1 micromètre ou micron = 10^{-6} mètre).

Conversion d'unités

Nous utiliserons essentiellement les unités du S.I. Il est cependant parfois nécessaire de convertir des quantités d'un système d'unités dans un autre. Pour ce faire, on peut avoir recours à une astuce qui implique la « multiplication par 1 ». Supposons, par exemple, que nous voulions convertir 100 pieds en un nombre équivalent de mètres.

Les facteurs de conversion, donnés en début du livre, nous apprennent que :

$$1 \text{ pied} = 0{,}3048 \text{ m}$$

Divisons maintenant les deux membres par 1 pied, comme si l'unité (pied) était une quantité algébrique.

$$\frac{1 \text{ pied}}{1 \text{ pied}} = \frac{0{,}3048 \text{ m}}{1 \text{ pied}}$$

Les facteurs pied se simplifient dans le membre de gauche et il reste uniquement le nombre 1.

$$1 = \frac{0{,}3048 \text{ m}}{1 \text{ pied}}$$

Si nous multiplions 100 pieds par 1, nous ne modifions rien : dès lors, nous pouvons écrire,

$$100 \text{ pieds} = (100 \text{ pieds})(1)$$

$$(100 \text{ pieds})(1) = (100 \text{ pieds})\frac{0{,}3048 \text{ m}}{1 \text{ pied}}$$

$$100 \text{ pieds} = 30{,}48 \text{ m}$$

Notons que les unités pied au numérateur et au dénominateur se sont simplifiées, ce qui fait apparaître l'unité désirée, le mètre. Cette multiplication par 1 élimine les hésitations sur la manière d'employer le facteur de conversion. Par exemple, nous pouvons diviser 1 pied = 0,3048 m par 0,3048 m, ce qui correspond à une autre manière d'écrire 1

$$1 = \frac{1 \text{ pied}}{0{,}3048 \text{ m}}$$

Cependant, si nous multiplions 100 pieds par ce facteur, les unités ne se simplifient pas correctement.

Parfois, une grandeur implique la conversion de deux unités ou plus. Par exemple, un volume se mesure en mètres cubes (m^3) et une vitesse en kilomètres par heure ($km\ h^{-1}$) (Notons que nous utilisons les exposants négatifs avec les unités, exactement comme nous le faisons avec des quantités algébriques, de sorte que $1\ h^{-1} = 1/h$.) On utilise une multiplication par 1 pour chaque conversion. Ceci est montré dans les exemples suivants.

Exemple 1.1

Une petite piscine est longue de 20 pieds, large de 10 pieds, profonde de 5 pieds. Le volume est donc donné par le produit de ces trois dimensions, soit (20 pieds) (10 pieds) (5 pieds) = 1000 pieds^3. Évaluer le volume en m^3.

Réponse Il convient de convertir trois fois des pieds en mètres. Ceci correspond à une modification des unités de longueur, de largeur et de profondeur. À partir de la relation 1 pied = 0,3048 m, on obtient

$$\begin{aligned} 1\,000 \text{ pieds}^3 (1^3) &= 1\,000 \text{ pieds}^3 \frac{(0{,}3048 \text{ m})^3}{(1 \text{ pied})^3} \\ &= 1\,000 (0{,}3048)^3 \text{ m}^3 = 28{,}3 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Exemple 1.2

Exprimer une vitesse de 60 miles par heure ($mi\ h^{-1}$) en mètres par seconde ($m\ s^{-1}$).

Réponse Pour effectuer cette transformation, nous devons obtenir un facteur de conversion d'heure en secondes et un autre, de mile en mètres. Puisqu'une heure vaut 60 minutes ou encore 3 600 secondes, en divisant par 3 600 secondes, on obtient

$$1 = 1 \text{ h}/3\,600 \text{ s}$$

Par ailleurs, 1 mile = 1,609 km = 1 609 m de sorte que

$$1 = 1\,609 \text{ m mi}^{-1}$$

En multipliant 60 $mi\ h^{-1}$ par 1, deux fois, on obtient ($60\ mi\ h^{-1}$) (1) (1)

$$\begin{aligned} &= (60 \text{ mi h}^{-1}) \left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right) (1\,609 \text{ m mi}^{-1}) \\ &= 60\left(\frac{1\,609}{3\,600}\right) \text{m s}^{-1} = 26{,}8 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Les différents types d'erreurs

Les mesures expérimentales et les prévisions théoriques sont entachées d'erreurs. Les erreurs expérimentales peuvent être de deux types : soit *systématiques* soit *accidentelles*. On comprendra mieux la signification de ces termes à l'aide d'un exemple. Considérons le temps T que met un poids suspendu à un fil pour effectuer une oscillation complète à partir d'une position donnée.

Si quelqu'un utilise un chronomètre pour mesurer T, et s'il répète l'expérience un certain nombre de fois, chaque résultat sera légèrement différent des autres.

Normalement, la plupart des résultats varieront peu par rapport à la valeur moyenne calculée à partir de l'ensemble des mesures effectuées. Les écarts par rapport à la moyenne proviennent de l'impossibilité rencontrée par l'observateur de déclencher et d'arrêter son chronomètre exactement de la même manière lors de chaque mesure. Cette erreur, due au manque d'habileté de l'observateur, est une erreur *accidentelle*. Elle peut être minimisée en prenant la valeur moyenne d'un nombre élevé de mesures.

Toutefois, si la montre retarde, la valeur moyenne de T sera trop petite, même après un grand nombre d'expériences. Cette erreur est dite *systématique :* elle peut être réduite en utilisant un chronomètre de meilleure qualité ou en comparant le chronomètre utilisé à un chronomètre plus précis et en corrigeant les résultats obtenus.

Une erreur systématique peut aussi provenir du temps de réaction de l'observateur. L'observateur peut, systématiquement, démarrer ou arrêter le chronomètre trop tôt ou trop tard. Cette erreur peut être minimisée en imaginant une expérience plus sophistiquée. Par exemple, on peut démarrer ou arrêter le chronomètre en utilisant un flash de lumière et une cellule photoélectrique semblable à celles utilisées dans les ouvre-portes automatiques. Naturellement, les mesures effectuées avec cet appareil seront aussi entachées d'erreurs systématiques et d'erreurs accidentelles ; toutefois, ces erreurs seront inférieures à celles de l'expérience précédente.

Les erreurs systématiques et accidentelles sont présentes dans toutes les expériences. Pour les minimiser, il faut généralement utiliser des appareils de plus en plus sophistiqués et des procédures de plus en plus laborieuses. Des mesures de haute précision et des mesures relatives à des effets petits demandent une grande attention.

Les prévisions théoriques sont également entachées d'erreurs qui ont différentes origines. Souvent, les formules théoriques contiennent des quantités mesurées comme, par exemple, la masse de l'électron ou la vitesse de la lumière. Or, une erreur est associée à ces valeurs mesurées. Prenons l'exemple de la relation qui explicite la période du pendule (T) dont il a été question plus haut. Cette relation fait intervenir l'accélération de la pesanteur. L'emploi de cette relation est donc lié à la précision avec laquelle nous connaissons cette grandeur. Par ailleurs, cette relation, comme la plupart des expressions théoriques, implique différentes approximations : on admet, par exemple, l'absence de frottement et de résistance de l'air et on suppose, en outre, que le pendule n'est pas fortement déplacé par rapport à sa position d'équilibre.

Dans tout travail scientifique soigneux, la précision numérique doit être spécifiée de façon quantitative. Cependant, lors de la résolution d'exemples numériques, on néglige souvent, dans les manuels, l'analyse complète des erreurs. On utilise alors la règle des *chiffres significatifs*. Ainsi, dans la phrase « la longueur d'un bâtonnet vaut 2,43 mètres », on sous-entend que le dernier chiffre (3) est quelque peu incertain : la longueur exacte pourrait être plus proche de 2,42 ou de 2,44 m. Dans les exemples, exercices et problèmes de ce livre, tous les nombres doivent être considérés comme connus à 3 chiffres significatifs. Par exemple, 2,5 et 3 représentent, en fait, les valeurs 2,50 et 3,00. L'annexe B3 rappelle l'essentiel des règles concernant les chiffres significatifs.

1.2 Le déplacement ; la vitesse moyenne

La discussion quantitative du mouvement est basée sur des mesures et des calculs qui portent sur les *positions*, les *déplacements*, les *vitesses* et les *accélérations*. Dans ce paragraphe et dans les deux paragraphes suivants, nous utiliserons des exemples simples pour définir et illustrer ces concepts dans le cas de mouvements rectilignes. Dans le chapitre suivant, nous étendrons ces notions au cas des trajectoires courbes. Nous considérerons uniquement un mouvement de *translation*, c'est-à-dire un mouvement au cours duquel chaque partie de l'objet se déplace dans la même direction et ne subit pas de rotation. La rotation sera discutée au chapitre 5.

Commençons par définir la vitesse moyenne. La vitesse moyenne se définit en termes de *déplacement*, ou encore, de variation de la position d'un objet au cours d'un intervalle de temps donné. Pour illustrer cette définition, prenons l'exemple d'une voiture qui se déplace vers le nord, en ligne droite. Des repères sont placés tous les 100 m le long de la route. Supposons que la voiture passe devant un repère toutes les 5 s, comme le montre la figure 1.2*a*. Durant chaque intervalle de 5 s, le déplacement est de 100 m ; durant un intervalle de 10 s, il sera de 200 m et ainsi de suite. Le déplacement est donc caractérisé par une direction et une grandeur. Préciser la direction est évident pour un mouvement rectiligne mais cela devient plus complexe dans le cas d'un mouvement curviligne.

La *vitesse moyenne* de la voiture durant un intervalle de temps déterminé s'exprime par le déplacement divisé par le temps écoulé :

$$\text{vitesse moyenne} = \frac{\text{déplacement}}{\text{temps écoulé}}$$

La vitesse moyenne est proportionnelle au déplacement et a la même direction que celui-ci. Elle s'exprime en $\mathrm{ms^{-1}}$. Cette définition est illustrée dans l'exemple suivant.

Exemple 1.3

Que vaut la vitesse moyenne de la voiture de la figure 1.2*a* pendant l'intervalle de temps au cours duquel l'horloge passe de 10 à 25 secondes ?

Réponse À partir de la figure, on voit que la voiture effectue un déplacement qui vaut 500 m − 200 m = 300 m au cours des 15 s. Dés lors, la vitesse moyenne est égale à :

$$300\ \text{m}/15\ \text{s} = 20\ \text{m s}^{-1}$$

La vitesse moyenne est dirigée vers le nord.

Puisque, dans cet exemple, la voiture parcourt des distances égales en des temps égaux, la vitesse moyenne sera la même quel que soit l'intervalle de temps considéré. Dans ces conditions, le mouvement est dit *uniforme* et le conducteur constatera que son tachymètre ne varie pas. Un mouvement qui n'est pas uniforme est dit *accéléré*. Dans ce cas, la vitesse moyenne dépend de l'intervalle de temps considéré. Le tachymètre d'une voiture en accélération varie en fonction du temps.

Il est intéressant d'utiliser des graphiques et des formules algébriques pour décrire la position et la vitesse d'un objet en mouvement. Pour la voiture considérée plus haut, nous pouvons définir la ligne droite suivant laquelle elle se déplace comme étant l'« axe des x » et choisir comme position $x = 0$ le repère marqué 0. Nous pouvons utiliser aussi le symbole t pour représenter les temps d'observation. Si nous fixons arbitrairement $t = 0$ lors de la première observation, alors x sera égal à 0 lorsque $t = 0$.

De même, x sera égal à 100 m lorsque $t = 5$ s, x sera égal à 200 m lorsque $t = 10$ s, etc. La figure 1.2*b* représente

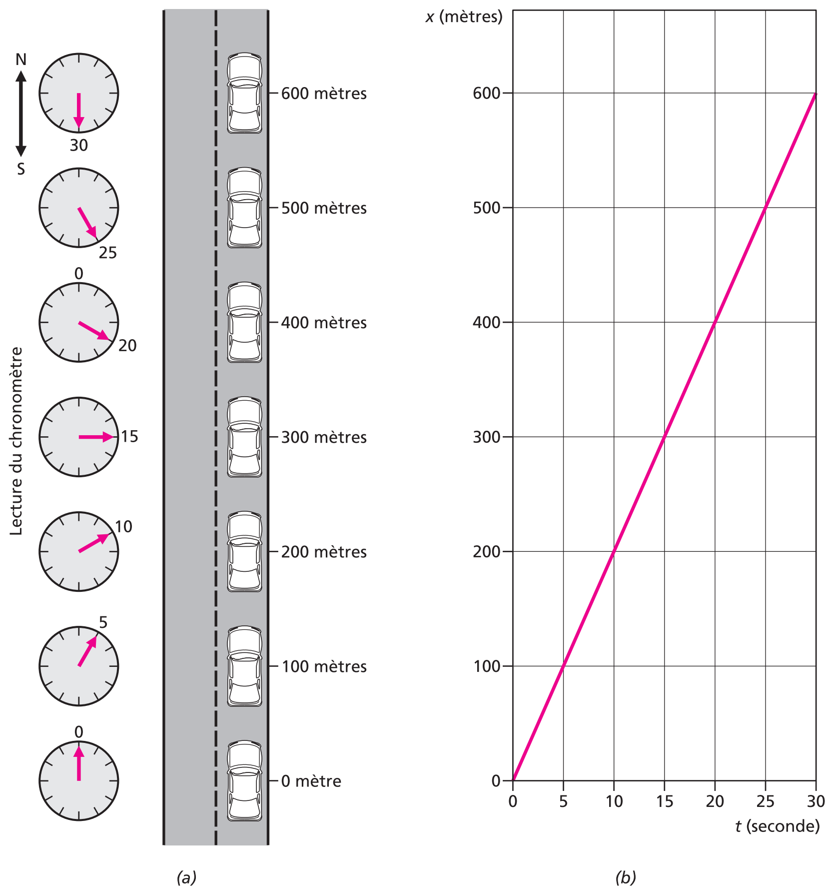

Figure 1.2 *(a)* La position d'une voiture est repérée toutes les 5 secondes. Le tachymètre ne varie pas. *(b)* Graphe de la position x de la voiture en fonction du temps t.

graphiquement les résultats des observations. La coordonnée horizontale, l'abscisse, représente le temps t tandis que la coordonnée verticale, l'ordonnée, représente la position x. On peut relier par une ligne droite les points correspondant aux différentes observations, puisque la voiture se déplace de manière uniforme.

La vitesse moyenne peut être définie de façon plus symbolique en utilisant la notation que nous allons introduire maintenant. Supposons qu'à un certain moment que nous appellerons t_1, la voiture soit observée au repère x_1. et qu'à un moment ultérieur t_2, elle soit observée au repère x_2. Le déplacement est représenté par la différence des positions soit :

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Le symbole « Δ » est la lettre grecque « delta », et « Δx » se lit « delta x ». Δ représente habituellement la différence ou la variation se rapportant à la quantité écrite derrière le symbole. Δx s'obtient conventionnellement comme la valeur *finale* de x (x_2) de laquelle est soustraite la valeur *initiale* de x (x_1). De la même manière, le temps écoulé entre les observations est donné par :

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Avec cette notation, la vitesse moyenne $\overline{v}$ représente le déplacement divisé par le temps écoulé soit :

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad (1.1)$$

Notons que la définition de la vitesse moyenne est valable, que $\overline{v}$ soit constant ou non dans le temps.

Nous reprendrons maintenant l'exemple précédent en montrant comment cette notation peut être utilisée.

Exemple 1.4

À partir de l'équation (1.1), trouver la vitesse moyenne de la voiture de la figure 1.2 entre les temps $t = 10$ s et $t = 25$ s.

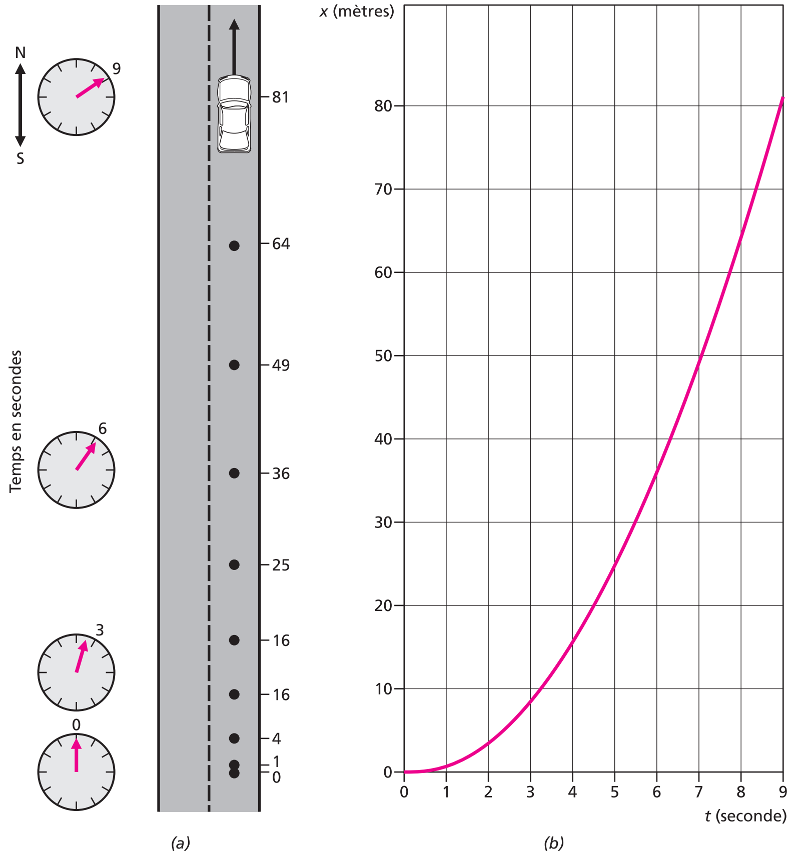

Figure 1.3 (*a*) Les positions d'une voiture en accélération sont mesurées à des intervalles de temps de 1 seconde. Ces positions sont représentées par des points. (*b*) Graphe de la position de la voiture en fonction du temps.

Réponse Ici t_1 vaut 10 s et t_2, 25 s. Il ressort du graphe $x_1 = 200$ m et $x_2 = 500$ m. Dès lors,

$$\bar{v} = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}$$
$$= \frac{(500\text{ m} - 200\text{ m})}{(25\text{ s} - 10\text{ s})} = \frac{300\text{ m}}{15\text{ s}} = 20\text{ m s}^{-1}.$$

Le fait de décrire le mouvement rectiligne d'un objet par la position qu'il occupe le long d'un axe de coordonnées (ici la route avec ses marqueurs repères) tient automatiquement compte des directions, des déplacements et des vitesses moyennes. Dans la figure 1.2, on considérera comme positifs les déplacements vers le nord, et comme négatifs, ceux qui auront la direction opposée, vers le sud. Supposons, par exemple, que la voiture se déplace vers le bas de la figure, donc vers le sud, au lieu de se déplacer vers le nord. Dans ces conditions, x décroît lorsque t augmente et l'équation (1.1) donne une vitesse moyenne négative, indiquant par là que l'objet se déplace vers le sud. Ceci est illustré numériquement dans l'exemple suivant.

Exemple 1.5

Au temps $t_1 = 5$ s, une voiture se trouve en $x_1 = 600$ m. En $t_2 = 15$ s, elle se trouve en $x_2 = 500$ m. Évaluer sa vitesse moyenne.

Réponse À partir de l'équation (1.1)

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{500\text{ m} - 600\text{ m}}{15\text{ s} - 5\text{ s}}$$
$$= \frac{-1\,000\text{ m}}{10\text{ s}} = -10\text{ m s}^{-1}$$

Notons que $\bar{v}$ est négatif et que la voiture se déplace vers les x négatifs même si sa position correspond à des x positifs.

Quand un objet est en mouvement *uniforme*, le graphe $x - t$ est une *ligne droite*, comme le montre l'exemple de la figure 1.2. Si le mouvement est accéléré, le graphe cesse d'être une ligne droite et la vitesse moyenne dépend de l'intervalle de temps considéré. Ainsi, dans la figure 1.3, une voiture démarre et parcourt une courte distance pendant la première seconde ; puis, au cours de la seconde suivante, une distance plus longue, et ainsi de suite au fur et à mesure qu'elle accélère. Dans ces conditions, pendant la première seconde, la vitesse moyenne sera plus petite qu'au cours des secondes ultérieures. Ceci est illustré dans l'exemple suivant.

Exemple 1.6

Une voiture se déplace comme le montre la figure 1.3.

Trouver sa vitesse moyenne entre $t = 0$ et $t = 1$ s et entre $t = 1$ et $t = 2$ s.

Réponse Pour évaluer les vitesses moyennes, nous devons connaître les positions en $t = 0$, $t = 1$ et 2 s. On tire de la figure 1.3 les valeurs correspondantes qui sont respectivement 0, 1 et 4 m. Entre $t = 0$ et 1 s, la vitesse moyenne vaut donc

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1\text{ m} - 0\text{ m}}{1\text{ s} - 0\text{ s}} = 1\text{ m s}^{-1}$$

Entre $t = 1$ et 2 s,

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4\text{ m} - 1\text{ m}}{2\text{ s} - 1\text{ s}} = 3\text{ m s}^{-1}$$

Comme on devait s'y attendre, la vitesse moyenne est plus grande dans le second intervalle puisque la voiture accélère.

1.3 La vitesse instantanée

La plupart des situations intéressantes impliquent des mouvements accélérés plutôt que des mouvements uniformes. Puisque, dans le cas d'un mouvement accéléré, la vitesse moyenne dépend de l'intervalle de temps considéré, il est souvent plus utile de caractériser le mouvement par la *vitesse instantanée*, c'est-à-dire la vitesse à un instant particulier. Par exemple, lorsque nous disons qu'une voiture en accélération se déplace à 10 m s^{-1}, nous faisons référence à sa vitesse instantanée, mesurée à un moment précis.

La vitesse instantanée est donc déterminée en calculant la vitesse moyenne pour un intervalle de temps extrêmement court. Ceci est illustré dans l'exemple suivant.

Exemple 1.7

Le déplacement de la voiture dans la figure 1.3 est décrit par l'expression algébrique $x = bt^2$ où b est égal à 1 m s^{-2}. Trouver la vitesse moyenne entre 3 et 3,1 s, entre 3 et 3,01 s et entre 3 et 3,001 s. (Ces intervalles de temps sont progressivement plus courts ; les valeurs obtenues pour la vitesse moyenne représentent donc des approximations d'autant meilleures de la vitesse instantanée en $t = 3$ s.)

Réponse Lorsque $t = 3$ s, la position est

$$x = bt^2 = (1\text{ m s}^{-2}) \times (3\text{ s})^2 = 9\text{ m}\,;$$

lorsque $t = 3{,}1$ s,

$$x = (1\text{ m s}^{-2})\,(3{,}1\text{ s})^2 = 9{,}61\text{ m}\,;$$

Dès lors la vitesse moyenne entre 3 et 3,1 s s'écrit

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9{,}61\text{ m} - 9\text{ m}}{3{,}1\text{ s} - 3\text{ s}} = 6{,}1\text{ m s}^{-1}$$

En $t = 3{,}01$ s, la position est

$$x = (1\text{ m s}^{-2})(3{,}01\text{ s})^2 = 9{,}0601\text{ m}\,;$$

de sorte que $\bar{v}$ entre 3 et 3,01 s s'écrit

$$\bar{v} = \frac{9{,}0601\text{ m} - 9\text{ m}}{3{,}01\text{ s} - 3\text{ s}} = 6{,}01\text{ m s}^{-1}$$

Notons que, dans le cas particulier de cet exemple, nous avons considéré plus de chiffres significatifs que d'habitude. Enfin, lorsque $t = 3{,}001$ s,

$$x = (1\text{ m s}^{-2})(3{,}001\text{ s})^2 = 9{,}006001\text{ m}\,;$$

et la vitesse moyenne entre 3 et 3,001 s vaut

$$\bar{v} = \frac{9{,}006001\text{ m} - 9\text{ m}}{3{,}001\text{ s} - 3\text{ s}} = 6{,}001\text{ m s}^{-1}$$

Au fur et à mesure que l'intervalle de temps Δt diminue, la vitesse moyenne $\bar{v}$ tend vers la valeur de 6 m s^{-1}. Dès lors la vitesse instantanée $\bar{v}$ en $t = 3$ s vaut 6 m s^{-1}.

L'exemple nous montre comment évaluer la vitesse instantanée d'un objet. On calcule la vitesse moyenne pour des intervalles de temps de plus en plus courts. La valeur de $\bar{v}$ correspondant à un intervalle de temps arbitrairement petit représente la vitesse instantanée v. Mathématiquement, la vitesse instantanée v constitue la *limite* de la vitesse moyenne $\bar{v}$ lorsque Δt tend vers 0. Le processus qui permet l'évaluation de cette limite est appelé la *dérivation ; v* est la *dérivée de x par rapport au temps* et s'écrit

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1.2}$$

La quantité $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ peut être considérée comme le rapport $\Delta x/\Delta t$ évalué lorsque Δx et Δt deviennent tous deux très petits. Des expressions générales ont été développées pour évaluer, $v = dx/dt$ à tout instant, pour autant que la relation algébrique liant x et t soit connue. Cela permet d'éviter la procédure peu commode que nous avons employée dans l'exemple pour évaluer la vitesse à un instant *précis*. Plusieurs de ces formules de dérivation sont données dans l'annexe B8.

Comme la vitesse moyenne, la vitesse instantanée peut être soit positive, soit négative ; les valeurs négatives correspondent à un mouvement vers les valeurs décroissantes de x. Par contre, la grandeur de la vitesse instantanée, c'est-à-dire son module, est toujours positive ou nulle.

À l'avenir, lorsque nous parlerons de vitesse ou de la variation de toute autre grandeur, nous ferons implicitement référence à sa valeur *instantanée*, sauf si le mot « moyen » est explicitement utilisé. Notons que la distinction entre les deux types de vitesse disparaît dans le cas particulier du mouvement uniforme.

Interprétation graphique de la vitesse

Un graphe du déplacement en fonction du temps fournit une information directe concernant la vitesse. Comme nous l'avons vu, un graphe linéaire correspond à une vitesse constante ou à un mouvement uniforme, alors qu'un graphe courbe correspond à une vitesse variable.

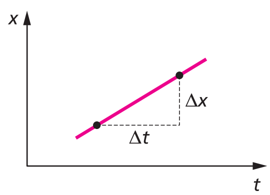

Figure 1.4 Graphe $x - t$ relatif à un objet en mouvement uniforme. La pente de la droite est définie par le rapport $\Delta x/\Delta t$ et représente la vitesse.

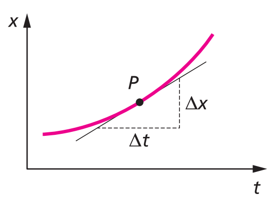

Figure 1.5 La pente de la courbe $x - t$ au point P est donnée par la pente $\Delta x/\Delta t$ de la tangente à cette courbe en ce point. La vitesse en P est représentée par la pente de la courbe en ce point.

La vitesse étant définie comme la dérivée de la position par rapport au temps, elle est donnée par la *pente* de la tangente dans le graphe $x - t$. Dans le graphe de la figure 1.4 relatif à un mouvement uniforme, la courbe est une droite. La pente est constante et définie par le rapport $\Delta x/\Delta t$, ce qui représente effectivement la vitesse. Dans le graphe de la figure 1.5 relatif à un mouvement accéléré, la vitesse évolue au cours du temps. La vitesse instantanée au point P est donnée par le rapport $\Delta x/\Delta t$ évalué sur un intervalle de temps très court autour de ce point. Elle correspond dès lors à la pente de la tangente à la courbe au point P, possédant localement la même évolution temporelle que la courbe. À mesure que t augmente, on observe à la figure 1.5 que la pente de la tangente à la courbe augmente. Ceci signifie que la vitesse augmente au cours du temps et que le mouvement est bien accéléré. L'inspection de la courbe $x - t$ renseigne donc directement sur l'amplitude de la vitesse ainsi que sur son évolution au cours du temps.

1.4 L'accélération

Comme la position, la vitesse peut varier en fonction du temps. La variation de la vitesse par unité de temps définit l'*accélération*. Encore une fois, nous distinguerons la valeur moyenne et la valeur instantanée.

L'*accélération moyenne* $\bar{a}$ entre les temps t_1 et t_2, intervalle de temps au cours duquel la vitesse varie de $\Delta v = v_2 - v_1$, est définie par

$$\bar{a} = \frac{\text{variation de vitesse}}{\text{temps écoulé}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad (1.3)$$

Si nous mesurons la vitesse en mètres par seconde et le temps en secondes, $\bar{a}$ s'exprimera donc en mètres par seconde par seconde (en abrégé m s^{-2} ; on dit plutôt « mètres par seconde au carré »). Une accélération moyenne de 1 m s^{-2} correspond à un accroissement moyen de la vitesse de 1 m s^{-1} pendant chaque seconde. L'exemple 1.8 illustre cette définition.

Exemple 1.8

Une voiture démarre et accélère pour atteindre une vitesse de 30 m s^{-1} en 10 s. Que vaut l'accélération moyenne ?

Réponse À partir de la définition,

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = 3 \text{ m s}^{-2}$$

Ceci correspond à un accroissement de vitesse de 3 m s^{-1} durant chaque seconde de l'intervalle de temps de 10 s.

L'*accélération instantanée a* est définie comme l'accélération moyenne $\overline{a}$, pour un intervalle de temps extrêmement court. De façon symbolique :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1.4}$$

Dans un graphe $v - t$ donnant la vitesse d'un objet en fonction du temps, a est représenté par la pente de la courbe. Ceci est illustré dans l'exemple 1.9.

Notons encore que la vitesse étant définie comme la dérivée de la position par rapport au temps, on peut écrire :

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

L'accélération correspond à la dérivée seconde de la position par rapport au temps. Dans un graphe $x - t$ donnant la position d'un objet en fonction du temps, a détermine la concavité de la courbe. Une accélération positive induit une augmentation de la vitesse au cours du temps. Cela se traduit par une augmentation de la pente de la tangente à la courbe et une concavité tournée vers le haut (courbure positive). Réciproquement, une accélération négative se traduira par une concavité tournée vers le bas (courbure négative).

Exemple 1.9

La figure 1.6 représente le graphe de la vitesse d'une voiture en fonction du temps. On demande de décrire qualitativement son accélération.

Réponse Entre les points A et B, la vitesse augmente, la pente est positive et la voiture accélère. Toutefois, la pente diminue progressivement et, dès lors, l'accélération décroît. Entre les points B et C, la vitesse est constante, la pente et l'accélération sont donc nulles. Entre les points C et D, la vitesse diminue de sorte que l'accélération est négative. Cette *décélération* augmente, en grandeur, au fur et à mesure que la voiture ralentit.

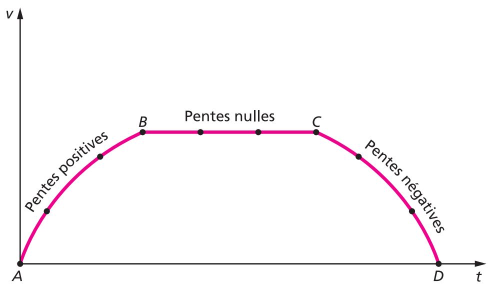

Figure 1.6 Graphe de la vitesse d'une voiture en fonction du temps. La pente et l'accélération sont positives entre *A* et *B*. Elles sont nulles entre *B* et *C*, négatives entre *C* et *D*.

1.5 Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Jusqu'ici, nous avons calculé les vitesses à partir des variations de position et les accélérations à partir des variations de vitesse. Souvent cependant, c'est l'accélération d'un objet qui est mesurée ou prévue théoriquement et on souhaite connaître les variations de vitesse et de position correspondantes. Dans ce paragraphe, nous allons montrer comment déterminer le mouvement d'un objet, connaissant, d'une part, son accélération et, d'autre part, sa vitesse et sa position initiales.

Considérons un objet ayant une vitesse initiale v_0 et soumis à une accélération *constante a* pendant un intervalle de temps Δt. L'accélération étant constante, l'accélération instantanée est égale à l'accélération moyenne. On en déduit que $a = \Delta v/\Delta t$ ou encore $\Delta v = a\ \Delta t$. Si on note v la vitesse après l'intervalle de temps Δt, $\Delta v = v - v_0$ et on en déduit :

$$v = v_0 + a\ \Delta t \tag{1.5}$$

Ce résultat a une interprétation graphique intéressante et utile, si on représente l'accélération en fonction du temps (figure 1.7*a*). Le produit de la hauteur, a, par la largeur, Δt, du rectangle coloré, représente la surface $a\ \Delta t$ qui équivaut à la variation de vitesse. Dès lors cette *variation de vitesse au cours de l'intervalle de temps considéré est égale à l'aire sous le graphe* $a - t$. L'aire est considérée comme positive si elle se trouve au-dessus de l'axe du temps, et comme négative si elle se trouve au-dessous. Ce résultat est tout à fait général : il ne se limite pas aux cas où l'accélération est constante.

Si nous représentons graphiquement l'équation (1.5) qui exprime la vitesse en fonction du temps, nous obtenons une droite (figure 1.7*b*). La vitesse moyenne, dans l'intervalle de temps Δt, est donnée par :

$$\overline{v} = v_0 + \Delta v/2 = v_0 + (v - v_0)\ /\ 2$$

ou encore

$$\overline{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v) \tag{1.6}$$

Le déplacement, c'est-à-dire le changement de position intervenant pendant l'intervalle de temps Δt, est lié à la vitesse moyenne par la définition $\overline{v} = \Delta x/\Delta t$. On a $\Delta x = \overline{v}\Delta\ t$ ou encore

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\ \Delta t \tag{1.7}$$

Si nous substituons maintenant $v = v_0 + a\ \Delta t$ dans cette équation, il vient

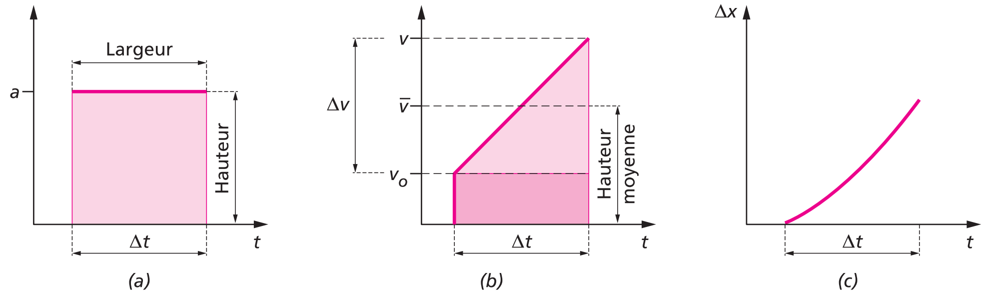

Figure 1.7 Mouvement uniformément accéléré. *(a)* L'accélération a est constante dans l'intervalle de temps Δt. *(b)* Graphe de $v = v_0 + a\,\Delta t$. La vitesse moyenne vaut $\bar{v} = (v_0 + v)/2$. *(c)* Graphe du déplacement en fonction du temps.

$$\Delta x = v_0\ \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \qquad (1.8)$$

Nous pouvons également récrire l'équation (1.5) sous la forme $\Delta t = (v - v_0) / a$. En substituant cette valeur de Δt dans l'équation (1.7), on obtient

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\frac{(v - v_0)}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

ou encore

$$v^2 = v_0^2 + 2a\ \Delta x \qquad (1.9)$$

De nouveau, les résultats algébriques ont une interprétation graphique immédiate. L'aire colorée du graphe $v - t$ de la figure 1.7*b* a une hauteur moyenne $\bar{v}$ et une largeur Δt. Sa mesure a donc pour valeur le produit $\bar{v}\ \Delta t$, ce qui est égal à Δx d'après l'équation (1.7). (On peut donc considérer que la somme des aires du triangle et du rectangle représente l'équation (1.8). Voir le problème 1.70.) Donc, *le déplacement, au cours de l'intervalle de temps* Δt, *est représenté par l'aire sous le graphe* $v - t$. Ceci est également vrai lorsque l'accélération cesse d'être constante. Comme précédemment, les aires au-dessus de l'axe des x sont considérées comme positives et celles au-dessous de cet axe sont considérées comme négatives.

L'équation (1.5) relative à la vitesse, et l'équation (1.8) relative au déplacement, décrivent complètement le mouvement de l'objet, lorsque sa vitesse initiale et sa position initiale sont données et lorsque l'accélération est constante. Les équations (1.6), (1.7) et (1.9) contiennent une information équivalente. Elles sont parfois utiles pour la résolution de problèmes. Par exemple, l'équation (1.9) est utile lorsque les vitesses initiale et finale et l'accélération sont données, mais pas le temps écoulé. Les formules correspondant au mouvement rectiligne uniformément accéléré sont résumées dans le tableau 1.3. Leur utilisation est illustrée dans les exemples 1.10, 1.11 et 1.12.

$v = v_0 + a\ \Delta t$	(1.5)
$\Delta x = v_0\ \Delta t + \frac{1}{2}a\ (\Delta t)^2$	(1.8)
$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$	(1.6)
$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\ \Delta\ t$	(1.7)
$v^2 = v_0^2 + 2a\ \Delta x$	(1.9)

Tableau 1.3 Équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Exemple 1.10

Une voiture, arrêtée à un feu rouge, repart avec une accélération de 2 m s $^{-2}$ lorsque le feu devient vert. Que valent sa vitesse et sa position après 4 s ?

Réponse Puisque nous connaissons l'accélération, a, le temps écoulé Δt, et la vitesse initiale $v_0 = 0$, nous pouvons utiliser les équations (1.5) et (1.8) pour évaluer la vitesse et le déplacement. Il vient

$$v = v_0 + a\ \Delta t = 0 + (2\ \text{m s}^{-2})(4\ \text{s}) = 8\ \text{m s}^{-1}$$

$$\Delta x = v_0\ \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$
$$= 0 + \frac{1}{2}(2\ \text{m s}^{-2})(4\ \text{s})^2 = 16\ \text{m}$$

Après 4 s, la voiture a atteint une vitesse de 8 m s^{-1} et elle se trouve à 16 m du feu.

Notons que nous aurions pu évaluer Δx à partir de l'équation (1.7) en nous servant du résultat obtenu pour v. Les problèmes relatifs au mouvement uniformément accéléré et les problèmes de physique, en général, peuvent souvent être résolus de différentes manières.

Exemple 1.11

Une voiture atteint une vitesse de 20 m s^{-1} avec une accélération de 2 m s^{-2}. Quelle sera la distance parcourue durant l'accélération si la voiture initialement est

a) au repos ?

b) animée d'une vitesse de 10 m s^{-1}?

Réponse a) Dans ce cas, nous connaissons les vitesses initiale et finale ainsi que l'accélération. L'équation (1.9) fait intervenir ces trois grandeurs, plus la distance parcourue Δx. En résolvant cette équation par rapport à Δx, avec

$$a = 2 \text{ m s}^{-2},$$
$$v = 20 \text{ m s}^{-2} \text{ et } v_0 = 0$$

on obtient

$$\Delta x = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2a} = \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2}{2(2 \text{ m s}^{-1})} = 100 \text{ m}$$

Nous aurions pu résoudre ce problème en utilisant la relation $v = v_0 + a\,\Delta t$ pour évaluer Δt, et en substituant la valeur obtenue dans l'équation (1.8). (Le lecteur effectuera cette résolution en guise d'exercice.)

b) Procédons comme ci-dessus, mais avec $v_0 = 10$ m s^{-1}

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$
$$= \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 - (10 \text{ m s}^{-1})^2}{2(2 \text{ m s}^{-2})} = 75 \text{ m}$$

La distance nécessaire pour atteindre la vitesse donnée est plus courte que dans le cas a) puisque, au départ, la voiture est en mouvement.

Exemple 1.12

Une voiture démarre avec une accélération constante de 2 m s^{-2}. Elle s'insère dans le trafic d'une grand-route où les voitures se déplacent à la vitesse constante de 24 m s^{-1}.

a) Combien de temps faudra-t-il pour que la voiture atteigne une vitesse de 24 m s^{-1} ?

b) Quelle sera la distance parcourue durant cet intervalle de temps ?

c) Le conducteur ne souhaite pas que le véhicule qui le suit s'approche à moins de 20 m de sa voiture. Il ne souhaite pas non plus que ce véhicule soit forcé de ralentir.

Évaluer le vide qu'il doit y avoir entre deux voitures pour que le conducteur puisse s'insérer dans la file.

Réponse a) Le temps nécessaire pour que la voiture atteigne la vitesse de $v = 24$ m s^{-1}, en partant du repos, est donné par l'équation $v = v_0 + a\,\Delta t$. Nous pouvons la récrire sous la forme

$$\Delta t = (v - v_0) / a = (24 \text{ m s}^{-1}) / (2 \text{ m s}^{-2}) = 12 \text{ s}$$

b) En utilisant l'équation (1.8), la distance parcourue en 12 s est

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$
$$= 0 + \frac{1}{2}(2 \text{ m s}^{-2})(12 \text{ s})^2 = 144 \text{ m}$$

c) Si le véhicule suivant se déplace à la vitesse constante de $v_0 = 24$ m s^{-1}, $a = 0$. En utilisant l'équation (1.8), on voit que cette voiture parcourt, en 12 s, la distance

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$
$$= (24 \text{ m s}^{-1})(12 \text{ s}) + 0 = 288 \text{ m}$$

Puisque la voiture qui veut s'insérer dans le trafic parcourt 144 m pendant ce temps, la voiture suivante gagne (288 − 144) m soit 144 m. Si la distance entre deux véhicules doit être, au minimum, de 20 m, l'intervalle nécessaire doit donc être au moins égal à

$$(144 + 20)\text{m} = 164 \text{ m}$$

Dans cet exemple, la voiture atteint 24 m s^{-1} ou encore 86 km h^{-1} en 12 s. Il s'agit d'une accélération assez importante. Une voiture moins puissante mettrait un temps plus long pour atteindre cette vitesse, ce qui impliquerait un plus grand vide dans le trafic.

Ces exemples illustrent la manière de résoudre des problèmes relatifs au mouvement rectiligne uniformément accéléré et les problèmes de physique en général. La méthode consiste à identifier les données et les inconnues du problème. On recherche alors l'équation ou les équations qui relient ces quantités. Si nécessaire, on résout alors le problème algébriquement en exprimant une inconnue en fonction des quantités connues. Il est préférable de substituer les valeurs numériques dans l'étape finale de la résolution du problème plutôt que dans les étapes préliminaires. Cela réduit le travail arithmétique et facilite la vérification des calculs.