

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1

LES OPERATIONS

GENERALITES	1
ASSOCIATIVITE	2
COMMUTATIVITE	3
TABLE D'UNE OPERATION	3
TEST DE LIGHT	6
ELEMENT NEUTRE	12
SIGNE DESIGNANT UNE OPERATION	14
ELEMENT NEUTRE ET TABLE DE CAYLEY	14
ELEMENT SYMETRIQUE	16
ELEMENTS SIMPLIFIABLES	18
ELEMENT SYMETRIQUE ET TABLE DE CAYLEY	19
ELEMENT REGULIER	20
RELATIONS (RAPPELS)	21
REPRESENTATION SAGITTALE	21
REPRESENTATION CARTESIENNE	22
TABEAU	23
PRODUIT CARTESIEN	24
RELATION	24
RELATION FONCTIONNELLE OU FONCTION	24
APPLICATIONS	25
APPLICATIONS SURJECTIVES OU SURJECTIONS	25
APPLICATIONS INJECTIVES OU INJECTIONS	25
APPLICATIONS BIJECTIVES OU BIJECTIONS	26
PROPRIETES DES RELATIONS BINAIRES DANS UN ENSEMBLE	26
REFLEXIVITE	26
SYMETRIE	26
ANTISYMETRIE	27
TRANSITIVITE	27
RELATION RECIPROQUE D'UNE RELATION DONNEE	27
COMPOSITION DES RELATIONS	28

DIAGRAMMES SAGITTAUX DE DEUX RELATIONS \mathfrak{R}_1 ET \mathfrak{R}_2	29
FONCTION RECIPROQUE D'UNE FONCTION DONNEE	30
APPLICATION RECIPROQUE D'UNE APPLICATION DONNEE	30
COMPOSITION DES FONCTIONS	30
COMPOSITION DES APPLICATIONS	31
PERMUTATIONS	31
INVOLUTION	32
PARTIES D'UN ENSEMBLE	32
ENSEMBLE DES PARTIES D'UN ENSEMBLE	32
FAMILLE DE PARTIES D'UN ENSEMBLE	33
PARTITION D'UN ENSEMBLE	33
RECOUVREMENT D'UN ENSEMBLE	34
RELATIONS D'EQUIVALENCE	34
CLASSES D'EQUIVALENCE	35
ENSEMBLE QUOTIENT	38
DECOMPOSITION CANONIQUE D'UNE APPLICATION	38
EQUIPOTENCE	40
RELATION D'ORDRE	41
ORDRE TOTAL	41
ORDRE PARTIEL	42
RELATION D'ORDRE STRICT	42
INTERVALLES	42
MAJORANT	43
MINORANT	43
ELEMENT MAXIMUM	43
ELEMENT MINIMUM	44
BORNE SUPERIEURE	44
BORNE INFERIEURE	45
TABLEAU DES NOTATIONS	45
DISTRIBUTIVITE D'UNE LOI PAR RAPPORT A UNE AUTRE	47
COMPATIBILITE	47
HOMOMORPHISME OU MORPHISME	52
ISOMORPHISME	53
ENDOMORPHISME	54
AUTOMORPHISME	55
ARTHUR CAYLEY	55
QUELQUES STRUCTURES ALGEBRIQUES	56

CHAPITRE 2

SEMI - GROUPES

TABLE DES MATIÈRES	465
DEFINITION	59
VERIFICATION	59
STRUCTURES	59
TABLE DE CAYLEY	60
CLASSES RESIDUELLES MODULO m	61
ORDRE D'UN SEMI - GROUPE	65
NOMBRES PAIRS ET NOMBRES IMPAIRS	65

CHAPITRE 3

MONOÏDES

DEFINITION	67
VERIFICATION	67
STRUCTURES	68
ORDRE D'UN MONOÏDE	68
OPERATION ET ELEMENT NEUTRE	68
ELEMENT SYMETRISABLE	68
TABLE DE CAYLEY	69
SOUS - MONOÏDE D'UN MONOÏDE	70

CHAPITRE 4

GROUPE

DEFINITION	71
VERIFICATION	72
STRUCTURES	72
DIAGRAMMES SAGITTAUX	73
SUBSTITUTIONS	78
ORDRE D'UN GROUPE	98
PROPRIETES	98
NOTATION ADDITIVE	102
NOTATION MULTIPLICATIVE	103
TABLES DE CAYLEY	104
SUBSTITUTIONS CIRCULAIRES	116
DES PETITS CARRES DANS LES TABLES DES GROUPE	124
TRANSFORMATIONS LAISSANT INVARIANT UN TRIANGLE	

EQUILATERAL	133
TRANSFORMATIONS LAISSANT INVARIANT UN CARRE	135
LE PLAN EUCLIDIEN	140
ESPACES VECTORIELS	141
STRUCTURE D'ESPACE VECTORIEL SUR UN CORPS COMMUTATIF K	141
PROPRIETES DANS UN K - ESPACE	142
SOUS - ESPACES VECTORIELS	144
STRUCTURE D'ALGEBRE SUR UN CORPS K	144
SOUS - ALGEBRE	145
APPLICATIONS LINEAIRES	148
EVARISTE GALOIS	149

CHAPITRE 5

SOUS - SEMI - GROUPES

DEFINITION	151
VERIFICATION	151
STRUCTURES	152
SEMI - GROUPES CYCLIQUES	154
TABLES DE CAYLEY	156

CHAPITRE 6

SOUS - MONOÏDES

DEFINITION	159
VERIFICATION	159
STRUCTURES	161
MONOÏDES CYCLIQUES	168
CENTRE D'UN MONOÏDE	168

CHAPITRE 7

SOUS - GROUPES

TABLE DES MATIÈRES	467
DEFINITION	171
VERIFICATION	172
PROPRIETES	173
GROUPE DES ELEMENTS INVERSIBLES D'UN MONOÏDE	178
SOUS - GROUPE ENGENDRE PAR UNE PARTIE	178
SOUS - GROUPE MONOGÈNE	181
CENTRE D'UN GROUPE	181
STRUCTURES	182
SOUS - GROUPE CYCLIQUES	187
GROUPE CYCLIQUE INFINI	194
NOMBRES INFERIEURS OU EGAUX AU NOMBRE N ET PREMIERS AVEC CE NOMBRE	205
AUTOMORPHISME INTERIEUR D'UN MONOÏDE	206
AUTOMORPHISME INTERIEUR D'UN GROUPE	207
SOUS - GROUPE INVARIANTS OU DISTINGUES	207
COMMENT DETERMINER LES CLASSES D'EQUIVALENCE À GAUCHE MODULO H	218
COMMENT DETERMINER LES CLASSES D'EQUIVALENCE À DROITE MODULO H	226
GROUPE QUOTIENT	231
TABLE CORRESPONDANT AU GROUPE QUOTIENT ($Z / 7Z$, T)	238
GROUPE QUOTIENT (RESUME)	240

CHAPITRE 8

HOMOMORPHISMES DE GROUPE

DEFINITION	243
HOMOMORPHISMES ET PROPRIETES	244
PROPRIETES DANS LE CAS D'UN MORPHISME SURJECTIF	251
SOUS - STRUCTURES ALGEBRIQUES AVEC UNE SEULE OPERATION BINAIRE	254
COMPOSITION DE DEUX MORPHISMES	256
ENSEMBLE DES ENDOMORPHISMES D'UNE STRUCTURE ALGEBRIQUE	257
ISOMORPHISMES	261
RELATION D'EQUIVALENCE SUR L'ENSEMBLE DES	

STRUCTURES ALGÈBRIQUES	264
THEOREME DE CAYLEY	266
AUTOMORPHISMES	272
HOMOMORPHISME CONSIDERE COMME ETANT LA COMPOSITION D'HOMOMORPHISMES	275
DIAGRAMMES SAGITTAUX	278
DECOMPOSITION D'UN HOMOMORPHISME	279
NOYAU D'UN MORPHISME	280

CHAPITRE 9

ANNEAUX

DEFINITION	289
VERIFICATION	290
QUELQUES REMARQUES	290
STRUCTURES	291
PROPRIETES	292
ORDRE D'UN ANNEAU	293
INDICE D'UN ELEMENT	294
CARACTERISTIQUE D'UN ANNEAU	295
DIVISEURS DE ZERO	298
LOIS DE SIMPLIFICATION	300
ELEMENTS INVERSIBLES	302
ANNEAU UNIFERE	303
ANNEAU INTEGRE	304
DOMAINE D'INTEGRITE	308
RELATION DE DIVISIBILITE DANS UN DOMAINE D'INTEGRITE	310
ANNEAU BOOLEEN	321
ANNEAU EUCLIDIEN	326
ANNEAU ORDONNE	331
ANNEAU DES POLYNÔMES	334
FONCTIONS DE TRANSFERT DES FILTRES POLYNOMIAUX	349
EXEMPLE	357
TRANSFORMATIONS FREQUENTIELLES	358
ANNEAUX ET ALGÈBRES DE FONCTIONS	360
CORPS DES FRACTIONS D'UN ANNEAU D'INTEGRITE	360

TABLE DES MATIÈRES	469
ELEMENTS ENTIERS	362
ANNEAU INTEGRALEMENT CLOS	363
ANNEAU FACTORIEL	363

CHAPITRE 10

CORPS

DEFINITION	365
VERIFICATION	366
AUTRES DEFINITIONS	367
ORDRE D'UN CORPS	368
STRUCTURES	369
PROPRIETES	370
DOMAINE D'INTEGRITE POSSEDANT UN NOMBRE FINI D'ELEMENTS	372
CORPS DE RESTES	373
ANNEAU DES POLYNÔMES SUR UN CORPS	373
CORPS DES QUATERNIONS	385
CORPS DE NOMBRES	390

CHAPITRE 11

SOUS - ANNEAUX

DEFINITION	391
VERIFICATION	392
STRUCTURES	392
CENTRE D'UN ANNEAU	394
IDEAL	395
IDEAL PRINCIPAL	407
ANNEAU PRINCIPAL	407
ANNEAU QUOTIENT	411
ANNEAU DES CLASSES DE CONGRUENCE MODULO β	417
ANNEAU NOETHERIEN	419
ANNEAU DE DEDEKIND	420

CHAPITRE 12

SOUS - CORPS

DEFINITION	421
VERIFICATION	422
STRUCTURES	423

CHAPITRE 13**HOMOMORPHISMES D'ANNEAUX ET
HOMOMORPHISMES DE CORPS**

HOMOMORPHISMES D'ANNEAUX	425
NOYAU D'UN HOMOMORPHISME D'ANNEAUX	426
HOMOMORPHISMES DE CORPS	429

CHAPITRE 14**PRODUITS DE STRUCTURES ALGEBRIQUES**

GENERALITES	431
STRUCTURES ALGEBRIQUES CONSTRUITES À PARTIR DE COLLECTIONS HOMOGENES DE STRUCTURES ALGEBRIQUES	441
PRODUITS DE SEMI - GROUPES	448
PRODUITS DE MONOÏDES	448
PRODUITS DE GROUPES	449
PRODUITS D'ANNEAUX	450
MORPHISMES	451
ISOMORPHISMES	452
MORPHISME DE GROUPES	456