

Table des matières

Avant-propos	15
Chapitre 1. Une méthodologie de la modélisation en biologie et en écologie	23
1.1. Modèles et modélisation	23
1.1.1. Les modèles	24
1.1.2. La modélisation	26
1.2. La modélisation mathématique	28
1.2.1. Analyse de la situation biologique et du problème posé	29
1.2.2. Caractérisation et analyse du système	33
1.2.3. Choix ou construction du modèle	36
1.2.4. Etude des propriétés du modèle.	40
1.2.5. Identification.	47
1.2.6. Validation	48
1.2.7. Utilisation	53
1.2.8. Conclusion	54
1.3. Compléments.	55
1.3.1. Différences entre objet mathématique et modèle mathématique.	55
1.3.2. Différents types d'objets et de formalisations utilisés dans une tentative de modélisation mathématique	56
1.3.3. Eléments sur le choix d'un formalisme mathématique	59
1.3.4. Approche stochastique ou approche déterministe ?	60
1.3.5. Temps discret ou temps continu ?	61
1.3.6. Variables biologiques, variables physiques.	62
1.3.7. Le débat quantitatif-qualitatif	62

1.4. Le modèle et la modélisation dans les sciences de la vie	64
1.4.1. Quelques repères historiques	65
1.4.2. La modélisation dans les disciplines biologiques	69
1.4.3. La modélisation en biologie des populations et en écologie	70
1.4.4. Les acteurs	71
1.4.5. Modélisation et informatique	72
1.4.6. Une définition de la bio-informatique	72
1.5. Une brève histoire de l'écologie et de l'importance des modèles dans cette discipline.	74
1.6. La notion de système : un concept unificateur	80

Chapitre 2. Schémas fonctionnels : construction et interprétation de modèles mathématiques

2.1. Introduction.	84
2.2. Schémas en boîtes et flèches : les modèles à compartiments	86
2.3. Les représentations inspirées des diagrammes de Forrester	89
2.4. Représentation « type chimique » et modèles différentiels multilinéaires.	90
2.4.1. Principaux éléments sur l'algorithme de traduction	91
2.4.2. Exemple du modèle logistique	95
2.4.3. Phénomènes de saturation	97
2.5. Schémas fonctionnels de modèles en dynamique des populations.	99
2.5.1. Modèles à une population	99
2.5.2. Modèles à deux populations en interaction	103
2.6. Considérations générales sur les schémas fonctionnels et l'interprétation des modèles différentiels	108
2.6.1. Hypothèses générales.	108
2.6.2. Interprétation : aspects phénoménologiques et mécanistes, connaissances superficielles et connaissances profondes	109
2.6.3. Vers une classification des modèles différentiels et intégro-différentiels de la dynamique des populations.	109
2.7. Conclusion	111

Chapitre 3. Modèles de croissance – dynamique et génétique des populations

3.1. Les processus biologiques de la croissance	114
3.2. Les données expérimentales	117

3.2.1. Les données relatives à la croissance des organismes	117
3.2.2. Les données relatives à la croissance des populations	119
3.3. Les modèles	122
3.3.1. Les questions et les utilisations des modèles	123
3.3.2. Quelques modèles de croissance classiques	125
3.4. Modélisation de la croissance et schémas fonctionnels	129
3.4.1. Aspects quantitatifs	131
3.4.2. Aspects qualitatifs : choix et construction de modèles	131
3.4.3. Schémas fonctionnels et modèles de croissance	132
3.4.4. Exemples de construction de nouveaux modèles	135
3.4.5. Typologie des modèles de croissance	140
3.5. Croissance d'organismes : quelques exemples	140
3.5.1. Croissance individuelle du Goëland d'Europe, <i>Larus argentatus</i>	140
3.5.2. Croissance individuelle de jeunes rats musqués, <i>Ondatra zibethica</i>	143
3.5.3. La croissance des arbres forestiers	149
3.5.4. La croissance humaine	156
3.6. Modèles en temps continu de la dynamique des populations.	157
3.6.1. Exemples de modèles de la croissance de populations bactériennes : le modèle exponentiel, le modèle logistique, le modèle de Monod et le modèle de Contois	157
3.6.2. Dynamique de la biodiversité à l'échelle géologique	170
3.7. Modèles démographiques élémentaires en temps discret	176
3.7.1. Un modèle démographique en temps discret de populations microbiennes	177
3.7.2. Le modèle de Fibonacci	179
3.7.3. Les systèmes de Lindenmayer comme modèles démographiques	180
3.7.4. Exemples de processus de ramification	187
3.7.5. Evolution de la population du bouquetin du « Grand Paradis »	192
3.7.6. Conclusion	194
3.8. Modèle en temps continu de la structure en âge d'une population	195
3.9. Dynamique spatialisée : exemple des populations halieutiques et de la régulation des pêches maritimes	196
3.10. Évolution de la structure génétique d'une population autogame diploïde	197
3.10.1. Le schéma mendélien	197
3.10.2. Evolution génétique d'une population autogame	199

Chapitre 4. Modèles d'interactions entre populations.	205
4.1. Le modèle de Volterra-Kostitzin, un exemple d'utilisation en biologie moléculaire : la dynamique des populations d'ARN	205
4.1.1. Les données expérimentales.	207
4.1.2. Quelques éléments sur l'analyse qualitative du modèle de Kostitzin	210
4.1.3. Données initiales	211
4.1.4. Estimation des paramètres et analyse des résultats	211
4.2. Modèles de compétition entre populations	214
4.2.1. Etude du système différentiel	215
4.2.2. Description de la compétition à l'aide de schémas fonctionnels.	219
4.2.3. Application à l'étude de la compétition entre populations de <i>Fusariums</i> dans le sol	224
4.2.4. Etude théorique de la compétition en système ouvert.	228
4.2.5. Compétition en environnement variable	231
4.3. Les systèmes prédateurs-proies	238
4.3.1. Le modèle de base (modèle I).	239
4.3.2. Un modèle en milieu limité (modèle II).	242
4.3.3. Modèle avec des capacités limitées d'assimilation de la proie par le prédateur (Modèle III).	246
4.3.4. Modèle avec des capacités limitées d'assimilation de la proie par le prédateur	252
4.3.5. Modèle avec des capacités limitées d'assimilation du prédateur et une hétérogénéité spatiale	253
4.3.6. Dynamique des populations de <i>Rhizobium japonicum</i> dans les sols	255
4.3.7. Prédation de <i>Rhizobium japonicum</i> par des amibes dans les sols.	258
4.4. La modélisation du processus de nitrification par des populations microbiennes des sols : un exemple de succession	260
4.4.1. Introduction	260
4.4.2. Procédé expérimental.	262
4.4.3. Construction du modèle – Identification	263
4.4.4. Résultats	266
4.4.5. Discussion et conclusion.	268
4.5. Conclusion et autres informations	270

Chapitre 5. Modèles à compartiments	271
5.1. Représentations schématiques et modèles mathématiques associés . . .	274
5.1.1. Représentations schématiques	274
5.1.2. Modèles mathématiques	275
5.2. Modèles à compartiments autonomes généraux	283
5.2.1. Les systèmes caténaire	284
5.2.2. Les systèmes bouclés	285
5.2.3. Les systèmes mamillaires	286
5.2.4. Les systèmes représentant des processus spatiaux	286
5.2.5. Représentation générale d'un système autonome à compartiments	287
5.3. Estimation des paramètres des modèles	290
5.3.1. La méthode des moindres carrés (principes élémentaires)	290
5.3.2. Etude des fonctions de sensibilité – Optimisation de la procédure expérimentale	291
5.4. Les systèmes ouverts	292
5.4.1. Le compartiment unique	292
5.4.2. Le compartiment unique avec une entrée et une sortie	293
5.5. Modèles à compartiments ouverts généraux	296
5.6. Commandabilité, observabilité, identifiabilité d'un système à compartiments	298
5.6.1. Commandabilité, observabilité et identifiabilité	298
5.6.2. Applications de ces notions	299
5.7. Autres modèles mathématiques	299
5.8. Exemples et compléments	301
5.8.1. Modèle d'un système à un compartiment : application à la définition d'une posologie optimale	301
5.8.2. Un système simple réversible à deux compartiments	304
5.8.3. Temps moyen de séjour d'un traceur dans des structures cellulaires	309
5.8.4. Exemple de construction de l'équation de diffusion	316
 Chapitre 6. Complexités, échelles, chaos, hasards et autres curiosités . . .	 321
6.1. Complexités	323
6.1.1. Quelques aspects de l'emploi des mots complexe et complexité	324

6.1.2. Biodiversité et complexité vers une théorie unificatrice de la biodiversité ?	343
6.1.3. Complexité aléatoire, logique, structurelle et dynamique	346
6.2. Les non linéarités, les échelles de temps et d'espace, la notion d'équilibre et ses avatars	349
6.2.2. Les échelles d'espace et de temps	354
6.2.3. Autour de la notion d'équilibre	355
6.2.4. Transitions entre attracteurs, les bifurcations sont-elles prévisibles ?	361
6.3. Modélisation de la complexité.	363
6.3.1. Dynamiques complexes : l'exemple du chaos déterministe	364
6.3.2. Dynamique des systèmes complexes et de leur structure.	372
6.3.3. Formes et morphogenèse – La dynamique des structures spatiales : systèmes de Lindenmayer, fractales et automates cellulaires	378
6.3.4. Comportements aléatoires	389
6.4. Conclusion	391
6.4.1. Hasard et complexité	392
6.4.2. La démarche de modélisation	395
6.4.3. Les problèmes liés à la prévision	399
CONCEPTS, RÉSULTATS ET OUTILS	403
Complément I. Equations différentielles	405
I.1. Rappels sur les systèmes de repérage dans le plan : coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires et coordonnées paramétriques.	407
I.1.1. Coordonnées polaires	407
I.1.2. Coordonnées paramétriques	410
I.2. Equations différentielles dans \mathbb{R} . Equations différentielles du premier ordre.	411
I.2.1. Définitions et interprétations géométriques	411
I.2.2. Théorème d'existence et d'unicité	418
I.2.3. Recherche des solutions explicites. Rappel de quelques méthodes formelles.	420
I.3. Equations différentielles ordinaires dans \mathbb{R}^2 – Equations du second ordre dans \mathbb{R} . Systèmes différentiels	425
I.3.1. Définitions, équations linéaires	425
I.3.2. Solutions du système linéaire plan	428

I.3.3. Expression matricielle des solutions	445
I.3.4. Typologie des solutions du système linéaire	445
I.3.5. Solutions du système $X' = AX + B$	447
I.3.6. Quelques concepts élémentaires de l'automatique	450
I.4. Etude des systèmes autonomes non linéaires dans \mathbb{R}^2	453
I.4.1. Les cycles limites	455
I.4.2. Les méthodes d'étude des points dégénérés (Lyapounov)	462
I.4.3. Les bifurcations	462
I.4.4. Les régimes chaotiques	465
I.4.5. Théorème de Poincaré-Andronov-Hopf	466
I.4.6. La réaction de Belousov-Zhabotinsky	466
I.5. Recherche numérique des solutions d'une équation et d'un système différentiel ordinaire	468
I.5.1. L'algorithme d'Euler	469
I.5.2. Les algorithmes de Runge-Kutta	469
I.5.3. Comparaison des trois méthodes sur un exemple	471
I.5.4. Recherche numérique des solutions d'un système différentiel ordinaire	474
I.6. Equations aux dérivées partielles (EDP)	475
I.6.1. Expression d'une fonction à plusieurs variables et de ses dérivées dans un espace continu	476
I.6.2. Solutions des EDP	478
Complément II. Equations récurrentes	483
II.1. Relations avec le calcul numérique et les équations différentielles	485
II.1.1. Algorithmes numériques (exemple de l'algorithme de Newton)	485
II.1.2. Equations récurrentes et équations différentielles	490
II.2. Equations récurrentes et modélisation	494
II.2.1. Le modèle linéaire à une variable	494
II.2.2. Le modèle linéaire à n variables	498
II.2.3. Les modèles non linéaires	499
Complément III. Ajustement d'un modèle à des données expérimentales	507
III.1. Introduction	507
III.2. Critère des moindres carrés	509
III.3. Modèles dépendant linéairement des paramètres	512

III.3.1. Cas de la droite	512
III.3.2. Interprétations géométriques.	515
III.3.3. Généralisation	520
III.4. Modèles non linéaires en fonction des paramètres	524
III.4.1. Recherche d'une solution au système non linéaire : la méthode de Newton-Raphson	526
III.4.2. La méthode de Gauss-Marquardt	531
III.4.3. Interprétations géométriques.	533
III.4.4. Cas des modèles définis implicitement par des équations différentielles ordinaires.	539
III.4.5. Problème des estimations initiales $a_j(0)$ de la procédure itérative de minimisation du critère des moindres carrés.	544
III.5. Le point de vue du statisticien	546
III.5.1. La méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moindres carrés	548
III.5.2. Estimateurs centrés – estimateurs biaisés	551
III.5.3. Matrice des covariances – Domaine de confiance approché	553
III.5.4. Optimisation des protocoles expérimentaux pour l'estimation des paramètres, identifiabilité.	557
III.5.5. Corrélations entre paramètres	563
III.5.6. Reparamétrisation	568
III.6. Exemples d'ajustements et de formes du critère des moindres carrés pour le modèle linéaire et quelques modèles non linéaires.	572
III.6.1. Le modèle linéaire $y = a_0 + a_1 x$	572
III.6.2. Modèle exponentiel $y = a e^{bx}$	572
III.6.3. Modèle de Michaëlis-Menten de la cinétique enzymatique	573
III.6.4. Modèle de Gompertz	575

Complément IV. Introduction aux processus stochastiques 579

IV.1. Processus non markoviens	580
IV.1.1. Le processus de Bernoulli	580
IV.1.2. Processus continu et homogènes – Processus de Poisson – Lois exponentielle, de Poisson et gamma.	583
IV.1.3. Exemples tirés des sciences physiques, économiques et biologiques	589
IV.2. Introduction aux processus de Markov	598
IV.2.1. Processus de Markov discret à deux états	599
IV.2.2. Conclusion	609
IV.3. Les processus de ramification (brève et simple introduction)	609

IV.3.1. Éléments de base : population constituée d'un type d'individus	610
IV.3.2. Population constituée de deux types d'individus (par exemple, jeunes et adultes)	611

Bibliographie	615
--------------------------------	-----

Matériel protégé par le droit d'auteur