

Brahim Lamine

Méca

LE LIVRE QU'IL VOUS FAUT POUR (ENFIN)
COMPRENDRE
LA **MÉCANIQUE**

DUNOD

Couverture : Rachid Marai

Crédits iconographiques :

– Page 100 : Georges W. Ackerman

– Page 103 : CERN

– Page 182 : f9 photos - iStock.com

– Page 198 : geolives © Institut Géographique National belge

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2019

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-078171-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos	IX
Remerciements	X
Liste des acronymes	XI
Partie I	
Introduction	1
Chapitre 1 Analyse dimensionnelle	7
1. Dimension et unité	7
1.1. Le système international d'unités	8
1.2. Unités dérivées	12
1.3. Unités naturelles et changement d'unités	13
1.4. Grandeurs sans unité et/ou sans dimension	16
2. Analyse dimensionnelle	17
2.1. Homogénéité	19
2.2. Quelques remarques	20
2.3. Analyse dimensionnelle et prévision de lois simples	22
2.4. Loi d'échelle	25
Chapitre 2 Constantes et interactions fondamentales	27
1. Constantes fondamentales	27
1.1. Liste de quelques constantes fondamentales	27
1.2. Système d'unités naturelles	29
2. Interactions fondamentales	30
2.1. Interaction gravitationnelle	30
2.2. Interaction électromagnétique	33
2.3. Interaction faible	36
2.4. Interaction forte	36
Partie II	
Cinématique	37
Chapitre 3 Repérage d'un point dans l'espace (-temps)	41
1. Référentiel et repère	41
1.1. À propos du temps	41

1.2.	Repère spatial	41
1.3.	Trajectoire et relativité du mouvement	43
2.	Système de coordonnées cartésiennes	44
2.1.	Mouvement 1D	44
2.2.	Généralisation à 3D	45
3.	Systèmes de coordonnées cylindriques et sphériques	48
3.1.	Système de coordonnées polaires (2D)	48
3.2.	Système de coordonnées cylindriques (3D)	50
3.3.	Système de coordonnées sphériques (3D)	51
Chapitre 4	Cinématique 1D	53
1.	Position et vitesse	53
1.1.	Vitesse moyenne <i>versus</i> vitesse instantanée	53
1.2.	Représentations d'espace-temps	54
1.3.	Problème inverse : équation horaire	56
1.4.	Transformations de Galilée	57
2.	Accélération	57
2.1.	Mouvement accéléré/décéléré	57
2.2.	Retour sur les diagrammes d'espace-temps	60
2.3.	Problème inverse	61
3.	Exemples de mouvements unidimensionnels	61
3.1.	Mouvement rectiligne uniforme	61
3.2.	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	62
3.3.	Mouvement rectiligne harmonique	62
Chapitre 5	Cinématique 2D et 3D	65
1.	Vitesse et accélération	65
1.1.	Vitesse	65
1.2.	Vecteur vitesse en coordonnées polaires/cylindriques	66
1.3.	Vecteur vitesse en coordonnées sphériques	68
1.4.	Composition des vitesses	69
1.5.	Accélération	71
2.	Exemple du mouvement uniformément accéléré	75
3.	Exemple du mouvement circulaire	76
3.1.	Vitesse et vitesse angulaire	76
3.2.	Accélération d'un mouvement circulaire uniforme	80
3.3.	Accélération d'un mouvement circulaire non uniforme	82
4.	Repère de Frenet - système de coordonnées curvilignes	83

Partie III

Dynamique newtonienne

Chapitre 6	Les forces	97
1.	Propriétés des forces	97
1.1.	Principe de linéarité	98
1.2.	Forces extérieures versus forces intérieures	99
2.	Exemples de forces	100
2.1.	Forces à distance	101
2.2.	Forces de contact exercées par un fluide	105
2.3.	Forces de contact exercées par un solide	109
Chapitre 7	Lois de Newton	121
1.	Première loi de Newton (1LN) ou principe d'inertie	121
1.1.	Aspect historique	121
1.2.	Énoncé du principe	123
1.3.	Référentiel galiléen	126
2.	Deuxième loi de Newton (2LN) ou principe fondamental de la dynamique	128
3.	Troisième loi de Newton (3LN) ou principe des actions réciproques	135
4.	Exemples d'applications des lois de Newton	138
4.1.	Problème de statique	138
4.2.	Glissement avec frottement solide	139
4.3.	Balistique (chute libre)	141
4.4.	Machine d'Atwood	144
4.5.	Un exemple de système ouvert	145
4.6.	Effondrement d'un immeuble	146

Partie IV

Énergie

Chapitre 8	Travail et énergie cinétique	155
1.	Travail et puissance	155
1.1.	Travail élémentaire	155
1.2.	Puissance d'une force	157
1.3.	Travail sur un chemin	158

2.	Quelques exemples de travail	159
2.1.	Travail le long d'un chemin rectiligne	160
2.2.	Travail d'une force constante	162
2.3.	Travail d'une force de rappel	163
2.4.	Travail d'une force de frottement	164
3.	Théorème de l'énergie cinétique (TEC)	165
3.1.	Théorème de la puissance cinétique (TPC)	165
3.2.	Théorème de l'énergie cinétique (TEC)	167
Chapitre 9	Énergie potentielle et forces conservatives	171
1.	Exemples d'énergie potentielle	172
1.1.	Cas d'une force constante	172
1.2.	Force gravitationnelle et force de Coulomb	173
1.3.	Force de rappel élastique	174
2.	Énergie mécanique	175
2.1.	Définition	175
2.2.	Théorème général	178
3.	Collisions (ou chocs)	179
3.1.	Collision 1D (choc frontal) élastique	181
3.2.	Collision 2D élastique	184
3.3.	Choc mou	185
4.	Un pas vers la thermodynamique : énergie interne U	188
5.	Étude qualitative des mouvements et des équilibres - 1D	189
5.1.	Position du problème sur un exemple	189
5.2.	Lien entre force et énergie potentielle	191
5.3.	Position d'équilibre	193
5.4.	Petites oscillations autour d'un équilibre	195
6.	Généralisation au cas 3D	197
6.1.	Opérateur gradient	197
6.2.	Relation locale entre force conservative et énergie potentielle	199

Partie V

Évolution temporelle des systèmes 205

Chapitre 10 Évolution des systèmes d'ordre 1 209

1.	Chute en présence de frottement fluide	209
1.1.	Position du problème	209
1.2.	Résolution du problème	210
1.3.	Cas général	215

2. Phénomènes traités par le même modèle mathématique	218
2.1. Désintégration radioactive	219
2.2. Autres exemples empruntés à la physique	222
2.3. Autres exemples empruntés à d'autres domaines	226
3. Exemples de systèmes non linéaires d'ordre 1	229
3.1. Force de traînée	229
3.2. Modèle de Verhulst (1836)	230

Chapitre 11 Évolution des systèmes d'ordre 2 sans frottement	231
1. Exemple des oscillations d'un ressort	232
1.1. Position du problème	232
1.2. Rappel des solutions d'une équation différentielle d'ordre 2 sans frottement	234
1.3. Solution de l'équation d'oscillateur harmonique	236
1.4. Cas du ressort vertical	239
1.5. Ressort à deux dimensions - courbe de Lissajous	239
2. Exemple du pendule simple	241
2.1. Position du problème	241
2.2. Solution linéarisée	242
3. Autres exemples de système d'ordre 2 sans frottement	243
3.1. Oscillations d'une molécule diatomique	244
3.2. Oscillations d'un flotteur	245
3.3. Oscillations dans un tube en U	246
3.4. Mouvement dans un champ magnétique	247
Corrigés des quiz	249
Corrigés des exercices	251
Corrigés des pauses réflexives	266
Index	269

Avant-propos

Cet ouvrage a pour vocation de vous faire comprendre la physique par le biais de ses **concepts fondamentaux**. Il présente les bases élémentaires de la mécanique de Newton avec une approche centrée sur la maîtrise des concepts élémentaires, en ne sacrifiant rien à la rigueur mathématique. Ainsi, le lecteur trouvera dans cet ouvrage du cours et du **discours**. Ce discours a pour objectif de nouer du lien entre les concepts. Pour aider encore plus le lecteur à donner du sens à ces liens, cet ouvrage contient un certain nombre de quiz, qui apparaissent au fil du cours au moment précis où il est pertinent de se « **challengeur** » sur le concept qui vient d'être développé. Ces quiz ne sont pas destinés à vérifier que vous connaissez votre cours, ils sont là pour vous aider à **comprendre**. Ainsi, pour utiliser pleinement ce livre, il vous faut faire l'effort de répondre à ces quiz au fil des pages, en prenant à chaque fois le temps nécessaire de la réflexion.

La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information.

Albert Einstein

Une mauvaise réponse à ces quiz est sûrement le signe d'une compréhension partielle de la partie traitée. Avant de poursuivre la lecture d'un chapitre, assurez-vous d'arriver à répondre correctement aux quiz. Vous pouvez les retrouver (et plein d'autres encore), accompagnés de la bonne réponse, d'une explication détaillée et de retours personnalisés sur votre réponse, sur la plateforme pédagogique **Adele**,

<https://my-adele.fr>

Cette plateforme constitue un accompagnement en ligne de cet ouvrage. Vous y trouverez également un forum permettant d'y déposer votre propre justification à chaque question, ainsi que consulter et noter les justifications des autres lecteurs.

Pour vous connecter à ces ressources, vous devez vous créer un compte (possibilité d'utiliser un compte google), puis rejoindre le cours n°9142. Pour cela, rendez-vous sur la page **Mes cours**, accessible via le menu de gauche, puis cliquez sur « + Rejoindre un cours ».

Ce livre ne se résume donc pas à un simple cours de physique pour étudiant pressé. Cependant, le lecteur qui souhaite avoir un aperçu rapide des « formules à retenir » peut se référer à la dernière section de chaque partie, qui synthétise les formules à connaître par cœur et celles à savoir retrouver rapidement.

Enfin, ce livre a plusieurs grilles de lecture. Le corps du texte présente les concepts qui sont accompagnés des quiz. Les **focus** sont des remarques importantes à lire, même en première lecture. Les **encarts** sont des remarques qui peuvent être sautées en première lecture, et qui font des ponts entre les concepts abordés et d'autres concepts plus élaborés de la physique (non nécessairement traités dans cet ouvrage). Enfin, les **notes de bas de page** peuvent être sautées, elles contiennent des remarques accessoires, le plus souvent destinées aux lecteurs avertis qui souhaitent en savoir encore plus (éclairage historique, anecdotes etc.).

Remerciements

Cet ouvrage d'introduction à la mécanique est né de l'idée d'insister en premier lieu sur les concepts de mécanique. J'ai découvert cette approche conceptuelle dans des ouvrages universitaires des pays anglo-saxons et chez certains auteurs français tels que Laurence Viennot ou Jean-Marc Levy-Leblond. Je remercie mon collègue Alexander Rudolph pour m'avoir initié à la mise en œuvre d'une approche conceptuelle en amphithéâtre à l'université. Je remercie également tous les collègues qui m'ont fait découvrir du matériel pédagogique sur lequel j'ai pu m'appuyer pour adapter ou concevoir des quiz pertinents, en particulier Lin Ding, Raymond Serway, Eric Mazur, et les enseignants de l'université du Colorado.

Je remercie également les différents étudiants de L1 de l'université Paul Sabatier, sur lesquels j'ai testé depuis plusieurs années les questions qui sont rassemblées dans ce livre et sur la plateforme Adele. Enfin, je remercie José-Philippe Perez, qui n'a eu de cesse de m'encourager lors de la rédaction de cet ouvrage, et avec lequel j'ai eu de nombreux échanges qui m'ont beaucoup apporté. Finalement, je termine par remercier ma compagne Laetitia Gomé, enseignante de physique/chimie au lycée, pour sa relecture attentive, ses commentaires constructifs et son soutien inconditionnel tout au long de la rédaction de cet ouvrage.

Liste des acronymes

- 1LN : première loi de Newton
- 2LN : deuxième loi de Newton
- 3LN : troisième loi de Newton
- PFD : principe fondamental de la dynamique
- TEC : théorème de l'énergie cinétique
- TPC : théorème de la puissance cinétique
- TEM : théorème de l'énergie mécanique
- TPM : théorème de la puissance mécanique
- EDL1 : équation différentielle linéaire d'ordre 1
- EDL2 : équation différentielle linéaire d'ordre 2

Partie I

Introduction

Objectifs

- Faire la différence entre dimension et unité.
- Savoir utiliser l'analyse dimensionnelle pour :
 - vérifier l'homogénéité d'un résultat ;
 - déterminer la dimension d'une grandeur intervenant dans une relation ;
 - déterminer une loi si on donne les grandeurs pertinentes à considérer ;
 - construire des lois d'échelle simples.
- Connaître et savoir estimer des ordres de grandeurs macroscopiques et microscopiques, éventuellement à partir d'une analyse dimensionnelle.
- Connaître et savoir exploiter l'expression des forces gravitationnelles et de Coulomb.

Prérequis

- Connaître les ordres de grandeurs macroscopiques et microscopiques relevant du programme du secondaire.
- Maîtriser la manipulation des puissances de 10 et les calculs algébriques de base.
- Maîtriser les changements d'unités.
- Savoir résoudre un système linéaire de N équations à N inconnues.
- Connaître et savoir utiliser le produit vectoriel (direction, sens, norme).

Plan

Chapitre 1. Analyse dimensionnelle

1. Dimension et unité
2. Analyse dimensionnelle

Chapitre 2. Constantes et interactions fondamentales

1. Constantes fondamentales
2. Interactions fondamentales

Qu'est-ce que la physique ?

La nature, telle qu'on l'observe, semble respecter des « règles ». Par exemple, lorsqu'on lâche plusieurs fois un même objet de la même façon, cet objet tombe toujours de façon identique, comme s'il avait respecté une règle de la nature¹. Selon Einstein, ces règles sont si fondamentales que penser qu'elles n'existent pas relève de la folie : « La folie, c'est de faire toujours la même chose et de s'attendre à un résultat différent. » La physique consiste à identifier ces règles^{2,3}. Plus l'Homme découvre et identifie les règles qui régissent la nature, plus il acquiert une certaine forme de contrôle sur elle. C'est cette démarche qui a sorti nos ancêtres des grottes froides et dangereuses et nous fournit notre confort actuel. Notre société doit ainsi beaucoup au travail des physiciens⁴.

Pour autant, il n'existe pas de théorie physique « vraie », mais seulement des théories dont on n'a pas encore montré qu'elles étaient fausses. Une représentation (= une théorie) en remplace une autre lors d'un changement de paradigme⁵. Ainsi, la physique ne prétend pas détenir une quelconque vérité et encore moins fournir de raison au pourquoi les choses se passent comme elles se passent⁶. Son objectif se résume à concevoir une représentation du monde (par le biais de lois mathématiques) qui rend compte, le plus simplement possible, de ces règles de la nature auxquelles nous accédons via l'expérience. Ainsi, le critère de « vérité » en science est le raisonnement et l'expérience⁷. En particulier, les règles de la nature n'étant accessibles que par l'expérience, une théorie physique n'est acceptable que si elle peut être falsifiée par une expérience, c'est-à-dire si la théorie fait des prédictions testables⁸. Lorsque deux théories rendent compte de la

1. Selon Étienne Klein, philosophe et scientifique français, c'est le fait que la nature possède beaucoup de symétries (invariance par translation dans l'espace, le temps, par rotation, etc.), que des « règles » simples peuvent exister et ainsi être objectivées par les mathématiques. Pour Voltaire, l'existence de ces règles simples, et donc de cet ordre, est la preuve de l'existence de Dieu ! Il formulera à ce propos sa célèbre phrase « c'est à l'horloge que l'on reconnaît l'horloger ».

2. Bien sûr, la physique ne fournit qu'une connaissance approchée de ces régularités de la nature.

3. Primo Levy, chimiste italien qui fut envoyé à Auschwitz, a dit que ce qui l'a sauvé c'est la science, car elle n'est pas manipulable. Il faut comprendre que les lois de la physique, c'est-à-dire les régularités de la nature, ne peuvent pas être modifiées par l'Homme.

4. On dit parfois que la moitié du PIB mondial actuel découle directement des découvertes de la mécanique quantique.

5. Voir le livre de Thomas Kuhn, *La structure des révolutions scientifiques*, pour une définition d'un paradigme en science.

6. Il s'agit du postulat d'objectivité de Descartes, selon lequel la nature est objective et non pas projective. Il faut comprendre de ce postulat que la nature n'a pas de projet, de dessein ou de finalité. Ainsi, la science proscrie la recherche des causes finales. Selon Spinoza, « la régression infinie des causes [la chaîne des « pourquoi ? »], qui amène à Dieu, est l'asile de l'ignorance ».

7. Au contraire de la religion, dont la vérité est l'autorité (la consultation des livres), comme le dit Blaise Pascal.

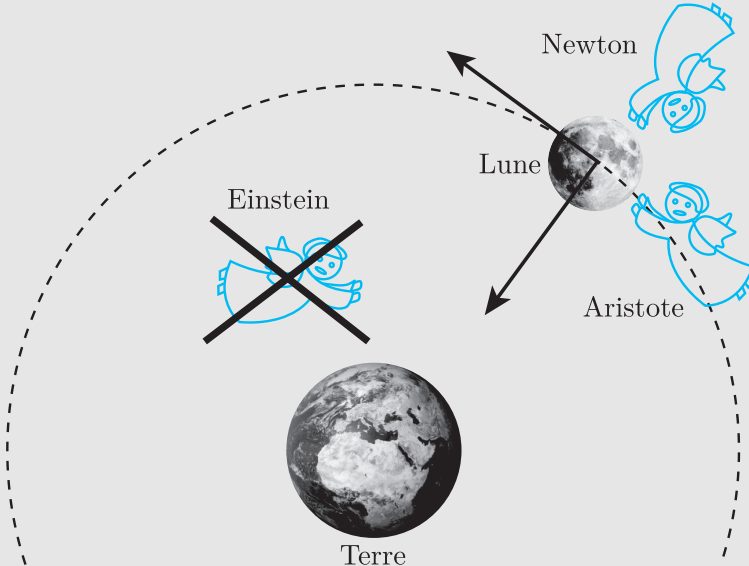
8. En ce sens, certaines théories physiques modernes comme la théorie des cordes échappent à ce principe.

même façon des observations, la théorie la plus « simple » est privilégiée (principe du « rasoir d'Ockham »¹).

Plus vous découvrirez les richesses des lois de la physique, plus vous ferez des ponts entre différents domaines et comprendrez la profondeur des concepts. Vous toucherez alors à la beauté de la physique. Comme le disait d'ailleurs Marie Curie : « Je suis de ceux qui pense que la science a une grande beauté. »

Encart Les anges de Feynman

Du temps de Kepler, Feynman raconte, dans son livre *La nature de la physique*, que certains scientifiques soutenaient que les planètes étaient poussées, sur leur orbite, par des anges battant des ailes. La révolution newtonienne a consisté à remplacer ces anges par une force à distance qui agit de façon radiale (que vous connaissez bien, c'est la loi de la gravitation). Si on y réfléchit bien, et en étant un brin cynique, la seule différence est que « les anges ont une autre position et battent des ailes vers l'intérieur de l'orbite ». Et pourtant, la théorie de Newton a permis un bond considérable dans notre façon d'appréhender les lois de la gravitation. C'est seulement la théorie de la relativité générale d'Einstein qui s'est débarrassée définitivement de ces anges ; vous verrez en effet plus tard dans vos études qu'au fond il n'existe pas de force gravitationnelle, mais seulement une courbure de l'espace-temps. La théorie d'Einstein est plus « simple » que celle de Newton, bien que les calculs soient plus ardues à mener.



1. Principe attribué au philosophe franciscain Guillaume d'Ockham (XIV^e siècle), bien que connu des Grecs comme Aristote. Il s'énonce ainsi : « Les multiples ne doivent pas être utilisés sans nécessité. » En gros, pourquoi faire compliqué quand on peut faire simple. On trouve aussi l'orthographe « rasoir d'Occam ».

Encart

Invariance par translation dans le temps

Les lois que vous allez étudier dans ce livre sont supposées être les mêmes aujourd'hui, dans le passé et dans le futur. On dit qu'elles sont invariantes par translation dans le temps. Cependant, il n'est pas inconcevable que les « règles » de la nature dépendent finalement du temps. De nombreuses expériences consistent précisément à tester si les lois de la physique étaient les mêmes dans un passé très reculé. Aucune variation des lois (et donc des règles de la nature) n'a pour le moment été identifiée. Il faut noter cependant qu'une dépendance temporelle des lois de la physique pourrait s'expliquer dans le cadre d'une théorie plus vaste, qui elle-même ne dépend pas du temps¹.

Encart

Comment renforcer une théorie en voulant la réfuter

Parfois, c'est en imaginant une expérience falsifiant une théorie qu'au contraire on la renforce énormément. C'est le cas par exemple avec la tâche de Poisson (appelée plutôt tâche de Fresnel), pensée comme une expérience « cruciale », que Siméon Denis Poisson avait envisagé pour démontrer l'aspect corpusculaire de la lumière (au détriment de l'aspect ondulatoire, soutenu par Fresnel). La prédiction de l'optique ondulatoire est que l'ombre portée derrière un disque circulaire doit posséder une tâche lumineuse au centre ! Ce résultat est tout à fait surprenant et a été mis en avant par Poisson pour réfuter la théorie ondulatoire. En effet, comme cette tâche, difficile à observer, n'avait pas été observée², Poisson en déduisit que la nature ondulatoire de la lumière était une théorie erronée. Mais il se trouve qu'Arago, qui a fait l'expérience soigneusement, a mis en évidence cette tâche, et ainsi convaincu la communauté scientifique de l'époque que la lumière était bien une onde³.

Quel est le rôle des mathématiques ?

Le rôle des mathématiques dans la physique est essentiel. Selon Jean-Marc Levy-Leblond (chercheur français de l'université de Nice), les mathématiques sont bien plus qu'un outil pour la physique : les mathématiques sont fusionnées dans la physique. Il va même jusqu'à dire que l'« on ne peut pas penser la physique sans passer par (penser par) les mathématiques ». Ainsi, par exemple, la vitesse ne devient un concept de la physique qu'à partir du moment où l'on est capable de lui donner une expression,

1. Ainsi, si on trouve un jour une dépendance temporelle à la constante de gravitation G , cela pourrait s'expliquer par une théorie plus large, comme la théorie de Brans-Dicke, dont les lois ne dépendent pas du temps, mais qui prédit que G n'est plus une constante fondamentale mais une variable dynamique.

2. En fait, elle avait déjà été observée un siècle auparavant, mais son observation, en l'absence de cadre théorique pour l'expliquer, était tombée dans l'oubli.

3. Aujourd'hui, on sait que la lumière est composée de photons, dont les caractéristiques se rapprochent dans certaines situations de celles d'une onde et dans d'autres situations de celles d'une particule. Ainsi, le photon n'est ni une particule, ni une onde, et ni même les deux à la fois : un photon est un photon et n'est pas réductible à la somme de deux autres concepts.

donc une formulation mathématique. Sans aller jusqu'à cet extrême, il faut retenir que les mathématiques jouent un rôle majeur comme outil mais aussi comme véhicule de la pensée.

Encart

L'efficacité déraisonnable des mathématiques

Le physicien théoricien hongrois Eugène Wigner disait du rôle des mathématiques en physique : « *the unreasonable effectiveness of mathematics* ». Selon J.-M. Levy-Leblond, la physique est précisément le domaine où les mathématiques ont une efficacité déraisonnable, pour reprendre les mots de Wigner.

Cependant, les mathématiques ne peuvent pas tout. En effet, un système physique est souvent bien trop compliqué pour pouvoir être traité de façon exacte par les mathématiques. Lorsque l'objet est compliqué, c'est souvent un autre champ des sciences que la physique qui s'ouvre alors (chimie, biologie, économie, etc.), possédant ses propres problématiques et ses propres méthodes d'analyses. Ainsi, un problème physique commence toujours par un dégrossissement, qui permet de ramener le problème initial à un problème simplifié, voire idéalisé. C'est l'étape de **modélisation**. Cette étape est fondamentale et représente le travail le plus difficile du physicien. Elle permet de ramener la situation étudiée vers un cadre où l'efficacité des mathématiques peut pleinement se déployer. En revanche, sur un problème trop compliqué, les mathématiques sont beaucoup moins efficaces. Un exemple pour bien comprendre, emprunté à J.M. Levy-Leblond¹ : considérons une personne qui cherche à couper un arbre. Si elle utilise un scalpel, c'est très précis (comme les mathématiques), mais elle n'arrivera pas au bout de l'arbre (dans un temps raisonnable). Le scalpel n'est efficace que sur des morceaux d'objets déjà réduits et soigneusement nettoyés. De la même façon, les mathématiques ne sont efficaces qu'après que les physiciens ont opéré une modélisation.

Dans la vision précédente, le champ de la physique grandit avec le temps, au fur et à mesure que l'on est capable de modéliser et de réduire un concept de telle sorte qu'il soit mathématisable. Par exemple, les phénomènes électrique et magnétique ont été mathématisés par Maxwell au XIX^e siècle, alors même que les scientifiques de l'époque ne les pensaient pas possibles².

Pour toutes les raisons évoquées précédemment, vous trouverez dans ce cours un corpus de langage mathématique qui vous permettra de faire tourner et d'articuler entre

1. Voir l'interview de J.-M. Levy-Leblond sur :

<https://www.cairn.info/revue-rue-descartes-2012-2-page-62.htm>

2. Delambre disait en 1810 : « Tout ce qui concerne la lumière, la pesanteur, le mouvement et le choc des corps est aujourd'hui presque uniquement du ressort de la géométrie [...]. On a même tenté de soumettre au calcul les phénomènes de magnétisme et d'électricité. » Cela montre qu'à l'époque, ces phénomènes électromagnétiques n'étaient pas encore mathématisés, donc les physiciens ne les avaient pas encore « digérés ».

eux les différents concepts qui seront abordés. Quand vous aurez assimilé ce langage mathématique, vous réaliserez qu'en quelque sorte les mathématiques peuvent penser pour vous ! Elles apparaîtront alors comme un moyen de transport de la pensée qui vous permettra d'aller plus loin. Bien sûr, il ne faudra pas s'en remettre aveuglement aux mathématiques, le physicien devant rester vigilant et garder un regard critique sur sa modélisation. Par ailleurs, comme le dit René Thom¹, « prédire n'est pas expliquer », donc les mathématiques s'arrêtent quand le physicien doit faire parler son résultat ou sa théorie. Par exemple, certains physiciens essaient actuellement de reconstruire entièrement la mécanique quantique à partir de nouveaux postulats pour lui donner une autre interprétation, bien que les équations soient *in fine* les mêmes et donc font les mêmes prédictions². Terminons cette partie par une citation d'Einstein qui résume la différence entre la physique et les mathématiques.

As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain ; and as far as they are certain, they do not refer to reality.

A. Einstein

1. René Thom est un mathématicien français ayant eu la médaille Fields (l'équivalent du prix Nobel pour les mathématiques) pour sa « théorie des catastrophes ».

2. Voir un article du magazine en ligne « Quanta », <https://www.quantamagazine.org/quantum-theory-rebuilt-from-simple-physical-principles-20170830/>

L'analyse dimensionnelle est un des outils les plus simples et dans le même temps les plus puissants à la disposition du physicien lorsqu'il aborde un problème nouveau. L'analyse dimensionnelle permet souvent de déterminer qualitativement comment évolue une grandeur en fonction d'autres grandeurs pertinentes. Surtout, une analyse dimensionnelle permet de vérifier qu'un résultat trouvé n'est pas violemment faux, ce qui est une heuristique de contrôle très utile pour tout scientifique.

Enfin, une analyse dimensionnelle est souvent un outil performant pour estimer des ordres de grandeurs, et cela est utile pour tout citoyen soumis au flot d'informations incessants qu'il faut savoir traiter avec un esprit critique.

1 Dimension et unité

« On se retrouve dans 3. » Cette phrase n'a en soit pas beaucoup de sens si on n'a pas précisé de 3 quoi il s'agissait, c'est-à-dire l'unité. Ici, il peut s'agir de 3 heures, 3 minutes, voire 3 kilomètres ! Les heures et les minutes sont des unités de même nature, mais d'une nature différente des kilomètres. La caractéristique que partagent deux grandeurs de même nature, c'est-à-dire que l'on peut comparer, s'appelle la **dimension**. Comparer signifie être capable de savoir si l'une des grandeurs est plus grande ou plus petite que l'autre (nécessité d'une relation d'ordre) – par exemple 1 minute c'est plus petit que 1 heure. Ainsi, on peut ajouter (ou soustraire) deux grandeurs de même dimension. À contrario, il est insensé d'ajouter deux grandeurs de dimensions différentes, comme des kilogrammes et des mètres par exemple¹.

La physique étant une science expérimentale, elle est basée sur la mesure de certaines grandeurs. Or, mesurer une grandeur Q revient de fait à comparer cette grandeur à une autre grandeur Q_0 , de même nature (de même dimension donc), prise arbitrairement comme **unité**. Par exemple, si Q désigne la longueur d'une table, et que Q_0 est l'étalon de longueur (qui définit 1 mètre), alors si $Q = 3Q_0$, la table mesure 3 mètres. Le résultat d'une mesure est constitué d'un nombre accompagné de son unité^{2,3}.

1. Cependant, il est possible de multiplier (ou diviser) des grandeurs de dimensions différentes, car multiplier n'est pas comparer. Par exemple, on peut construire des km/h (vitesse).

2. Pour être complet, il faudrait rajouter l'incertitude, car aucune mesure réelle n'est parfaite, mais ce n'est pas le propos ici.

3. Essayez de vous convaincre que *in fine* on ne peut mesurer que des grandeurs sans dimension ! Une mesure étant toujours un rapport Q/Q_0 .

La dimension d'une grandeur Q est notée avec des crochets, $[Q] \stackrel{\text{déf}}{=} \dim(Q)$. Par exemple,

$$[\text{heure}] = [\text{minute}] = T$$

où T est la notation pour désigner la dimension du temps. Il se trouve que notre compréhension de la nature repose sur un nombre restreint de dimensions fondamentales indépendantes, dont les symboles et les unités sont présentés dans la section suivante.

1.1 Le système international d'unités

Une unité doit pouvoir être réalisée, c'est-à-dire rattachée à un étalon. Par exemple, lorsque l'on parle de l'unité « seconde », il faut bien avoir défini ce que valait par définition la seconde-étalon. Par ailleurs, puisqu'il peut exister plusieurs unités de même dimension, il peut être intéressant de fixer une unité de référence par dimension. Ce sont deux missions du système international (reconnu au niveau international sous l'abréviation de SI¹), dont le rôle est de définir un système pratique d'unités de mesure recommandées. Il est fondé sur un choix de sept unités et dimensions de base, indépendantes entre elles du point de vue de leur dimension² (les autres s'en déduisant par des relations algébriques qui lient les grandeurs correspondantes, voir la section 2 de ce chapitre pour plus de détails). Ce système est évolutif, les unités ont souvent été redéfinies pour être plus robustes. La dernière refonte date de 2018 et correspond à une modification majeure puisqu'à partir de cette date, les unités sont *in fine* raccrochées à sept constantes « fondamentales »³ qui sont, elles, fixées par définition. L'énorme avantage de la nouvelle définition est qu'il ne sera plus nécessaire de redéfinir régulièrement les unités, au fur et à mesure de l'amélioration de la précision des expériences métrologiques. Par ailleurs, ces unités peuvent désormais toutes être « réalisées » de façon indépendante à chaque endroit (sur Terre et au-delà) et à chaque instant⁴. Les liens de dépendance entre ces sept unités, ainsi que les constantes « fondamentales » sur lesquelles reposent ces unités sont représentés sur la figure 1.1.

Encart

Intuition de J.C. Maxwell

J.C. Maxwell a été le premier, en 1870, à suggérer qu'il était nécessaire de raccrocher les unités à des grandeurs qui ont le statut le plus universel possible. En particulier, il proposait de raccrocher l'unité de temps et de longueur à la période et à la longueur d'onde d'une onde électromagnétique.

1. Voir le site du Bureau international des poids et mesures, <http://www.bipm.org/fr/measurement-units/>

2. Par exemple, on ne peut pas exprimer un temps à partir des autres dimensions.

3. En fait ces sept constantes n'ont pas toutes le statut de constante *fondamentale*, telle que définit dans la partie 1.

4. Avant 2018, ce n'était pas le cas par exemple avec l'unité de masse, qui reposait sur le kilogramme-étalon.