

Guy Chateigner, Michel Boës, Daniel Bouix,
Jacques Vaillant, Daniel Verkindère

Manuel de génie électrique

DUNOD

Illustration de couverture : © Frank Rohde/shutterstock.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du

droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2006, tirage corrigé 2007,
2022 pour la nouvelle présentation.
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-085206-2

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

| | |
|--|----|
| AVANT-PROPOS | X |
| GRANDEURS – UNITÉS – PRÉFIXES SI | XI |
| PARTIE 1 • ÉLECTRICITÉ ET SIGNAUX | |
| CHAPITRE 1 • QU'EST-CE QUE L'ÉLECTRICITÉ ? | 2 |
| 1.1 Particules, charges électriques et porteurs de charges | 2 |
| 1.2 Phénomène de conduction : le courant électrique | 4 |
| 1.3 Potentiel électrique d'une charge | 9 |
| CHAPITRE 2 • LOIS GÉNÉRALES DE L'ÉLECTRICITÉ | 12 |
| 2.1 Les dipôles | 12 |
| 2.2 Théorèmes sur les circuits électriques | 19 |
| CHAPITRE 3 • ÉLECTROSTATIQUE | 29 |
| 3.1 Champs électrique et d'induction électrique | 29 |
| 3.2 Potentiel électrique | 33 |
| 3.3 Principe des condensateurs | 35 |
| CHAPITRE 4 • ÉLECTROMAGNÉTISME – FERROMAGNÉTISME | 39 |
| 4.1 Excitation magnétique | 39 |
| 4.2 Induction magnétique | 44 |
| 4.3 Milieux amagnétiques | 44 |
| 4.4 Milieux ferromagnétiques | 45 |
| 4.5 Flux d'induction magnétique | 47 |
| 4.6 Réductance \mathfrak{R} d'un C.M.P. | 48 |
| 4.7 Flux d'auto-induction | 50 |
| 4.8 Circuits à flux variable | 52 |

| | |
|--|-----|
| CHAPITRE 5 • RÉGIME SINUSOÏDAL PERMANENT MONOPHASÉ – ÉTUDE EN FRÉQUENCE | 54 |
| 5.1 Caractéristiques d'une grandeur sinusoïdale | 54 |
| 5.2 Régime sinusoïdal permanent : Méthodes de calculs | 56 |
| 5.3 Impédance et admittance complexes d'un dipôle | 61 |
| 5.4 Puissances – Facteur de puissance | 62 |
| 5.5 Facteur de qualité – Transformation série ↔ parallèle | 67 |
| 5.6 Circuits résonants | 69 |
| 5.7 Étude en fréquence – Fonction de transfert complexe | 71 |
| CHAPITRE 6 • RÉGIME SINUSOÏDAL PERMANENT TRIPHASÉ | 78 |
| 6.1 Installation triphasée – Définitions | 78 |
| 6.2 Couplages | 82 |
| 6.3 Puissances – Facteur de puissance | 84 |
| CHAPITRE 7 • RÉGIME VARIABLE – VALEURS MOYENNE ET EFFICACE | 87 |
| 7.1 Régime variable | 87 |
| 7.2 Valeur moyenne | 88 |
| 7.3 Valeur efficace | 89 |
| 7.4 Décomposition d'un signal périodique | 91 |
| 7.5 Caractérisation d'un signal | 92 |
| CHAPITRE 8 • RÉGIME PÉRIODIQUE – SÉRIES DE FOURIER | 95 |
| 8.1 Séries de Fourier | 95 |
| 8.2 Régime périodique – Interprétation physique | 99 |
| 8.3 Représentations graphiques – Spectres | 105 |
| 8.4 Quelques signaux classiques | 109 |
| CHAPITRE 9 • ÉTUDE TEMPORELLE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE | 112 |
| 9.1 Système linéaire | 112 |
| 9.2 Principe général de l'étude temporelle | 113 |
| 9.3 Système linéaire du premier ordre | 116 |
| 9.4 Système linéaire du deuxième ordre | 126 |
| CHAPITRE 10 • ÉTUDE SYMBOLIQUE – TRANSFORMÉE DE LAPLACE | 135 |
| 10.1 Causalité | 135 |
| 10.2 Impulsion unité ou distribution de Dirac | 137 |
| 10.3 Transformée de Laplace | 140 |
| 10.4 Principes de l'étude symbolique d'un système linéaire | 150 |
| 10.5 Système linéaire du premier ordre | 158 |
| 10.6 Système linéaire du deuxième ordre | 163 |
| PARTIE 2 • COMPOSANTS ÉLECTRONIQUES | |
| CHAPITRE 11 • RÉSISTANCES | 168 |
| 11.1 Modèle de base | 168 |
| 11.2 Limites et imperfections | 170 |
| 11.3 Résistances variables et ajustables – Potentiomètres | 173 |

| | |
|--|-----|
| CHAPITRE 12 • CONDENSATEURS | 175 |
| 12.1 Modèle de base | 175 |
| 12.2 Limites et imperfections | 180 |
| CHAPITRE 13 • BOBINES NON-COUPLÉES | 184 |
| 13.1 Modèle de base | 184 |
| 13.2 Limites et imperfections | 189 |
| CHAPITRE 14 • BOBINES COUPLÉES | 194 |
| 14.1 Modèle de base | 194 |
| 14.2 Limites et imperfections | 201 |
| CHAPITRE 15 • TRANSFORMATEURS | 203 |
| 15.1 Introduction | 203 |
| 15.2 Transformateur parfait (T.P.) | 204 |
| 15.3 Transformateur sans fuite ni perte (T.S.F.P.) | 207 |
| 15.4 Transformateur avec fuites et « pertes cuivre » | 207 |
| 15.5 Transformateur avec fuites magnétiques, « pertes cuivre » et « pertes fer » | 210 |
| 15.6 Transformateur dans l'hypothèse de Kapp | 210 |
| 15.7 Transformateur réel – Effets non-linéaires | 211 |
| CHAPITRE 16 • DIODES | 214 |
| 16.1 Diodes à jonction PN | 214 |
| 16.2 Particularités de certaines diodes | 223 |
| CHAPITRE 17 • TRANSISTORS BIPOLAIRES | 228 |
| 17.1 Symboles – Constitution | 228 |
| 17.2 Transistor NPN | 229 |
| 17.3 Transistor PNP | 242 |
| 17.4 Transistors particuliers | 242 |
| CHAPITRE 18 • TRANSISTORS MOS | 245 |
| 18.1 Symboles – Constitution | 245 |
| 18.2 MOSFET canal N à enrichissement | 246 |
| 18.3 MOSFET canal P à enrichissement | 257 |
| 18.4 MOSFET à appauvrissement | 258 |
| 18.5 L ² FET (Logic Level FET) | 259 |
| 18.6 MOSFET à mesure de courant (SensorFET) | 259 |
| 18.7 FREDFET (Fast Recovery Epitaxial Diode FET) | 261 |
| 18.8 I.G.B.T. | 261 |
| CHAPITRE 19 • THYRISTORS | 262 |
| 19.1 S.C.R. (redresseurs commandés) | 262 |
| 19.2 G.T.O. Thyristors | 267 |
| 19.3 TRIAC | 267 |
| 19.4 DIAC | 271 |
| 19.5 Contraintes de mise en œuvre des S.C.R. et TRIAC | 272 |

| | |
|---|-----|
| CHAPITRE 20 • PHOTOCOMPOSANTS | 277 |
| 20.1 Généralités | 277 |
| 20.2 Diodes électroluminescentes (ou LED) | 281 |
| 20.3 Diodes LASER | 284 |
| 20.4 Photodiodes | 285 |
| 20.5 Phototransistors | 289 |
| 20.6 Photopiles ou piles solaires | 290 |
| 20.7 Photocoupleurs | 290 |
| CHAPITRE 21 • AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS | 291 |
| 21.1 Symboles – Constitution | 291 |
| 21.2 Modèle élémentaire – Modèle parfait | 292 |
| 21.3 Limites et imperfections | 293 |
| CHAPITRE 22 • COMPARATEURS ANALOGIQUES | 301 |
| 22.1 Symboles - Description | 301 |
| 22.2 Modèle élémentaire – Modèle parfait | 302 |
| 22.3 Limites et imperfections | 303 |
| CHAPITRE 23 • DISSIPATION THERMIQUE | 306 |
| 23.1 Analogie électrique du modèle thermique | 306 |
| 23.2 Chaîne de dissipation thermique | 307 |
| 23.3 Modèle thermique statique (ou continu) | 307 |
| 23.4 Modèle thermique dynamique (ou transitoire) | 308 |
| 23.5 Plusieurs composants sur un même refroidisseur | 313 |

PARTIE 3 • ÉLECTRONIQUE DU SIGNAL

| | |
|--|-----|
| CHAPITRE 24 • FILTRAGE ANALOGIQUE | 316 |
| 24.1 Fonction – Filtrés idéaux | 316 |
| 24.2 Fonctions de transfert élémentaires | 317 |
| 24.3 Approximation des filtres analogiques idéaux | 327 |
| 24.4 Fréquence d'échantillonnage – Filtre anti-repliement | 331 |
| CHAPITRE 25 • AMPLIFICATION ET OPÉRATIONS ANALOGIQUES | 333 |
| 25.1 Généralités – Définitions | 333 |
| 25.2 Amplification en tension | 337 |
| 25.3 Amplification en courant | 340 |
| 25.4 Conversion courant-tension (transimpédance) | 341 |
| 25.5 Conversion tension-courant (transadmittance) | 342 |
| 25.6 Amplification différentielle | 344 |
| 25.7 Amplification de puissance | 348 |
| 25.8 Adaptation d'impédance | 353 |
| 25.9 Autres opérations analogiques sur les signaux | 355 |

| | |
|---|-----|
| CHAPITRE 26 • CONDITIONNEMENT DES SIGNAUX | 363 |
| 26.1 Introduction | 363 |
| 26.2 Calcul différentiel – Sensibilité | 364 |
| 26.3 Petites variations – Calcul approché | 365 |
| 26.4 Erreurs – Incertitudes – Tolérances | 367 |
| 26.5 Calibration | 371 |
| CHAPITRE 27 • SYSTÈMES BOUCLÉS : CONTRE RÉACTION – OSCILLATEURS | 374 |
| 27.1 Principe des systèmes bouclés : la réaction | 374 |
| 27.2 La contre-réaction appliquée à l'amplification | 379 |
| 27.3 Oscillateurs sinusoïdaux | 384 |
| CHAPITRE 28 • COMPARAISON ANALOGIQUE | 392 |
| 28.1 Comparaison | 392 |
| 28.2 Comparaison à hystérésis | 394 |
| 28.3 Comparaison à fenêtre | 397 |
| CHAPITRE 29 • GÉNÉRATION DE SIGNAUX « TOUT OU RIEN » (TOR) | 400 |
| 29.1 Monostable | 400 |
| 29.2 Astable | 402 |
| 29.3 Retard – Temporisation | 405 |
| 29.4 Conduite du raisonnement dans deux cas usuels | 409 |
| CHAPITRE 30 • CONVERSIONS NUMÉRIQUE ANALOGIQUE ET ANALOGIQUE NUMÉRIQUE | 412 |
| 30.1 Définitions | 412 |
| 30.2 C.N.A. | 413 |
| 30.3 C.A.N. | 415 |
| 30.4 Codes utilisés dans les C.N.A. et C.A.N. | 416 |
| 30.5 Spécifications des C.N.A. et C.A.N. | 421 |
| PARTIE 4 • ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE | |
| CHAPITRE 31 • REDRESSEMENT NON COMMANDÉ | 428 |
| 31.1 Redressement monophasé simple alternance | 429 |
| 31.2 Redressement monophasé double alternance | 433 |
| 31.3 Redressement triphasé simple alternance | 438 |
| 31.4 Redressement triphasé double alternance en pont | 440 |
| 31.5 Principales caractéristiques des montages | 443 |
| CHAPITRE 32 • REDRESSEMENT COMMANDÉ | 444 |
| 32.1 Redressement monophasé simple alternance | 445 |
| 32.2 Redressement monophasé double alternance | 449 |
| 32.3 Redressement triphasé simple alternance | 458 |
| 32.4 Redressement triphasé double alternance | 463 |
| 32.5 Facteur de puissance d'un redresseur | 469 |
| 32.6 Critères de choix | 471 |

| | |
|---|-----|
| CHAPITRE 33 • HACHEURS | 472 |
| 33.1 Hacheur série ou dévolteur | 472 |
| 33.2 Hacheur parallèle ou survolteur | 477 |
| 33.3 Hacheur à accumulation inductive | 484 |
| 33.4 Hacheur deux quadrants ou en demi-pont | 485 |
| 33.5 Hacheur quatre quadrants ou en pont | 488 |
| CHAPITRE 34 • ALIMENTATIONS À DÉCOUPAGE | 492 |
| 34.1 Convertisseurs sans isolation galvanique | 492 |
| 34.2 Convertisseurs avec isolation galvanique | 501 |
| CHAPITRE 35 • RELAIS STATIQUES – GRADATEURS | 512 |
| 35.1 Relais statiques | 512 |
| 35.2 Gradateurs | 523 |
| CHAPITRE 36 • ONDULEURS AUTONOMES | 528 |
| 36.1 Principe de base en monophasé | 528 |
| 36.2 Principe d'un onduleur de tension en pont | 529 |
| 36.3 Principe d'un onduleur triphasé | 542 |
| PARTIE 5 • MACHINES ÉLECTRIQUES | |
| CHAPITRE 37 • ÉNERGÉTIQUE (CHARGES – COMPARAISON DES MOTEURS) | 544 |
| 37.1 Bilan énergétique | 544 |
| 37.2 Travail d'une force – Travail d'un couple | 546 |
| 37.3 Équation de la dynamique | 548 |
| 37.4 Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe | 549 |
| 37.5 Caractéristiques idéales de charges | 551 |
| 37.6 Comparaison des moteurs | 552 |
| CHAPITRE 38 • TRANSFORMATEURS EN RÉGIME SINUSOÏDAL À FRÉQUENCE CONSTANTE | 553 |
| 38.1 Utilisation – Schéma de principe – Fonctionnement | 553 |
| 38.2 Transformateur parfait (T.P.) | 554 |
| 38.3 Transformateur réel | 555 |
| 38.4 Transformateur triphasé | 557 |
| CHAPITRE 39 • CHAMPS TOURNANTS | 561 |
| 39.1 Organisation des machines tournantes alternatives | 561 |
| 39.2 Distribution du champ magnétique dans l'entrefer | 562 |
| 39.3 Création d'un champ tournant | 565 |
| 39.4 Cas d'un enroulement monophasé | 568 |
| 39.5 Cas d'un enroulement diphasé | 568 |

| | |
|---|-----|
| CHAPITRE 40 • MACHINES SYNCHRONES TRIPHASÉES | 569 |
| 40.1 Constitution – Principe – Excitation | 569 |
| 40.2 Alternateur triphasé | 571 |
| 40.3 Moteur synchrone | 578 |
| 40.4 Moteur « brushless » ou à commutation électronique | 579 |
| 40.5 Utilisation des machines synchrones | 583 |
| CHAPITRE 41 • MOTEURS ASYNCHRONES TRIPHASÉS | 584 |
| 41.1 Constitution – Fonctionnement – Glissement | 584 |
| 41.2 Bilan des puissances – Rendement | 586 |
| 41.3 Modèle et caractéristiques | 587 |
| 41.4 Démarrage | 589 |
| 41.5 Réglage de la vitesse | 590 |
| 41.6 Réversibilité et freinage | 590 |
| 41.7 Moteur asynchrone monophasé | 590 |
| CHAPITRE 42 • MOTEURS PAS À PAS | 591 |
| 42.1 Principe et définitions | 591 |
| 42.2 Propriétés | 595 |
| 42.3 Étage de puissance | 595 |
| 42.4 Régimes statique et dynamique | 596 |
| 42.5 Utilisation | 598 |
| CHAPITRE 43 • MACHINES À COURANT CONTINU | 599 |
| 43.1 Principes généraux | 599 |
| 43.2 Moteur à excitation indépendante ou séparée | 603 |
| 43.3 Moteur à excitation série | 605 |
| INDEX | 608 |

Avant-propos

Cet ouvrage réunit aide-mémoire et méthodes du génie électrique en 43 chapitres thématiques organisés en cinq parties :

- l'électricité et les signaux (phénomènes physiques, lois de l'électricité, régime sinusoïdal, régime périodique, réponses fréquentielles et temporelles, etc.) ;
- les composants électroniques (de la résistance à l'amplificateur opérationnel en passant par les bobines couplées, les thyristors et les photocomposants : leurs modèles et leurs limites, la dissipation thermique) ;
- l'électronique du signal (filtrage, amplification, conversion analogique numérique et numérique analogique, etc.) ;
- l'électronique de puissance (redressement, hacheurs, alimentations à découpage, gradateurs, onduleurs) ;
- les machines électriques (transformateurs, moteurs : synchrones, asynchrones, pas à pas, courant continu).

De nombreux exemples sont présentés sous la forme de questions-réponses.

Cet ouvrage a été conçu pour guider chaque étudiant, pour l'accompagner dans ses études après le bac. Il fait le lien entre les savoirs de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur. Plusieurs niveaux de lecture sont possibles. De nombreuses formulations sont compréhensibles dès la fin d'une terminale ou le début d'un premier cycle ; d'autres dévoileront leur intérêt par la suite.

Cet ouvrage s'adresse :

- aux étudiants des IUT, des BTS, des classes préparatoires, des écoles d'ingénieurs, des IUFM, dans les filières de génie électrique, GTR, électronique, électrotechnique, et d'informatique industrielle ;
- aux auditeurs libres de la formation continue pour qui la formation en autonomie est une nécessité ;
- aux professionnels en activité à la recherche de modèles et de méthodes de raisonnement.

Les auteurs

Grandeurs – Unités – Préfixes SI

- *Grandeurs et unités usuelles*

| Grandeur | | Unité | |
|-------------------------|---------------------------|---------|---|
| Symbole | Nom | Symbole | Nom |
| a | Accélération | m/s^2 | mètre par seconde carrée |
| B | Induction magnétique | T | tesla |
| C | Capacité électrique | F | farad |
| C_{Th} , C_{θ} | Capacité thermique | J/K | joule par kelvin |
| E | Champ électrique | V/m | volt par mètre |
| f | Fréquence | Hz | hertz |
| F | Force | N | newton |
| ε | Force magnéto-motrice | A | ampère |
| ε | Permittivité diélectrique | F/m | farad par mètre |
| G | Conductance électrique | S | siemens |
| H | Excitation magnétique | A/m | ampère par mètre |
| i, I | Courant électrique | A | ampère |
| ℓ , L | Longueur | m Å | mètre angstrœm ($1\text{Å} = 10^{-10}\text{ m}$) |
| L | Inductance propre | H | henry |
| m | Masse | kg | kilogramme |
| μ | Perméabilité magnétique | H/m | henry par mètre |
| M | Moment d'une force | Nm | newton-mètre |

| Grandeur | | Unité | |
|----------------------------------|---|--------------------|---------------------------|
| Symbole | Nom | Symbole | Nom |
| M | Mutuelle inductance | H | henry |
| p, P | Puissance, flux thermique | W | watt |
| q, Q | Quantité d'électricité, charge électrique | C | coulomb |
| Q | Puissance réactive | var | volt-ampère-réactif |
| r, R | Résistance électrique | Ω | ohm |
| R _{Th} , R _θ | Résistance thermique | K/W | kelvin par watt |
| S | Surface | m ² | mètre carré |
| S | Puissance apparente | VA | volt-ampère |
| t | Temps | s | seconde |
| T, θ | Température | K °C | kelvin degré Celsius |
| u, U | Différence de potentiel, tension | V | volt |
| v, V | Potentiel électrique | V | volt |
| v | Vitesse | m/s | mètre par seconde |
| w, W | Énergie, travail, quantité de chaleur | J | joule |
| α | Accélération angulaire | rad/s ² | radian par seconde carrée |
| φ, Φ | Flux d'induction magnétique | Wb | weber |
| λ | Longueur d'onde | m | mètre |
| ω | Vitesse angulaire - Pulsation | rad/s | radian par seconde |

• *Préfixes des unités du système international*

| Préfixe | | Facteur multiplicatif |
|---------|-------|-----------------------|
| Symbole | Nom | |
| E | exa | 10 ¹⁸ |
| P | peta | 10 ¹⁵ |
| T | téra | 10 ¹² |
| G | giga | 10 ⁹ |
| M | méga | 10 ⁶ |
| k | kilo | 10 ³ |
| h | hecto | 10 ² |
| da | déca | 10 ¹ |

| Préfixe | | Facteur multiplicatif |
|---------|-------|-----------------------|
| Symbole | Nom | |
| d | déci | 10 ⁻¹ |
| c | centi | 10 ⁻² |
| m | milli | 10 ⁻³ |
| μ | micro | 10 ⁻⁶ |
| n | nano | 10 ⁻⁹ |
| p | pico | 10 ⁻¹² |
| f | femto | 10 ⁻¹⁵ |
| a | atto | 10 ⁻¹⁸ |

• **Décibels.** On peut exprimer le rapport de deux grandeurs, soit par un simple quotient, soit par le logarithme de ce quotient. Le plus souvent, on utilise le logarithme décimal, noté \log_{10} ou plus simplement \log .

– Le rapport des puissances p_2 sur p_1 , exprimé en bels (B), de Graham Bell (1847-1922), est défini par :

$$\log \left| \frac{p_2}{p_1} \right|$$

– Le rapport des puissances p_2 sur p_1 , exprimé en décibels (dB), est défini par :

$$10 \log \left| \frac{p_2}{p_1} \right| \quad \text{avec} \quad 1 \text{ B} = 10 \text{ dB}$$

En considérant que p_2 et p_1 sont les puissances dissipées dans deux résistances égales à R_0 , on a :

$$p_1 = \frac{u_1^2}{R_0} = R_0 i_1^2 \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{u_2^2}{R_0} = R_0 i_2^2$$

$$\Rightarrow 10 \log \left| \frac{p_2}{p_1} \right| = 20 \log \left| \frac{u_2}{u_1} \right| = 20 \log \left| \frac{i_2}{i_1} \right|$$

– En conséquence et par extension, le rapport des tensions u_2 sur u_1 , et le rapport des intensités des courants i_2 sur i_1 , exprimés en décibels (dB), sont définis par :

$$20 \log \left| \frac{u_2}{u_1} \right| \quad \text{et} \quad 20 \log \left| \frac{i_2}{i_1} \right|$$

Les définitions précédentes donnent des niveaux relatifs de p_2 par rapport à p_1 , de u_2 par rapport à u_1 , et de i_2 par rapport à i_1 . Pour obtenir des niveaux absolus, il faut fixer conventionnellement des valeurs de références.

– Pour une puissance de référence de 1 W, la puissance $p = p(t)$, exprimée en décibels par rapport à 1 W (dBW), est définie par :

$$p_{(\text{dBW})} = 10 \log \frac{|p_{(\text{W})}|}{1_{(\text{W})}} = 10 \log |p_{(\text{W})}|$$

– Pour une puissance de référence de 1 mW, la puissance $p = p(t)$, exprimée en décibels par rapport à 1 mW (dBm), est définie par :

$$p_{(\text{dBm})} = 10 \log \frac{|p_{(\text{W})}|}{10^{-3}} = 10 \log \frac{|p_{(\text{mW})}|}{1_{(\text{mW})}} = 10 \log |p_{(\text{mW})}|$$

- Pour une tension de référence de 1 V, la tension $u = u(t)$, exprimée en décibels par rapport à 1V (dBV), est définie par :

$$u_{(\text{dBV})} = 20 \log \frac{|u_{(\text{V})}|}{1_{(\text{V})}} = 20 \log |u_{(\text{V})}|$$

- Relation entre dBm et dBV. Soit u la tension aux bornes d'une résistance R_0 , la puissance dissipée est $p = u^2/R_0$. D'où :

$$p_{(\text{dBm})} = u_{(\text{dBV})} - 10 \log \frac{R_0}{1\,000} \implies P_{\text{Moy}} (\text{dBm}) = U_{\text{Eff}} (\text{dBV}) - 10 \log \frac{R_0}{1\,000}$$

$$R_0 = 600 \, \Omega \implies p_{(\text{dBm})} \approx u_{(\text{dBV})} + 2,22$$

$$R_0 = 50 \, \Omega \implies p_{(\text{dBm})} \approx u_{(\text{dBV})} + 13,01$$

- Pour une tension de référence de $\sqrt{0,6} \, \text{V} \approx 0,775 \, \text{V}$, la tension $u = u(t)$, exprimée en décibels par rapport à $\sqrt{0,6} \, \text{V} \approx 0,775 \, \text{V}$ (dBu), est définie par :

$$u_{(\text{dBu})} = 20 \log \frac{|u_{(\text{V})}|}{\sqrt{0,6}_{(\text{V})}} \approx 20 \log \frac{|u_{(\text{V})}|}{0,775_{(\text{V})}}$$

Remarque : En téléphonie, l'impédance de référence a été historiquement définie comme étant une résistance pure de 600 Ω en Europe (900 Ω aux États-Unis) qui correspond grossièrement à l'impédance moyenne d'une ligne d'abonné dans la bande passante de fréquence allant de 300 Hz à 3 400 Hz. Pour une puissance de référence de 1 mW, on obtient alors une tension efficace de référence de $\sqrt{0,6} \, \text{V} \approx 0,775 \, \text{V}$; d'où la définition du dBu.

- Relation entre dBm et dBu. Soit u la tension aux bornes d'une résistance R , la puissance dissipée est $p = u^2/R$. D'où :

$$p_{(\text{dBm})} = u_{(\text{dBu})} - 10 \log \frac{R}{600} \implies P_{\text{Moy}} (\text{dBm}) = U_{\text{Eff}} (\text{dBu}) - 10 \log \frac{R}{600}$$

$$R = 600 \, \Omega \implies p_{(\text{dBm})} = u_{(\text{dBu})}$$

$$R = 150 \, \Omega \implies p_{(\text{dBm})} \approx u_{(\text{dBu})} + 6,02$$

- Relation entre dBu et dBV.

$$u_{(\text{dBu})} \approx u_{(\text{dBV})} + 2,22$$

PARTIE 1

Électricité et signaux

Chapitre 1

Qu'est-ce que l'électricité ?

1.1 PARTICULES, CHARGES ÉLECTRIQUES ET PORTEURS DE CHARGES

(Compléments, voir Chapitre 3 : Électrostatique)

1.1.1 Particules et charges électriques (Fig. 1.1)

| Particules | Masses | Charges électriques en coulombs (C) | Remarques |
|---|---------------------------------------|--|--|
| Électron  | $m_e \approx 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg | $q_e = -e \approx -1,602 \cdot 10^{-19}$ C | Masse très petite. Charge électrique négative. |
| Proton  | $m_p \approx 16726 \cdot 10^{-31}$ kg | $q_p = +e \approx +1,602 \cdot 10^{-19}$ C | Masse 1836,15 fois plus grande que celle de l'électron. Charge électrique positive. |
| Neutron  | $m_n \approx 16749 \cdot 10^{-31}$ kg | charge électrique nulle | Il assure la stabilité des noyaux atomiques; il est présent dans tous, sauf dans l'hydrogène. Masse 1838,68 fois plus grande que celle de l'électron. |
| Photon  | masse nulle | charge électrique nulle | Corpuscule de lumière, il se déplace dans le vide à la célérité : $c \approx 299792$ km/s |

Fig. 1.1 Électron – Proton – Neutron – Photon

Après la découverte de l'électron, de nombreuses particules ont été mises en évidence : les protons et neutrons qui composent le noyau de l'atome, les photons qui composent la lumière et toutes celles qui sont issues de la fission des noyaux atomiques : neutrinos, muons, kaons, gluons, etc. (une centaine environ).

1.1.2 Forces électrostatiques : Loi de Coulomb

- *Attraction et répulsion de deux charges électriques (Fig. 1.2).*

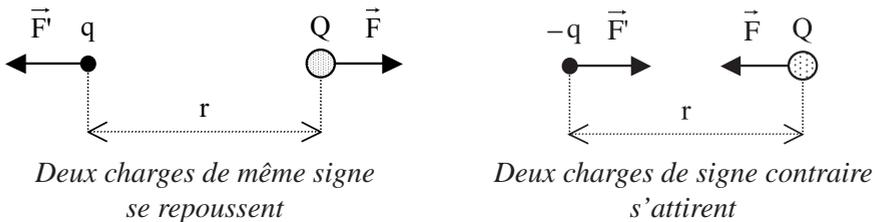


Fig. 1.2 Attraction et répulsion de deux charges électriques

- *Module des forces d'attraction et de répulsion.* Exprimé en newton (N), il est donné par la *loi de Coulomb* :

$$F = F' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{r^2} \quad \text{Unités : } N = \frac{1}{\text{F/m}} \frac{\text{C}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{C}^2}{\text{Fm}}$$

où ϵ est la permittivité absolue du milieu. Dans le vide (et quasiment dans l'air sec) :

$$\epsilon = \epsilon_0 \approx 8,8541878 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Remarque : La théorie de la propagation des ondes électromagnétiques montre que les constantes ϵ_0 (permittivité du vide), μ_0 (perméabilité magnétique du vide) et c (vitesse de la lumière dans le vide) sont liées par la relation : $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$. Depuis que la vitesse de la lumière dans le vide est devenue une référence, la permittivité du vide est devenue une constante exacte définie par :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$$

avec

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \text{ (ou H/m)}$$

1.1.3 Champ électrique

La force \vec{F} qui agit sur la charge Q , résulte de l'action à distance de la charge q . Cette interprétation conduit à une nouvelle écriture de la *loi de Coulomb* :

$$\vec{F} = Q\vec{E} \quad \text{Unités : } N = C \frac{V}{m}$$

où l'intensité E , du vecteur champ électrique \vec{E} , est :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \quad \text{Unités : } V/m = \frac{1}{F/m} \frac{C}{m^2} = \frac{C}{Fm}$$

La charge Q , permet de détecter la présence d'un champ électrique (Fig. 1.3).

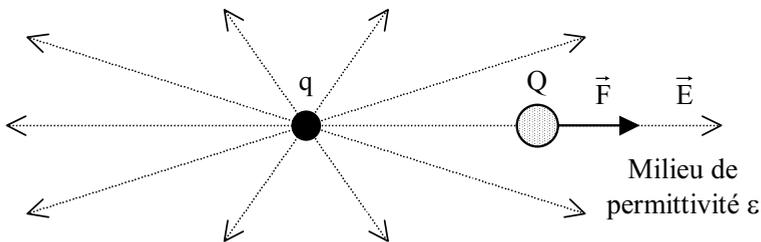


Fig. 1.3 Champ électrique dû à la charge q

1.2 PHÉNOMÈNE DE CONDUCTION : LE COURANT ÉLECTRIQUE

1.2.1 Le courant électrique

- **Courant électrique.** Les charges électriques, soumises à un champ électrique, subissent des forces électrostatiques : elles se déplacent. Le flux de charges à travers une surface S s'appelle *l'intensité du courant électrique*. On le note i et son unité est l'ampère (A).

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{Unités : } A = \frac{C}{s}$$

Remarque : Si le flux de charges est constant, on a : $I = \Delta Q / \Delta t$

- **Densité moyenne de courant.** On associe à cette grandeur fondamentale, la densité moyenne de courant rapportée à l'unité de surface, notée J :

$$J = \frac{I}{S} \quad \text{Unités : } A/m^2 = \frac{A}{m^2}$$

Question : Sachant qu'un conducteur de cuivre nu supporte approximativement une densité de courant $J = 5 \text{ A/mm}^2$, évaluer la section minimale S_{Min} des conducteurs nécessaire à l'alimentation d'une cuisinière électrique traversée par un courant nominal $I_{\text{Nom}} = 30 \text{ A}$.

$$\text{Réponse : } S_{\text{Min}} = I_{\text{Nom}}/J = 6 \text{ mm}^2$$

• Vitesse des charges – Loi d'Ohm

- Dans le vide, sous l'effet des forces électrostatiques, les charges atteignent couramment des vitesses de l'ordre de plusieurs milliers de m/s (tubes cathodiques).
- Dans la matière, en raison de la difficulté à se frayer un chemin entre les atomes ou molécules, les porteurs de charges, soumis à l'agitation thermique, atteignent rapidement une vitesse limite très faible de l'ordre de quelques mm/s (Cuivre).

C'est la loi d'Ohm qui traduit cette vitesse limite par l'intermédiaire de \vec{j} .

1) Sous forme microscopique (\vec{j} est la densité de courant et σ la conductivité du matériau) :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{Unités : } \text{A/m}^2 = (\Omega^{-1}\text{m}^{-1}) (\text{V/m})$$

2) Sous forme macroscopique (I est l'intensité du courant, U la tension aux bornes du conducteur, ℓ est la longueur du conducteur, S sa section et $\rho = 1/\sigma$ la résistivité du matériau) :

$$I = SJ = S\sigma E = S\sigma \frac{U}{\ell} = \frac{S\sigma}{\ell} U = \frac{U}{R}$$

La loi d'Ohm s'écrit alors :

$$U = RI$$

$$\text{Unités : } \text{V} = \Omega\text{A} \quad \text{avec}$$

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S} = \rho \frac{\ell}{S}$$

Remarque : Pour qu'il y ait un courant I , il faut que le milieu possède des charges libres (conductivité σ) soumises à un champ électrique \vec{E} (Fig. 1.4).

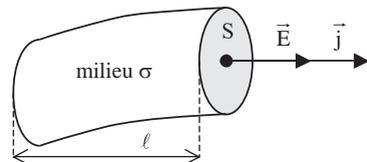


Fig. 1.4 Conduction électrique

1.2.2 Charges libres – Charges liées

Les atomes sont formés d'un noyau entouré d'un nuage électronique (Fig. 1.5).

Pour obtenir des charges électriques il faut arracher à l'atome un ou plusieurs électrons. Cela peut se faire de plusieurs manières :

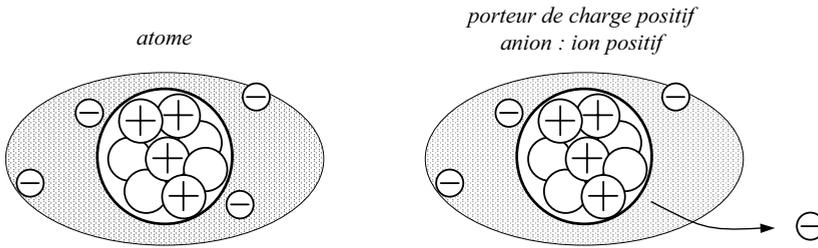


Fig. 1.5 Atome – Ion

1) Par apport d'une énergie extérieure.

- Mécaniquement par frottement : l'air sur la carrosserie d'une voiture.
- Électriquement : un champ électrique intense peut étirer un atome jusqu'à lui extraire un électron (diode Zener).
- Thermiquement : l'agitation thermique des atomes et molécules dans les gaz peut se traduire par l'ionisation de ceux-ci (plasma).

2) Par rapprochement des atomes (cristaux, polycristaux). Bien que les chaînes cristallines doivent leur cohésion à la mise en commun de leurs électrons, elles ne donnent pas toujours des matériaux conducteurs. On trouve : des conducteurs, des semi-conducteurs et des isolants.

1.2.3 Milieux électriques

• **Conducteurs.** Beaucoup d'électrons sont libres de se déplacer à l'intérieur du métal (Fig. 1.6).

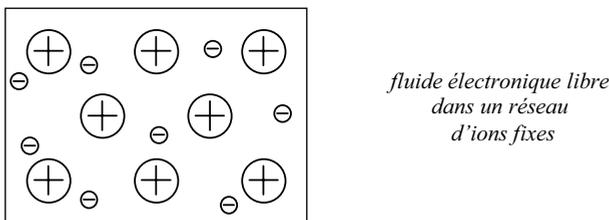


Fig. 1.6 Conducteurs

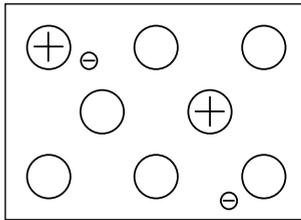
La conductivité d'un métal est grande. Cette conductivité s'exprime en fonction de la mobilité μ des porteurs et de leur concentration n .

$$\sigma = ne\mu \quad \text{Unités : } \Omega^{-1}\text{m}^{-1} = \frac{1}{\text{m}^3}\text{C}\frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} = \frac{1}{\text{m}}\frac{\text{C}}{\text{Vs}} = \frac{1}{\text{m}}\frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Exemple 1.2.1

Le cuivre a une conductivité $\sigma \approx 59 \cdot 10^6 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$.

• **Semi-conducteurs.** Ce sont des monocristaux, extrêmement purs, dont quelques-uns seulement des atomes libèrent à la température ambiante ($T \approx 300 \text{ K}$) un électron, typiquement 1 électron pour plus de 100 millions d'atomes (Fig. 1.7). Les atomes des cristaux semi-conducteurs appartiennent à la colonne IV de classification périodique des éléments.



*fluide électronique et ionique
libre dans un réseau
d'atomes fixes*

Fig. 1.7 Semi-conducteurs intrinsèques

La conduction est assurée, à la fois par les électrons (porteurs négatifs) et les ions positifs qui donnent l'impression de se déplacer car, en raison de l'agitation thermique permanente, des électrons quittent un atome pour un ion, etc. On appelle ces ions positifs des *trous* (porteurs positifs). La conductivité du semi-conducteur est la somme de deux conductivités :

- La conductivité des porteurs positifs (faible) σ_p : les trous se déplacent moins facilement que les électrons.
- La conductivité des électrons (moins faible) σ_n .

Globalement la conductivité est bien plus faible que celle des métaux car les porteurs de charges sont peu nombreux (il y a autant de porteurs de charges positifs que négatifs).

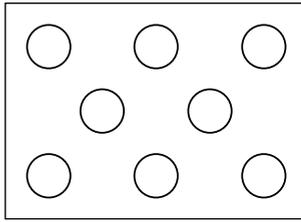
Question : Pour le silicium pur à température ambiante ($T \approx 300 \text{ K}$), on a :

$$\mu_n \approx 0,12 \text{ m}^2/\text{Vs}, \quad \mu_p \approx 0,05 \text{ m}^2/\text{Vs}, \quad \text{et} \quad n_p = n_n = n_i \approx 1,5 \cdot 10^{16} \text{ porteurs}/\text{m}^3.$$

Calculer la conductivité.

$$\text{Réponse : } \sigma = \sigma_n + \sigma_p = n_n e \mu_n + n_p e \mu_p \approx 4,08 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

• **Isolants.** Aucun électron libre à température ambiante ($T \approx 300 \text{ K}$), dans un isolant (Fig. 1.8). La conductivité est pratiquement nulle.



*Pas d'électron libre
dans un réseau
d'atomes fixes*

Fig. 1.8 Isolants

1.2.4 Influence de la température

● **Conducteurs.** L'agitation thermique augmente avec la température et rend plus difficile la circulation des charges électriques, de ce fait la conductivité des matériaux conducteurs diminue avec la température (σ_0 conductivité à 0°C , θ température en $^\circ\text{C}$, α coefficient de température négatif en $^\circ\text{C}^{-1}$).

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \alpha\theta)$$

● **Semi-conducteurs.** Par contre, dans les matériaux semi-conducteurs à température ambiante, l'agitation thermique a une deuxième conséquence : elle crée de nouvelles charges libres (paires électrons-trous). D'où, à température moyenne, une propriété inverse de celle des conducteurs : La conductivité augmente de façon exponentielle avec la température.

- Pour le germanium la conductivité double tous les 10°C environ.
- Pour le silicium la conductivité double tous les 6°C environ.

Cette croissance exponentielle de la conductivité, transforme ces semi-conducteurs en conducteurs à environ 120°C pour le germanium et 200°C pour le silicium ! Les diodes, transistors et circuits intégrés perdent leurs propriétés spécifiques pour ces températures à ne jamais dépasser.

1.2.5 Influence de la fréquence – Effet pelliculaire dans un conducteur

Lorsque le courant est alternatif, les effets électromagnétiques chassent les charges du centre du conducteur, c'est ce que l'on appelle *l'effet de peau*. La densité de courant n'est plus uniforme : elle est plus élevée à la périphérie qu'au centre du conducteur (Fig. 1.9).

L'épaisseur de peau est définie par :

$$e = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0\mu_r f\sigma}}$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m : perméabilité magnétique du vide, μ_r : perméabilité magnétique relative du matériau (sans unité), σ : conductivité du matériau en $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, et f : fréquence en Hz.

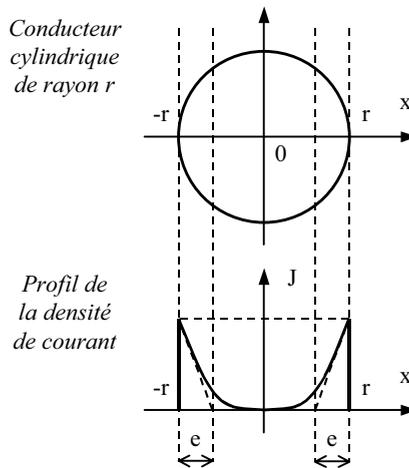


Fig. 1.9 Effet de peau dans un conducteur

Question : Calculer l'épaisseur de peau pour un conducteur en cuivre : ($\sigma \approx 59 \cdot 10^6 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ et $\mu_r \approx 1$) à 50 Hz (réseau EDF).

Réponse : En appliquant la formule, on trouve $e \approx 9,2$ mm. Pour limiter cet effet, on réalise des conducteurs multibrins, et pour le transport d'énergie on utilise des conducteurs multicâbles. De même, les câbles haute-fidélité des enceintes sont multibrins.

Remarque : Plus la fréquence est élevée et plus l'épaisseur de peau diminue.

1.3 POTENTIEL ÉLECTRIQUE D'UNE CHARGE

(Compléments, voir Chapitre 3 : Électrostatique)

1.3.1 But

La charge étudiée q (Fig. 1.10) crée un champ électrique \vec{E} vectoriel. Par simplicité, on remplace ce champ électrique par une grandeur scalaire liée au travail qu'il faudrait fournir à une charge test Q pour l'amener de l'infini jusqu'à la distance r de la charge étudiée q . Cette grandeur s'appelle le *potentiel électrique* noté V .

Remarque : Ainsi défini, le potentiel à distance infinie est nul ; $V(\infty) = 0$.

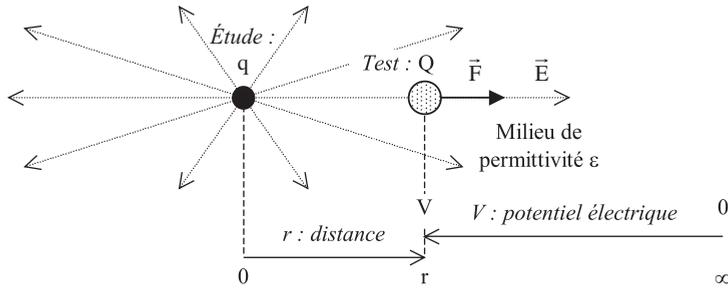


Fig. 1.10 Le potentiel électrique

1.3.2 Travail pour amener Q à distance r de q

- Travail élémentaire dW pour déplacer la charge Q de r à $r - dr$. La force F est supposée constante.

$$dW = -F dr = -QE dr \quad \text{Unités : } J = Nm = C \frac{V}{m}$$

- Travail $W_{A \rightarrow B}$ pour déplacer la charge Q d'une distance A à une distance B . En intégrant de A à B , on obtient :

$$W_{A \rightarrow B} = -Q \int_A^B E(r) dr \quad \text{Unités : } J = C \frac{V}{m}$$

En posant $dV = -E(r) dr$, l'intégrale s'écrit :

$$W_{A \rightarrow B} = Q \int_A^B dV = Q (V_B - V_A) \quad \text{Unités : } J = CV$$

- Travail $W_{\infty \rightarrow M}$ pour déplacer la charge Q de l'infini à M .

$$W_{\infty \rightarrow M} = Q \int_{\infty}^M dV = Q (V_M - V_{\infty}) = Q V_M \quad \text{Unités : } J = CV$$

1.3.3 Potentiel électrique

De ce qui précède, on déduit :

$$V_M = \frac{W_{\infty \rightarrow M}}{Q} \quad \text{Unités : } V = \frac{J}{C}, \quad \text{volt} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

La fonction $V_M(r)$ mesure le travail par unité de charge à fournir pour faire passer une charge de l'infini au point M (Fig. 1.11). On appelle V_M le *potentiel électrique* du point M , dû à la charge étudiée q .

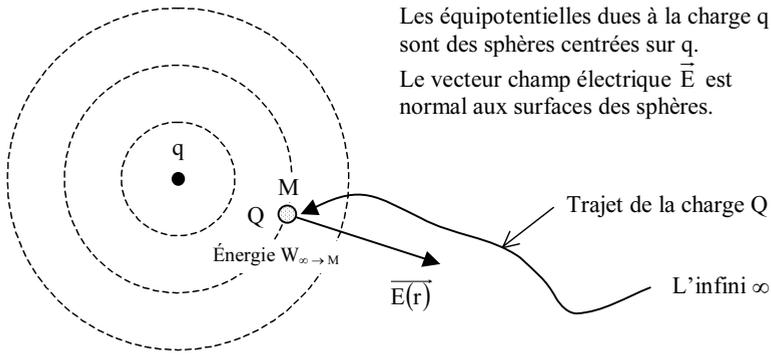


Fig. 1.11 Travail d'une force électrique

Remarques :

- Dès que la charge sera libérée de ses contraintes, elle retournera naturellement vers l'infini et restituera l'énergie qu'elle aura accumulée. Son potentiel sera nul.
- Le potentiel électrique $V_M(r)$ est une grandeur image de l'énergie potentielle électrique stockée par la charge Q , lorsqu'elle est située à distance r de la charge q : elle est indépendante de la charge Q ! C'est donc une notion fondamentalement énergétique.

1.3.4 Différence de potentiel (d.d.p.) électrique – Tension électrique

La circulation du courant dans un circuit ne peut avoir lieu que par un échange énergétique avec un milieu extérieur (Fig. 1.12). Ainsi, les porteurs de charges sont susceptibles de transférer une énergie $Q(V_B - V_A)$ vers le milieu extérieur. La d.d.p. est $V_B - V_A$ et la tension est $U_{BA} = V_B - V_A$.

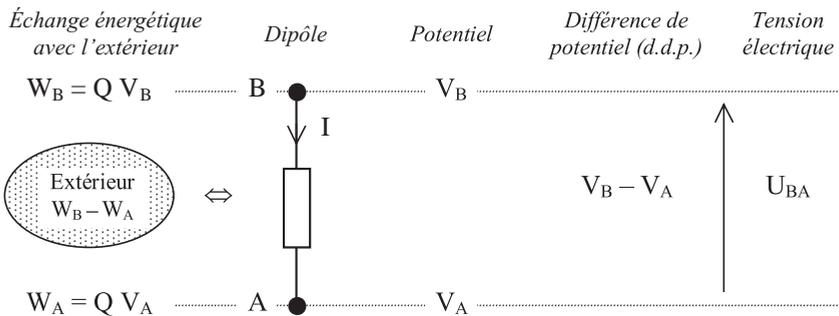


Fig. 1.12 Potentiel – d.d.p. – Tension

Remarque : Il faut imaginer qu'au cours du parcours du circuit électrique, les porteurs de charge voient leur potentiel (énergie) varier, en général diminuer.

Chapitre 2

Lois générales de l'électricité

2.1 LES DIPÔLES

2.1.1 Définition – Conventions

Un dipôle est un récepteur ou un générateur d'énergie électrique, susceptible de convertir l'énergie électrique en une énergie de type différent (chimique, mécanique, radiative, thermique). Il est relié à l'extérieur par deux bornes A et B (Fig. 2.1), le courant entrant par l'une est égal au courant sortant par l'autre. La tension u et le courant i sont des grandeurs algébriques.

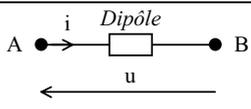
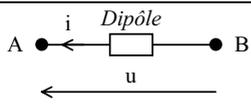
| Convention récepteur | Convention générateur |
|---|---|
|  |  |
| La puissance (absorbée, transformée) est positive : $ui > 0$ | La puissance (fournie, produite) est positive : $ui > 0$ |

Fig. 2.1 Conventions récepteur et générateur

2.1.2 Dipôle linéaire – Circuit linéaire

• **Dipôle linéaire.** Un dipôle de relation tension-courant $u = f(i)$ ou $i = g(u)$ est dit linéaire si, et seulement si, la fonction f ou g est linéaire, c'est-à-dire telle que :

$$f(\alpha_1 i_1 + \alpha_2 i_2) = \alpha_1 f(i_1) + \alpha_2 f(i_2) \quad \text{ou} \quad g(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) = \lambda_1 g(u_1) + \lambda_2 g(u_2)$$

• **Circuit linéaire.** Si tous les dipôles constituant un circuit quelconque sont linéaires, alors l'équation permettant le calcul de la sortie $s = s(t)$ en fonction de l'entrée $e = e(t)$ est, dans le cas général, une équation différentielle à coefficients constants du type :

$$a_n \frac{d^n s}{dt^n} + \dots + a_2 \frac{d^2 s}{dt^2} + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_m \frac{d^m e}{dt^m} + \dots + b_2 \frac{d^2 e}{dt^2} + b_1 \frac{de}{dt} + b_0 e \quad (m \leq n)$$

On dit alors que le circuit est linéaire.

Exemple 2.1.1

La puissance $p = Ri^2$ est non linéaire car la fonction « carré » n'est pas linéaire, sa dérivée dp/di n'est pas indépendante de la valeur de i .

2.1.3 Dipôles élémentaires

a) Classification des dipôles

- Un *dipôle actif* est un dipôle susceptible de produire de l'énergie. *A contrario*, un *dipôle passif* ne peut pas produire de l'énergie.
- Un *dipôle symétrique* est un dipôle tel que :

$$f(i) = -f(-i) \quad \text{ou} \quad g(u) = -g(-u)$$

- *Dipôle linéaire* : voir § 2.1.2

b) Dipôles passifs

• **Éléments passifs linéaires** (Fig. 2.2). On adopte généralement la convention récepteur (u et i : flèches opposées), ce qui évite bien des erreurs.

Remarques :

- Pour un condensateur, la loi traduit le fait que le passage du courant i dans un condensateur, pendant un temps dt entraîne une variation de la tension électrique du qui va s'opposer à son passage. Cette loi s'écrit aussi sous forme intégrale :

$$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i \, d\tau = \frac{1}{C} \int_0^t i \, d\tau + U_0 \quad \text{avec} \quad U_0 = u(t=0)$$

- Pour une bobine linéaire, la loi traduit la difficulté qu'a l'intensité du courant i à changer dans un circuit inductif. Cela se traduit par l'apparition d'une tension électrique qui s'oppose à la variation du courant ; c'est la loi de Lenz. Cette loi s'écrit aussi sous forme intégrale :

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u \, d\tau = \frac{1}{L} \int_0^t u \, d\tau + I_0 \quad \text{avec} \quad I_0 = i(t=0)$$

- Aspects énergétiques : voir Chapitre 12 : Condensateurs, et Chapitre 13 : Bobines non-couplées.

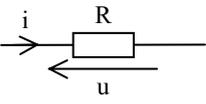
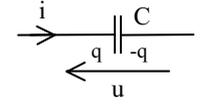
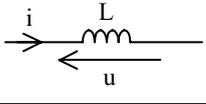
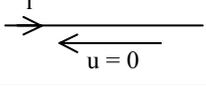
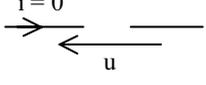
| Composant | Symbole | Grandeur caractéristique et unité | Loi | Unités |
|--------------------------|---|-------------------------------------|-----------------------|---------------------|
| Résistance (ou résistor) |  | R : Résistance en ohms (Ω) | $u = Ri$ | $V = \Omega A$ |
| Condensateur |  | C : Capacité en farads (F) | $i = C \frac{du}{dt}$ | $A = F \frac{V}{s}$ |
| Bobine |  | L : Inductance en henrys (H) | $u = L \frac{di}{dt}$ | $V = H \frac{A}{s}$ |
| Court-circuit |  | | $\forall i, u = 0$ | |
| Circuit ouvert |  | | $\forall u, i = 0$ | |

Fig. 2.2 Dipôles passifs linéaires – Convention récepteur

• Éléments passifs non-linéaires

Exemple 2.1.2

- Une V.D.R. (*Voltage Dependant Resistor*) n'est pas un dipôle linéaire. Son équation $i = ku^n$ n'est pas une fonction linéaire de la tension u , et sa dérivée di/du n'est pas indépendante de la valeur de u .
- Une diode (voir Chapitre 16 : Diodes) n'est pas un dipôle linéaire. Son équation

$$i_D = I_S \left(e^{\frac{u_D}{NU_T}} - 1 \right) \text{ n'est pas une fonction linéaire de la tension } u_D.$$

c) Dipôles actifs

- **Sources** (Fig. 2.3). On adopte indifféremment la convention générateur ou la convention récepteur selon le problème traité.

Remarque : Lorsqu'ils sont utilisés dans des schémas équivalents, les symboles (Fig. 2.3) représentent toujours des sources « idéales » et non « réelles ».

Une source réelle peut souvent être modélisée par une source de tension idéale, en série avec une résistance : c'est le modèle de Thévenin ; on peut aussi la modéliser par une source de courant idéale, en parallèle avec une résistance : c'est le modèle de Norton (voir § 2.2.4).

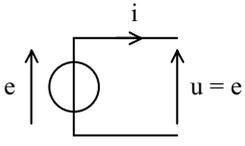
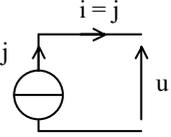
| | Symbole | Grandeur caractéristique et unité | Loi |
|-------------------|---|-----------------------------------|--------------------|
| Source de tension |  | e : Tension en volts (V) | $\forall i, u = e$ |
| Source de courant |  | j : Intensité en ampères (A) | $\forall u, i = j$ |

Fig. 2.3 Sources – Convention générateur

Exemple 2.1.3

La batterie de voiture est l'exemple type de la source de tension « presque idéale ». La charge qu'elle est capable de stocker se mesure usuellement en ampère \times heure (Ah). Ainsi, une batterie de 12 V capable de stocker 60 Ah, peut délivrer pendant 6 h un courant de 10 A sous une tension de 12 V.

Question : Calculer l'énergie que peut délivrer la batterie de l'exemple précédent.

Réponse : $W = UIt = 12 \times 60 \times 3\,600 = 2\,592 \text{ kJ}$

Remarque : Pratiquement, il n'existe pas de source d'énergie du type « source de courant idéale ». En effet, cela supposerait que l'on soit capable de stocker l'énergie sous forme de courant à valeur constante j . Cependant, on peut réaliser des sources de courant constant en associant des sources d'énergie et des dipôles. C'est le cas d'un transistor associé à une source de tension ou encore d'une photodiode, éclairée par une source d'énergie lumineuse.

- **Source commandée – Source non commandée.** Une source commandée ou liée est une source dont la grandeur de sortie dépend d'une autre grandeur du circuit. Dans le cas contraire, la source est dite *non-commandée* ou *indépendante*.

Exemple 2.1.4

Le courant de sortie d'un transistor dépend d'une grandeur d'entrée qui est : le courant de base dans les transistors bipolaires, et la tension grille-source pour les transistors à effet de champ (Fig. 2.4).

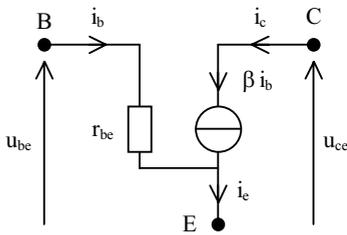
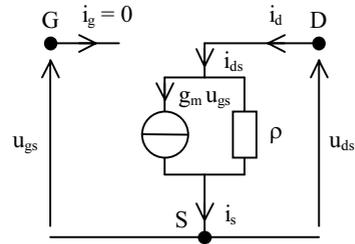
Schéma équivalent « petits signaux »
d'un transistor bipolaireSchéma équivalent « petits signaux »
d'un transistor à effet de champ

Fig. 2.4 Exemples de sources commandées

- **Source commandée linéaire – Source commandée non-linéaire.** Une *source commandée linéaire* est une source commandée dont la grandeur de sortie dépend linéairement de la grandeur de commande. *A contrario*, la source est *non-linéaire*.

2.1.4 Principales limites d'utilisation d'un dipôle

Les principales limites électriques et thermiques d'utilisation d'un dipôle sont : la tension maximale, le courant maximal et la puissance maximale. Ces limites dépendent du fonctionnement qui peut être : continu, alternatif, impulsionnel répétitif, impulsionnel non-répétitif, etc.

2.1.5 Caractéristique d'un dipôle

Selon le cas, la caractéristique d'un dipôle peut être relevée en continu (caractéristique statique), en alternatif, en impulsionnel (caractéristique dynamique « larges signaux »), etc.

Exemple 2.1.5

Le dipôle est ici uniquement récepteur car la puissance absorbée ne peut être que positive (Fig. 2.5).

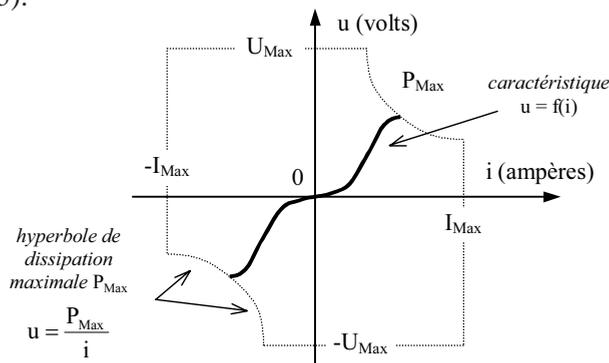


Fig. 2.5 Exemple de caractéristique d'un dipôle

2.1.6 Point de fonctionnement d'un dipôle

Exemple 2.1.6

L'alimentation d'un dipôle récepteur par un dipôle générateur fixe le point de fonctionnement (Fig. 2.6).

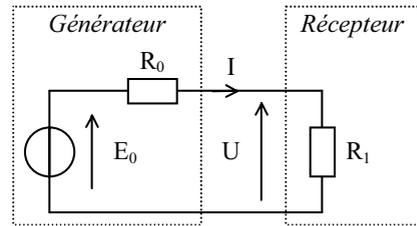


Fig. 2.6 Alimentation d'un récepteur par un générateur

Méthode

Le point de fonctionnement est déterminé par l'intersection des caractéristiques des dipôles générateur et récepteur. Ses coordonnées sont la tension U aux bornes des dipôles et le courant I qui les traverse.

1) D'une manière générale (dipôles non-linéaires ou linéaires), il faut tracer les caractéristiques dans un même repère (Fig. 2.7), ou bien recourir à un procédé informatique (simulation par exemple).

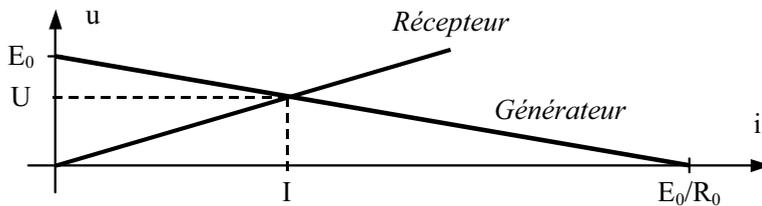


Fig. 2.7 Tracé des caractéristiques (Exemple de la Fig. 2.6)

2) Si les dipôles générateur et récepteur sont linéaires (ce qui est le cas Fig. 2.6 et Fig. 2.7), alors la résolution du système donne la solution :

- Équation du générateur, dite *droite de charge* : $u = E_0 - R_0 i$
- Équation du récepteur : $u = R_1 i$

$$\text{– Système : } \begin{cases} U = E_0 - R_0 I \\ U = R_1 I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = \frac{R_1 E_0}{R_0 + R_1} \\ I = \frac{E_0}{R_0 + R_1} \end{cases}$$

2.1.7 Association de dipôles

a) Association série de deux dipôles (Fig. 2.8)

Méthode

Deux dipôles sont en série s'ils sont traversés par le même courant. La loi des mailles permet d'écrire :

$$u_{\text{Tot}} = u_1 + u_2$$

1) D'une manière générale (dipôles non-linéaires ou linéaires), on construit point par point la caractéristique du dipôle équivalent.

$$\begin{cases} u_1 = f_1(i) \\ u_2 = f_2(i) \end{cases} \Rightarrow u_{\text{Tot}} = u_1 + u_2 = f_1(i) + f_2(i)$$

2) Si les dipôles sont linéaires, le dipôle équivalent est également linéaire. On peut alors déterminer une équation de la caractéristique du dipôle équivalent.

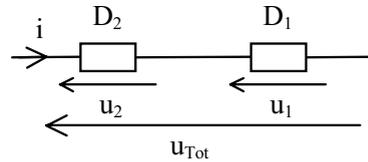


Fig. 2.8 Association série

Exemple 2.1.7

Voir Chapitres : 5, 11, 12, 13.

b) Association parallèle de deux dipôles (Fig. 2.9)

Méthode

Deux dipôles sont en parallèle s'ils sont alimentés sous la même tension. La loi des nœuds permet d'écrire :

$$i_{\text{Tot}} = i_1 + i_2$$

1) D'une manière générale (dipôles non-linéaires ou linéaires), on construit point par point la caractéristique du dipôle équivalent.

$$\begin{cases} i_1 = g_1(u) \\ i_2 = g_2(u) \end{cases} \Rightarrow i_{\text{Tot}} = i_1 + i_2 = g_1(u) + g_2(u)$$

2) Si les dipôles sont linéaires, le dipôle équivalent est également linéaire. On peut alors déterminer une équation de la caractéristique du dipôle équivalent.

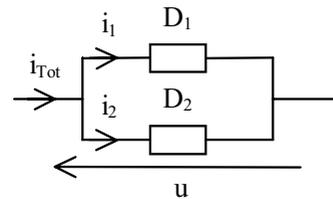


Fig. 2.9 Association parallèle

Remarque : On note souvent $D_1 // D_2$ pour désigner la mise en parallèle des deux dipôles D_1 et D_2 .

Exemple 2.1.8

Voir Chapitres : 5, 11, 12, 13.

2.2 THÉORÈMES SUR LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Les lois et théorèmes ci-après sont présentés pour les valeurs instantanées. Elles peuvent être généralisées, dans les domaines d'utilisation des nombres complexes (voir Chapitre 5 : Régime sinusoïdal permanent monophasé – Étude en fréquence) et de la transformée de Laplace (voir Chapitre 10 : Étude symbolique – Transformée de Laplace).

- Ces généralisations permettent de considérer tout dipôle linéaire au sens défini (§ 2.1.3), y compris condensateurs, bobines, etc.
- Pratiquement, ces généralisations s'effectuent en remplaçant, dans les lois et théorèmes, les résistances par des impédances complexes (nombres complexes) ou opérationnelles (transformée de Laplace), et les conductances par des admittances complexes ou opérationnelles. On adaptera en conséquence les théorèmes et notations.

2.2.1 Lois de Kirchhoff

Attention ! Courants et tensions sont des grandeurs algébriques. Le sens positif n'étant pas connu *a priori*, on flèche arbitrairement courants et tensions. Un résultat négatif indique simplement que le sens « réel » d'un courant ou d'une tension est opposé à celui fléché sur le schéma.

- **Loi des nœuds.** On peut la formuler de deux façons équivalentes :

1) La somme des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des courants qui en partent.

$$\sum i_{(\text{arrivant au nœud})} = \sum i_{(\text{partant du nœud})}$$

2) La somme algébrique des courants aboutissant à un nœud est nulle.

Règle (arbitraire) d'attribution du signe : Le signe « + » est attribué à un courant qui arrive au nœud, et le signe « - » à un courant qui en part.

$$\sum (+i_{(\text{arrivant au nœud})} \quad \text{ou} \quad -i_{(\text{partant du nœud})}) = 0$$

Question : Écrire la loi des nœuds au nœud N (Fig. 2.10).

Réponse :

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad \text{ou bien} \quad i_1 + i_2 + (-i_3) = 0$$

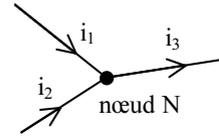


Fig. 2.10 Nœud N

• **Loi des mailles.** On peut la formuler de deux façons équivalentes :

1) La somme des tensions dans le sens de parcours de la maille est égale à la somme des tensions en sens inverse.

$$\sum u_{(\text{sens de parcours})} = \sum u_{(\text{sens inverse de parcours})}$$

2) La somme algébrique des tensions d'une maille est nulle.

Règle (arbitraire) d'attribution du signe : Le signe « + » est attribué à une tension dans le sens de parcours de la maille, et le signe « - » à une tension dans le sens inverse.

$$\sum (+u_{(\text{sens de parcours})} \quad \text{ou} \quad -u_{(\text{sens inverse de parcours})}) = 0$$

Question : Écrire la loi des mailles pour la maille M (Fig. 2.11).

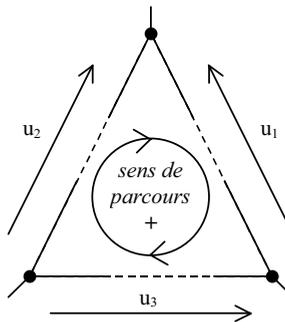


Fig. 2.11 Maille M

Méthode

On commence par orienter le sens de parcours de la maille.

Réponse :

$$u_2 = u_1 + u_3 \quad \text{ou bien} \quad u_2 + (-u_1) + (-u_3) = 0$$

Attention ! La loi des nœuds et la loi des mailles sont identiques dans leurs formes : *somme de valeurs instantanées*. En conséquence, dans le cas de signaux périodiques, ces lois s'appliquent aussi aux valeurs moyennes, MAIS PAS aux valeurs efficaces, NI aux valeurs maximales et minimales.

Exemple 2.2.9

Au nœud N (Fig. 2.10), on peut écrire : $I_1 \text{ Moy} + I_2 \text{ Moy} = I_3 \text{ Moy}$

2.2.2 Passivation d'une source

Méthode

D'une manière générale, rendre passive une source d'énergie « réelle », c'est la remplacer par sa résistance interne. Dans le cas des sources « idéales » définies au § 2.1.3, rendre passive une source de tension c'est la remplacer par un court-circuit, et rendre passive une source de courant c'est la remplacer par un circuit ouvert.

2.2.3 Théorème de superposition

Ce théorème résulte directement de la linéarité des dipôles actifs et passifs. Il est ici appliqué à un courant puis à une tension.

- 1) Dans un circuit linéaire, l'intensité du courant dans une branche est la somme algébrique des intensités des courants dus à chaque source indépendante prise séparément, les autres sources indépendantes étant rendues passives.
- 2) Dans un circuit linéaire, la tension entre deux bornes est la somme algébrique des tensions entre ces deux bornes dues à chaque source indépendante prise séparément, les autres sources indépendantes étant rendues passives.

Attention ! Les sources commandées ne doivent pas être rendues passives.

Question : Soit le circuit électrique à deux sources (Fig. 2.12). Exprimer la tension u et le courant i .

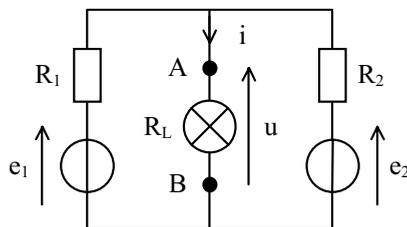


Fig. 2.12 Circuit à deux sources

Réponse :

1) Source 2 « passivée » (Fig. 2.13)

$$u_1 = \frac{R_2 R_L e_1}{R_2 R_L + R_1 (R_2 + R_L)} \quad \text{et} \quad i_1 = \frac{R_2 e_1}{R_2 R_L + R_1 (R_2 + R_L)}$$

2) Source 1 « passivée » (Fig. 2.13)

$$u_2 = \frac{R_1 R_L e_2}{R_1 R_L + R_2 (R_1 + R_L)} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{R_1 e_2}{R_1 R_L + R_2 (R_1 + R_L)}$$

3) D'où (Fig. 2.13)

$$u = u_1 + u_2 = \frac{R_L (R_2 e_1 + R_1 e_2)}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)} \quad \text{et} \quad i = i_1 + i_2 = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)}$$

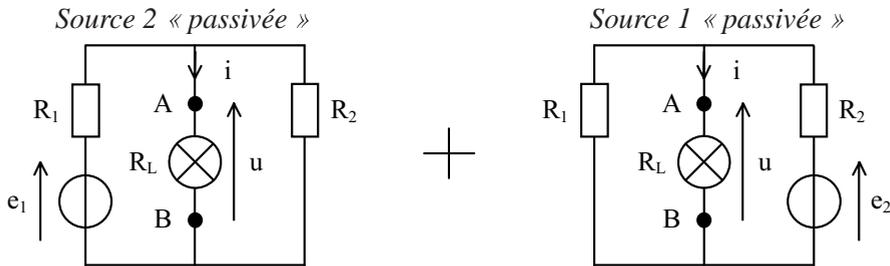


Fig. 2.13 Circuit à deux sources – Superposition des états

2.2.4 Théorèmes de Thévenin et de Norton

Tout dipôle actif linéaire AB, composé de résistances, de sources indépendantes et/ou commandées (voir § 2.1.3), peut être représenté (Fig. 2.14) par :

1) un schéma équivalent série (modèle de Thévenin) comprenant une source de tension e_0 et une résistance R_0 , ou

2) un schéma équivalent parallèle (modèle de Norton) comprenant une source de courant i_0 et une résistance R_0 ; où

→ e_0 est la tension à vide du dipôle AB, c'est à dire la tension qui serait présente en l'absence de charge entre les bornes A et B, soit $e_0 = u$ à $i = 0$,

→ i_0 est le courant de court-circuit du dipôle AB, c'est à dire le courant qui circulerait entre les bornes A et B en les court-circuitant, soit $i_0 = i$ à $u = 0$, et

→ une résistance R_0 égale à la résistance équivalente vue des bornes A et B lorsque les sources non-commandées sont rendues passives.

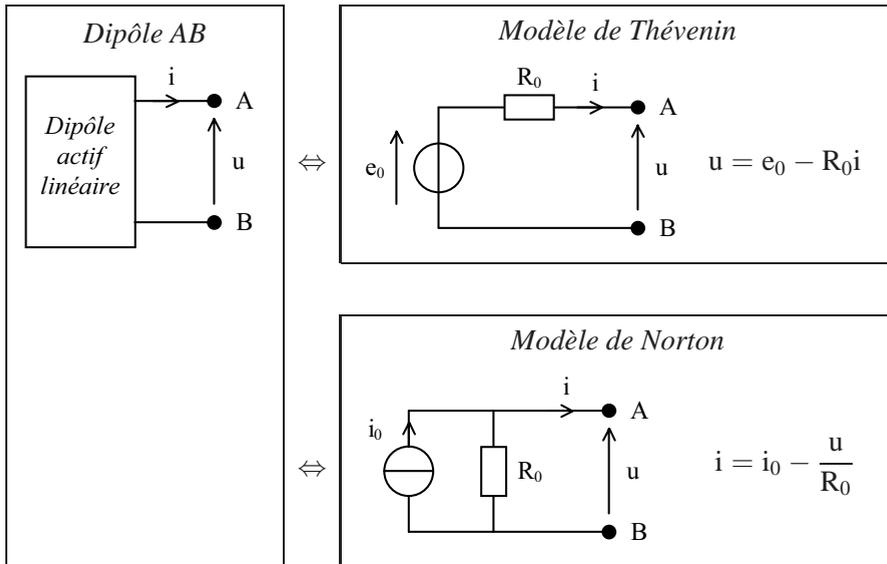


Fig. 2.14 Modèles de Thévenin et de Norton d'un dipôle

Méthode

Les modèles de Thévenin et de Norton sont équivalents : même tension u et même intensité i pour une charge donnée. Le passage de l'un à l'autre s'effectue par la relation :

$$e_0 = R_0 i_0$$

Attention ! Pour la détermination de R_0 , seules les sources non-commandées (indépendantes) sont rendues passives, les sources commandées (liées) ne doivent pas être rendues passives.

Remarque : Les modèles de Thévenin et de Norton ne sont équivalents que pour l'extérieur. Ils ne rendent pas compte de la puissance dissipée par le circuit réel qu'ils remplacent. Il suffit pour le montrer de constater qu'à vide, le modèle de Thévenin ne dissipe pas de puissance !

Méthode

La première chose à faire est de bien délimiter le dipôle dont on cherche le modèle équivalent et de « déconnecter » la charge.

Question : Soit le circuit électrique à deux sources déjà étudié (voir Fig. 2.12). Déterminer ses modèles de Thévenin et de Norton.

Réponse :

1) Expression de e_0 (Fig. 2.15) :

C'est la tension à vide.

$$e_0 = u \text{ à } i = 0 \Rightarrow e_0 = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 + R_2}$$

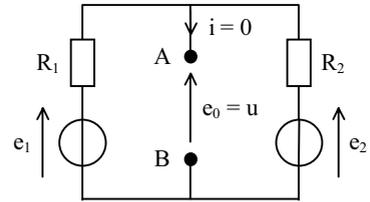


Fig. 2.15 Circuit à deux sources – Expression de e_0

2) Expression de i_0 (Fig. 2.16) :

C'est le courant de court-circuit.

$$i_0 = i \text{ à } u = 0 \Rightarrow i_0 = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2}$$

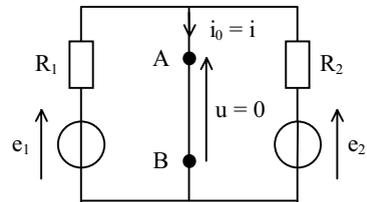


Fig. 2.16 Circuit à deux sources – Expression de i_0

3) Expression de R_0 (Fig. 2.17) :

C'est la résistance vue entre A et B, les sources non-commandées étant rendues passives.

$$R_0 = \frac{u}{-i} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

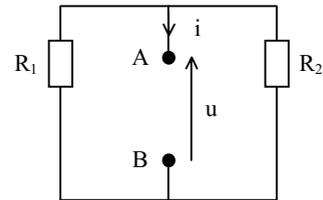


Fig. 2.17 Circuit à deux sources – Expression de R_0

4) Expression de u et de i : On établit le schéma équivalent de Thévenin ou de Norton (Fig. 2.18) et on ajoute la charge. Puis, à partir de l'un ou de l'autre des schémas, on en déduit :

$$u = \frac{R_L e_0}{R_0 + R_L} \quad \text{et} \quad i = \frac{R_0 i_0}{R_0 + R_L} \quad \text{avec} \quad e_0 = R_0 i_0$$

Et, finalement :

$$u = \frac{R_L (R_2 e_1 + R_1 e_2)}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)} \quad \text{et} \quad i = \frac{u}{R_L} = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)}$$

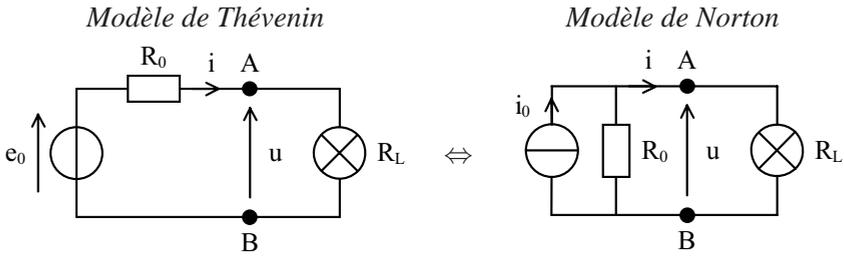


Fig. 2.18 Circuit à deux sources – Schémas équivalents avec la charge

Question : Soit le circuit pseudo-intégrateur RC (Fig. 2.19) traité par Laplace (voir Chapitre 10 : Étude symbolique – Transformée de Laplace). Déterminer ses modèles de Thévenin et de Norton.

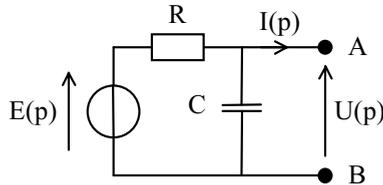


Fig. 2.19 Circuit pseudo-intégrateur RC

Réponse : En appliquant les théorèmes, on obtient :

$$E_0(p) = \frac{1}{1 + RCp} E(p) \quad \text{et} \quad I_0(p) = \frac{E(p)}{R}$$

$$Z_0(p) = R // \frac{1}{Cp} = \frac{R}{1 + RCp} \quad \text{avec} \quad E_0(p) = Z_0(p) I_0(p)$$

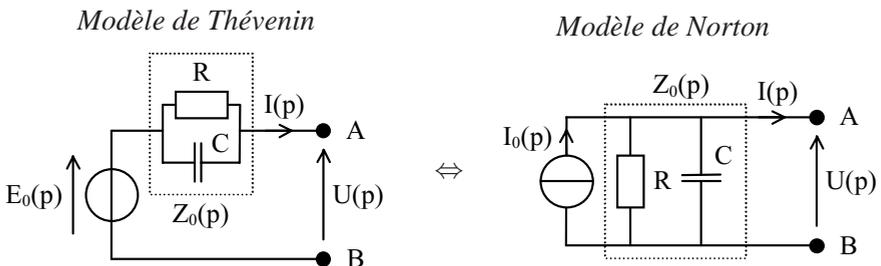


Fig. 2.20 Circuit pseudo-intégrateur RC – Schémas équivalents

2.2.5 Théorème de Millmann

D'après le théorème de Thévenin, les dipôles (Fig. 2.21) sont équivalents. Pour ce circuit type, le théorème de Millmann permet d'exprimer la tension à vide du dipôle AB, soit $e_0 = u$ à $i = 0$, par la formule :

$$e_0 = \frac{\sum_{k=1}^N e_k G_k}{\sum_{k=1}^N G_k} \quad \text{avec} \quad G_k = \frac{1}{R_k}$$

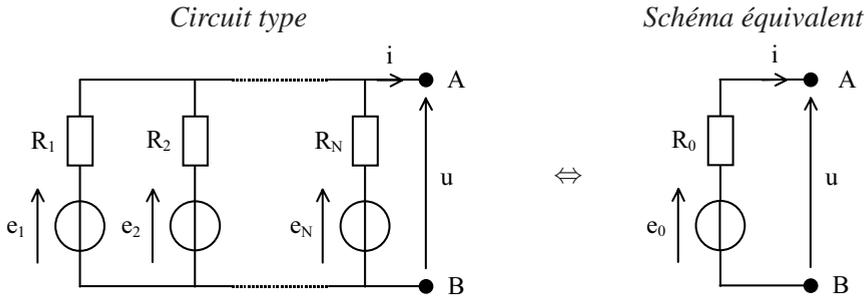


Fig. 2.21 Théorème de Millmann

En toute généralité, la résistance R_0 est donnée par le théorème de Thévenin. Cependant, dans le cas particulier où les sources e_1 à e_N sont indépendantes, alors la résistance R_0 est donnée simplement par $G_0 = \frac{1}{R_0} = \sum_{k=1}^N G_k$.

Question : Soit le circuit électrique à deux sources déjà étudié (voir Fig. 2.12). Exprimer la tension u et le courant i .

Réponse : Deux approches sont possibles.

1) On considère que la charge ne fait pas partie du dipôle. On retrouve alors le schéma équivalent du modèle de Thévenin (Fig. 2.18) avec :

$$e_0 = \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad G_0 = \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

On exprime ensuite la tension u et le courant i .

2) On considère que la charge fait partie du dipôle. Ce théorème permet alors de calculer directement la tension u , et par suite le courant i .

$$u = \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \frac{0}{R_L}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L}} = \frac{R_L (R_2 e_1 + R_1 e_2)}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)} \quad \text{et} \quad i = \frac{u}{R_L}$$

Attention ! Ne pas oublier au dénominateur les branches sans source.

2.2.6 Diviseur de tension – Diviseur de courant

Ces deux montages sont très utilisés (Fig. 2.22).

| | Schéma | Relations |
|---------------------|--------|---|
| Diviseur de tension | | $u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_0$ $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_0$ |
| Diviseur de courant | | $i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_0$ $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_0$ |

Fig. 2.22 Diviseur de tension – Diviseur de courant

Attention ! Les formules données (Fig. 2.22) ne sont valables que si aucune charge extérieure ne vient modifier le montage.

2.2.7 Théorème de Kennelly (équivalence triangle-étoile)

Le théorème de Kennelly permet de passer d'un schéma en triangle (ou montage en Π) à un schéma en étoile (ou montage en T) et réciproquement (Fig. 2.23).

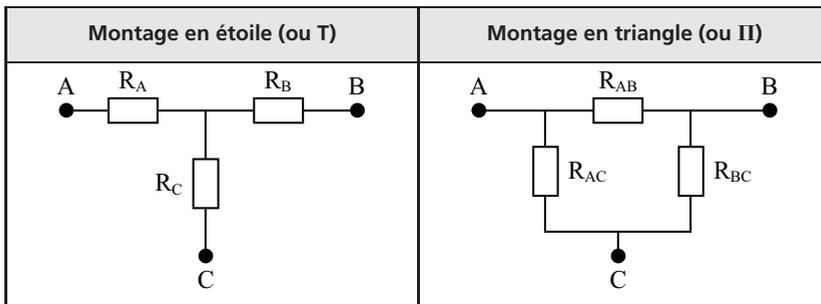


Fig. 2.23 Équivalence étoile-triangle

On a les relations :

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

Et réciproquement :

$$G_{AB} = \frac{G_A G_B}{G_A + G_B + G_C} \quad G_{AC} = \frac{G_A G_C}{G_A + G_B + G_C} \quad G_{BC} = \frac{G_B G_C}{G_A + G_B + G_C}$$

Ou encore :

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} \quad R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

2.2.8 Principe de linéarité

Dans un circuit linéaire, la réponse d'un signal $s(t)$ est la somme algébrique des réponses dues à chaque source (indépendante ou liée) prise séparément, les autres sources étant rendues passives. Deux applications sont possibles :

- 1) On somme uniquement les réponses dues à chaque source indépendante (mais pas les liées), les autres sources indépendantes étant rendues passives (mais pas les liées). On retrouve alors le théorème de superposition (voir § 2.2.3).
- 2) On somme toutes les réponses dues à chaque source (y compris les liées), toutes les autres sources (y compris les liées) étant rendues passives. On ne trouve pas alors directement la réponse du signal $s(t)$ car les sources liées, qui sont inconnues puisqu'elles dépendent des autres sources, interviennent dans l'expression. Il faudra donc éliminer de l'expression obtenue les sources liées.