

Table des matières

Introduction au tableur Excel	5
1.1 La feuille de calcul	6
1.1.1 Présentation générale	6
1.1.2 Repérage des cellules dans la feuille	7
1.2 Saisie des données	9
1.2.1 Saisie directe	9
1.2.2 Saisie par copier-coller	9
1.3 Les formules dans Excel	11
1.3.1 Formules simples	11
1.3.2 Mélange de références	12
1.4 Fonctions usuelles dans Excel	13
1.4.1 Fenêtre de sélection	13
1.4.2 Exemple d'utilisation	14
1.5 Construction de graphiques	16
1.5.1 Les courbes	17
1.5.2 Les nuages de points	18
1.6 Le solveur	20
1.6.1 La fenêtre du solveur	20
1.6.2 Minimisation d'une fonction	21
1.6.3 Maximisation d'une fonction sous contraintes	23
1.6.4 Résolution d'un système d'équations	25
Exercices	29
Corrigés des exercices	30
2 Ensembles, relations et applications	35
2.1 Les ensembles	36
2.1.1 Préliminaires	36
2.1.2 Comparaison d'ensembles	38
2.1.3 Union, intersection, complémentaire	39
2.1.4 Partition d'un ensemble	43
2.1.5 L'ensemble des parties d'un ensemble	45

2.2	Les fonctions logiques d'Excel	46
2.2.1	Les fonctions ET et OU	47
2.2.2	La fonction SI	49
2.3	Relations binaires	50
2.3.1	Relations d'ordre	51
2.3.2	Relations d'équivalence	53
2.4	Les applications	55
2.4.1	Définitions et propriétés générales	55
2.4.2	Injections, surjections, bijections	57
2.4.3	La composition des applications	59
	Exercices	60
	Corrigés des exercices	61
3	Nombres réels et suites numériques	65
3.1	L'ensemble \mathbb{R}	65
3.1.1	Pythagore et les photocopieuses	66
3.1.2	Majorants, minorants, bornes	67
3.1.3	Les intervalles	68
3.1.4	Ensembles ouverts et ensembles fermés	69
3.2	Suites de nombres réels	71
3.2.1	Exemples introductifs	71
3.2.2	Convergence des suites	75
3.2.3	Opérations sur les suites	83
	Exercices	88
	Corrigés des exercices	89
4	Fonctions d'une variable	93
4.1	Hors d'œuvre	94
4.1.1	Fonctions croissantes et décroissantes	99
4.1.2	Extremums d'une fonction	102
4.2	Limites et continuité	104
4.2.1	Limite d'une fonction en un point	104
4.2.2	Fonctions continues	109
4.2.3	Continuité et méthode dichotomique	111
4.2.4	Conséquences du théorème de la valeur intermédiaire	115
4.2.5	Fonctions convexes et concaves	116
4.3	Sens de variation et dérivées	118
4.3.1	Exemple introductif	118
4.3.2	La notion de dérivée	119
4.3.3	Propriétés des dérivées	122
4.3.4	Dérivée de fonctions composées	124
4.3.5	Dérivées d'ordre supérieur	126
4.4	Logarithmes et exponentielles	129
4.4.1	Les fonctions puissance	129

4.4.2	Exponentielles de base e	131
4.4.3	Les logarithmes	134
4.5	Accroissements finis et formule de Taylor	135
4.5.1	Théorème de Rolle	135
4.5.2	Théorème des accroissements finis	136
4.5.3	Formule de Taylor et développements limités	138
	Exercices	140
	Corrigés des exercices	142
5	Intégration	151
5.1	La mesure des inégalités	151
5.2	Intégrale d'une fonction étagée	154
5.2.1	Fonctions étagées : définition	154
5.2.2	Définition et propriétés de l'intégrale d'une fonction étagée	156
5.3	Généralisation	157
5.3.1	Fonctions intégrables sur $[a; b]$	157
5.3.2	Propriétés des intégrales de fonctions continues	159
5.3.3	Primitives	163
5.3.4	Primitives des fonctions usuelles	163
5.4	Techniques de calcul	165
5.4.1	L'intégration par parties	165
5.4.2	Le changement de variable	166
5.5	Intégrales généralisées	168
5.5.1	Intervalle de définition non borné	169
5.5.2	Fonction non bornée	170
	Exercices	171
	Corrigés des exercices	173
6	Calcul matriciel	181
6.1	Apéritif	177
6.1.1	Notation des entreprises et risque de défaut	178
6.1.2	Le processus de choix du consommateur	179
6.1.3	Valorisation d'un portefeuille	181
6.2	Définitions	182
6.3	Opérations élémentaires sur les matrices	184
6.3.1	Transposition	184
6.3.2	Addition de matrices	186
6.3.3	Multiplication d'une matrice par un nombre réel	188
6.3.4	Produit matriciel	189
6.3.5	Matrices carrées et inversion de matrices	193
6.3.6	Matrices élémentaires	197
6.3.7	Concaténation de deux matrices	200
6.4	Systèmes d'équations linéaires	200
6.4.1	Exemple introductif	200

6.4.2	Les différents types de systèmes linéaires	201
6.4.3	Méthodes de substitution et d'élimination	202
	Exercices	207
	Corrigés des exercices	209
7	Espaces vectoriels et applications linéaires	215
7.1	Espaces vectoriels : définitions et propriétés générales	217
7.1.1	Définition et exemples d'espaces vectoriels	217
7.1.2	Sous-espaces vectoriels	219
7.1.3	Base et dimension d'un espace vectoriel	224
7.2	Applications linéaires	231
7.2.1	Définitions et notations	231
7.2.2	Noyau et image d'une application linéaire	232
7.2.3	Espace d'applications linéaires	234
7.2.4	Composition des applications linéaires	236
7.3	Applications linéaires et matrices	236
7.3.1	Représentation d'une application linéaire par une matrice	236
7.3.2	Produit matriciel et composition des applications linéaires	238
7.3.3	Le cas des matrices carrées	239
7.4	Déterminants	242
7.4.1	Cas d'une matrice (2,2)	242
7.4.2	Cas général	242
7.5	Changement de base	245
7.5.1	Matrice d'une application linéaire après changement de base	245
7.5.2	Trace d'une matrice carrée	246
7.5.3	Diagonalisation des matrices carrées	247
7.6	Normes et produits scalaires	251
7.6.1	Espace vectoriel normé	251
7.6.2	Norme et formes quadratiques	252
7.6.3	Produit scalaire sur un espace vectoriel	253
	Exercices	258
	Corrigés des exercices	259
8	Fonctions de plusieurs variables	265
8.1	Les espaces métriques	266
8.1.1	Distance sur un ensemble	266
8.1.2	Ouverts et fermés dans un espace métrique	267
8.1.3	Suites dans les espaces métriques	272
8.2	Régularité des fonctions de plusieurs variables	273
8.2.1	Limites et continuité	273
8.2.2	Dérivées partielles	273
8.2.3	Dérivation des fonctions composées	275
8.2.4	Différentielle d'une fonction de plusieurs variables	276
8.2.5	Le théorème des accroissements finis	280

8.2.6	Dérivées partielles d'ordre 2	281
8.2.7	Formule de Taylor	283
8.2.8	Fonctions convexes et concaves	285
8.3	Fonctions implicites et fonctions homogènes	287
8.3.1	Le théorème des fonctions implicites	287
8.3.2	Fonctions homogènes et théorème d'Euler	289
	Exercices	292
	Corrigés des exercices	293
9	Optimisation sans contraintes	297
9.1	Préliminaires	298
9.1.1	Le domaine d'optimisation	298
9.1.2	La régularité de la fonction	300
9.1.3	Optimum local et optimum global	300
9.2	Optimisation de fonctions d'une variable	302
9.2.1	Condition nécessaire d'optimalité locale	303
9.2.2	Conditions suffisantes d'optimalité locale	303
9.2.3	Condition nécessaire et suffisante d'optimalité	304
9.2.4	Conditions d'optimalité globale	305
9.3	Application : le modèle de Wilson	305
9.3.1	Définition du problème	306
9.3.2	Résolution analytique	307
9.3.3	Résolution numérique avec le solveur d'Excel	308
9.4	Optimisation de fonctions de deux variables	310
9.4.1	Condition d'optimalité locale	312
9.4.2	Conditions d'optimalité globale	314
9.4.3	Application : le modèle de Wilson avec ruptures de stocks	315
9.4.4	Les bénéfices collatéraux de l'optimisation : l'exemple de la régression linéaire	320
9.5	Optimisation de fonctions de p variables	325
9.5.1	Conditions d'optimalité locale	325
9.5.2	Conditions d'optimalité globale	325
	Exercices	326
	Corrigés des exercices	327
10	Optimisation sous contraintes	331
10.1	Retour sur les classiques	332
10.1.1	La maximisation de l'utilité sous contrainte de budget	332
10.1.2	La fonction de production	334
10.2	Fonctions de deux variables et contrainte en égalité	338
10.2.1	Présentation du problème	338
10.2.2	Le lagrangien et les conditions d'optimalité	339
10.2.3	Résolution avec Excel	343
10.3	Fonctions de p variables sous contraintes en égalité	345

10.3.1	Conditions d'optimalité locale	346
10.3.2	Conditions d'optimalité globale	348
10.4	Fonctions de p variables sous contraintes en inégalité et en égalité	348
10.4.1	Comment construire une structure par termes des taux d'intérêt ?	348
10.4.2	Le problème théorique	348
10.4.3	La résolution	352
10.4.4	Condition nécessaire d'optimalité	353
10.4.5	Condition nécessaire et suffisante d'optimalité globale	353
	Exercices	354
	Corrigés des exercices	355
11	Équations de récurrence et équations différentielles	359
11.1	Une entrée en matière	361
11.1.1	Le concours de beauté	361
11.1.2	Un modèle de croissance économique	362
11.2	Équations de récurrence	364
11.2.1	Une rapide typologie	364
11.2.2	Équations linéaires d'ordre 1 à coefficients constants	366
11.2.3	Équations linéaires d'ordre 2 à coefficients constants	372
11.3	Les équations différentielles	378
11.3.1	Une rapide typologie	378
11.3.2	Les équations différentielles linéaires d'ordre 1	380
11.3.3	Les équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants	383
11.3.4	Les équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants	387
	Exercices	391
	Corrigés des exercices	392