

Table des matières

I	Analyse fonctionnelle	1
1	Topologie générale	3
1.1	Topologie sur un ensemble	3
1.2	Topologie induite et topologie engendrée	4
1.3	Valeur d'adhérence, fermeture ou adhérence d'un ensemble	5
1.4	Suite et espace topologique	5
1.5	Base dénombrable de voisinage	6
1.6	Application continue	7
1.7	Homéomorphisme	9
2	Espace métrique	11
2.1	Notion générale	11
2.2	Suite dans un espace métrique	12
2.3	Application continue dans espace métrique	13
3	Espace métrique connexe	15
3.1	Notion générale	15
3.2	Image d'un connexe par une application continue	16
3.3	La connéxité dans le produit d'espaces	17
3.4	La connéxité par arc	18
4	Espace métrique compact	19
4.1	Notion générale	19
4.2	Suite dans un espace métrique compact	20
4.3	Application continue et compacité	21
4.4	Espace produit d'espaces compacts	22
5	Espace métrique complet	23
5.1	Suite de Cauchy dans un espace métrique	23
5.2	Propriétés	23
5.3	Théorème de Baire	25

6	Espace vectoriel normé	27
6.1	Notion générale	27
6.2	Quelques espaces normés usuels	28
6.3	Normes équivalentes	28
6.4	Espace de Banach et applications linéaires	30
6.5	Séries dans les espaces de Banach	37
7	Espace de Hilbert	39
7.1	Notion générale : Cas réel	39
7.2	Notion générale : Cas complexe	41
7.3	L'orthogonalité	43
7.4	Projection orthogonale	46
7.5	Deux théorèmes autour des espaces de Hilbert	49
7.6	Bases hilbertiennes	52
7.7	Convergence faible et convergence forte	54
8	Espaces L^p	57
8.1	Ensembles	57
8.2	Tribu	57
8.3	Mesure positive sur une tribu	59
8.4	Espaces L^p	62
8.5	Espace L^2 et séries de Fourier	65
9	Polynômes orthogonaux	67
9.1	Polynômes de Legendre	67
9.2	Polynômes d'Hermite	69
9.3	Polynômes de Laguerre	70
10	Distributions	71
10.1	Notion de Fonctionnelle	71
10.2	Distributions	72
10.3	Distribution à support borné	73
10.4	Convergence dans \mathcal{D}'	74
10.5	Valeur principale de Cauchy et partie finie	76
10.6	Quelques équations aux dérivées partielles au sens des distributions :	78
10.7	Transformation de Fourier d'une distribution	79
10.8	Distributions tempérées et transformée de Fourier	79
II	Probabilité	83
11	Événement et variable aléatoire	85
11.1	Notion générale	85
11.2	Mesure de probabilité	86
11.3	Fréquence	86
11.4	Suite d'événements	87
11.5	Exemple	88

11.6 Règles de calcul	88
11.7 Mesure de probabilité uniforme sur une partie de \mathbb{R}	89
12 Probabilité conditionnelle	91
12.1 Définition et notation	91
12.2 Exemple	91
12.3 Probabilités Totales	92
13 Variable aléatoire	93
13.1 notation et définition	93
13.2 Exemple	93
13.3 Fonction de répartition d'une v.a.r	94
13.4 Densité d'une variable aléatoire	95
14 Variable aléatoire discrète	97
14.1 Définition et notation	97
14.2 La loi conjointe	97
14.3 Loi marginale	97
14.4 Lois conditionnelles et loi conjointe pour une variable aléatoire continue.	98
15 Famille de distributions continues	99
15.1 La loi normale	99
15.2 Loi log-normale	102
15.3 Loi t de Student	102
15.4 Loi du khi-deux	104
15.5 F-distribution ou de Fisher-Snédecor	105
15.6 Loi exponentielle	106
15.7 Loi de Weibull	106
15.8 Loi gamma	107
15.9 Loi bêta	108
15.10 Loi de Cauchy	110
15.11 Loi uniforme	110
15.12 Lois de Pareto	110
16 Famille de distributions discrètes	113
16.1 Loi Binomiale	113
16.2 Loi de Poisson	114
16.3 Loi Hypergéométrique	114
17 Convergence des variables aléatoires	115
17.1 Définition et notation	115
17.2 Moments et variance	115
17.3 Covariance et coefficient de corrélation linéaire	120
17.4 Lois conditionnelles	121
17.5 Espérance conditionnelle	122
17.6 Variance conditionnelle	123
17.7 Fonction caractéristique	124

17.8	Quelques fonctions caractéristiques usuelles	124
17.9	Théorème de la limite centrale	125
17.10	Exemple sur le théorème limite centrale	126
17.11	Vecteur gaussien	127
18	Simulation de lois non uniformes	129
18.1	Méthode de la fonction de répartition	129
18.2	Méthode de rejet	130
18.3	Méthode de Monte-Carlo et chaînes de Markov	131
19	Chaîne de Markov	133
19.1	Ergodicité	133
19.2	Accessibilité et irréductibilité	134
19.3	Périodicité	136
19.4	Transience et récurrence	137
20	Algorithme de Hastings-Metropolis	143
20.1	Méthode de Monte-Carlo	143
20.2	Implémentation	146
III	Statistique	159
21	L'estimation	161
21.1	Définition	161
21.2	Estimateur sans biais et asymptotiquement sans biais	162
21.3	Risque quadratique	162
21.4	Comparaison d'estimateurs	163
21.5	Estimateur de variance uniformément minimum sans biais	163
21.6	La statistique \bar{X}	164
21.7	La statistique S^2	164
21.8	La statistique T_{n-1}	164
21.9	Estimation de la moyenne d'une variable de Laplace-Gauss	165
21.10	Estimation de la variance d'une variable de Laplace-Gauss	165
22	L'exhaustivité	167
22.1	Définition	167
22.2	Exemples	167
22.3	Théorème de Rao-Blackwell	168
22.4	Statistique complète	168
22.5	Information de Fisher	169
22.6	Exemple	169
22.7	La condition de Darmais	169
22.8	Inégalité de Frechet-Darmais-Cramer-Rao	170
22.9	Exemple	170
22.10	La distance ou variation de Hellinger entre deux lois	170
22.11	Information de Kullback de p sur Q par rapport à une probabilité ν	171

22.12	La méthode du maximum de vraisemblance	171
-------	--	-----

23	Inférence bayésienne	173
23.1	Estimation ponctuelle bayésienne	175
23.2	Estimateurs Bayésiens	177
23.3	Exemple	177
23.4	Estimateur de Pitman	178

24	les tests en statistique	179
24.1	Définition et exemple	179
24.2	Notions générales sur les tests	180
24.3	La méthode de Neyman et Pearson	181
24.4	Application	182
24.5	Test du χ^2	182
24.6	Un exemple d'utilisation du Khi-deux	183
24.7	Conclusion	186
24.8	Le test d'ajustement de Kolmogorov	186
24.9	Test des variances de Fisher-Snedecor :	190
24.10	Analyse de la variance à un facteur	190
24.11	Test de Wilcoxon	192
24.12	Test de Shapiro-Wilk	193

25	Regression et modèle linéaire	195
25.1	Ajustement linéaire en dimension deux	195
25.2	Exemple	196
25.3	Regression linéaire en dimension p	196

IV Annexe : Tables statistiques 207

A	Table statistique de la distribution normale	209
B	Table statistique de la distribution binomiale $p = \frac{1}{2}$	211
C	Table statistique du χ^2	213
D	Table statistique de Shapiro	217
D.1	Table des coefficients de Shapiro	217
D.2	Table de Shapiro de W	221
E	Table statistique de la loi de Student	223
F	Table statistique de la loi de Fischer	225

V	Mathématiciens du tome I	231
VI	Mathématiciens du tome II	267
	Index	299
	Bibliographie	305

Contenu protégé par copyright

Table des figures

13.1	Loi binomiale	95
15.1	Loi normale	101
25.1	Données	197
25.2	Regression linéaire	198