

Salim Haddadi

Mathématiques pour l'informatique

Licence
Master



Table des matières

	Notations et conventions	11
1	Propositions et quantificateurs logiques	15
1.1	Propositions et connecteurs logiques	15
1.2	Propositions conditionnelles	18
1.3	Équivalence logique	19
1.4	Fonctions propositionnelles et quantificateurs	21
1.5	Exercices	24
2	Arguments et preuves	29
2.1	Arguments logiques	29
2.2	Méthodes de preuve	32
2.3	Exercices	40
3	Ensembles	43
3.1	Ensemble et sous-ensemble	43
3.2	Opérations sur les ensembles	47
3.3	Cardinalité d'un ensemble	51
3.4	Mots, langages et représentation d'un ensemble	51
3.5	Exercices	54

4	Relations	59
4.1	Préliminaires	59
4.2	Relations sur deux ensembles	62
4.3	Relations sur un ensemble	67
4.4	Relation d'équivalence et partition	77
4.5	Relation d'ordre partiel	79
4.6	Application à l'ordonnancement de tâches	85
4.7	Exercices	88
5	Fonctions	93
5.1	Définition et propriétés	93
5.2	Opérations sur les fonctions	96
5.3	Fonctions spéciales	99
5.4	Cardinalité d'un ensemble (revisitée)	101
5.5	Croissance comparée des fonctions	107
5.6	Encadrement d'une fonction	110
5.7	Exercices	111
6	Induction	117
6.1	Principe d'induction	117
6.2	Exemples illustratifs	118
6.3	Induction forte	125
6.4	Exercices	128
7	Coefficients du binôme	133
7.1	Coefficient binomial	133
7.2	Théorème du binôme de Newton	135
7.3	Identités	139
7.4	Triangle de Pascal	142
7.5	Chemins monotones dans une grille	147
7.6	D'autres identités	150
7.7	Coefficients multinomiaux	152
7.8	Exercices	154
8	Suites et séries numériques	157
8.1	Suites	157
8.2	Séries	167
8.3	Exercices	174
9	Sommes	179
9.1	Sommations	179
9.2	Preuve de la validité d'une somme	181

9.3	Recherche de la forme fermée d'une somme	183
9.4	Encadrement et approximation d'une somme	191
9.5	Sommes de séries convergentes	195
9.6	Exercices	198
10	Réurrences	201
10.1	Suites récursivement définies et relations de récurrence	201
10.2	Exemples de relations de récurrence	204
10.3	Solution des relations de récurrence linéaires du 1 ^{er} ordre	209
10.4	Solution des relations de récurrence linéaires du 2 ^e ordre	212
10.5	Solution des récurrences non homogènes du 2 ^e ordre	215
10.6	Solution des récurrences non linéaires	218
10.7	Solution d'un système d'équations de récurrence linéaires	219
10.8	Exercices	220
11	Fonctions génératrices	225
11.1	Propriétés	226
11.2	Étant donnée $\{s_n\}$, déterminer la forme fermée de $g(x)$	229
11.3	Étant donnée $g(x)$, déterminer la forme fermée de $\{s_n\}$	232
11.4	Les fonctions génératrices résolvent les récurrences	233
11.5	Les fonctions génératrices peuvent servir à prouver	237
11.6	Les fonctions génératrices peuvent servir à dénombrer	239
11.7	Fonctions génératrices exponentielles	244
11.8	Fonctions génératrices usuelles	246
11.9	Exercices	247
12	Diviser et conquérir	251
12.1	Principe général	251
12.2	Relation de récurrence	252
12.3	Cas où $f_n = b$	254
12.4	Cas où $f_n = bn$	258
12.5	Cas où $f_n = bn^r$ où $r \geq 2$ et entier	262
12.6	Arbre de récursion	264
12.7	Exercices	268
13	Algorithmes, de la conception à l'analyse	271
13.1	Problème et algorithme	271
13.2	Conception	272
13.3	Analyse d'un algorithme	274
13.4	Conception fondée sur le principe d'induction	280
13.5	Conception fondée sur la bisection récursive	282
13.6	Conception fondée sur l'optimisation récursive	288

13.7	Exercices	294
A	Matrices diagonalisables	303
B	Décomposition de fractions rationnelles	307
C	Trois constantes omniprésentes	311
C.1	Nombre ϕ	312
C.2	Nombre π	313
C.3	Nombre e	316
D	Représentation des nombres entiers	317
E	Graphes – Concepts utiles	321
E.1	Graphes non orientés	321
E.2	Arbres	325
E.3	Graphes orientés	327
F	Différence avant et interpolation polynomiale	329
F.1	Dérivée et différence	329
F.2	Différences avant d'ordre supérieur à 1	331
F.3	Formule de Newton	332
F.4	Interpolation polynomiale	333
G	Analyse combinatoire élémentaire	335
G.1	Principes de comptage	335
G.2	Arrangements et dérangements	337
G.3	Combinaisons	338
	Bibliographie	341
	Index	343