

collection dirigée par Xavier MERLIN

# METHOD'

## mathématiques appliquées

ECG-1 et 2

NOUVEAUX  
PROGRAMMES

240 méthodes

395 exercices corrigés

Hervé GRAS  
Christian LEBOEUF  
Xavier MERLIN



# Table des matières

<b>Chapitre 1. Méthodes de raisonnement et calculs (ECG-1)</b>	<b>1</b>
1 Méthodes de raisonnement . . . . .	1
2 Savoir faire des calculs . . . . .	6
<b>Chapitre 2. Méthodes d'étude des ensembles et des applications (ECG-1)</b>	<b>11</b>
1 Ensembles . . . . .	11
2 Applications, images et antécédents . . . . .	14
3 Image directe et image réciproque . . . . .	15
4 Injection, surjection et bijection . . . . .	17
5 Restriction - Prolongement . . . . .	19
<b>Chapitre 3. Méthodes d'étude des polynômes (ECG-1)</b>	<b>25</b>
1 Méthodes liées à l'algèbre générale . . . . .	26
2 Méthodes liées à l'algèbre linéaire . . . . .	27
3 Méthodes liées à l'analyse . . . . .	27
4 Racines d'un polynôme . . . . .	28
5 Relations coefficients - racines . . . . .	30
6 Nullité d'un polynôme . . . . .	31
<b>Chapitre 4. Méthodes de calcul matriciel (ECG-1)</b>	<b>45</b>
1 Opérations sur les matrices . . . . .	46
2 Calcul de puissances . . . . .	49
<b>Chapitre 5. Pivot de Gauss, rang et inverse d'une matrice (ECG-1)</b>	<b>67</b>
1 Méthode de Gauss . . . . .	67
2 Rang d'une matrice . . . . .	74
3 Généralités sur l'inverse . . . . .	76
4 Détermination de l'inverse . . . . .	77
<b>Chapitre 6. Méthodes générales d'algèbre linéaire (ECG-2)</b>	<b>89</b>
1 Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels . . . . .	89
2 Dépendance linéaire . . . . .	94
3 Applications linéaires . . . . .	99
4 De l'application linéaire à une matrice . . . . .	101
5 Caractéristiques d'une application linéaire . . . . .	102

<b>Chapitre 7. Méthodes de diagonalisation (ECG-2)</b>	<b>117</b>
1 Changement de base . . . . .	117
2 Valeurs propres d'une matrice . . . . .	119
3 Vecteurs propres et sous-espaces propres d'une matrice . . . . .	123
4 Étude pratique de la diagonalisabilité . . . . .	124
5 Cas particuliers importants . . . . .	127
6 La diagonalisation, à quoi ça sert . . . . .	128
7 Exercices « n'ayant rien à voir avec la diagonalisation » . . . . .	130
8 Remarque finale . . . . .	131
<b>Chapitre 8. Méthodes d'étude pratique des suites (ECG-1)</b>	<b>143</b>
1 Monotonie, majoration . . . . .	143
2 Comment montrer qu'une suite est convergente? . . . . .	146
3 Comment déterminer la limite? . . . . .	152
4 Suites définies par récurrence . . . . .	154
5 Suites définies implicitement . . . . .	158
6 Cas de deux suites à étudier simultanément . . . . .	160
7 Comparaison de suites (ECG-2) . . . . .	164
8 Récapitulatif : comment montrer une convergence? . . . . .	166
<b>Chapitre 9. Méthodes d'étude pratique des séries (ECG-2)</b>	<b>173</b>
1 Méthodes dérivées de l'étude des suites . . . . .	174
2 Méthodes propres aux séries . . . . .	175
3 Convergence des séries à termes positifs (ECG-2) . . . . .	175
4 Méthodes pour les séries à termes de signe quelconque . . . . .	179
5 Méthodes pour calculer la somme d'une série . . . . .	179
6 Récapitulatif : séries classiques . . . . .	186
<b>Chapitre 10. Étude des fonctions d'une variable réelle (ECG-1)</b>	<b>193</b>
1 Comment étudier les propriétés générales d'une fonction? . . . . .	193
2 Comment déterminer la limite en un point? . . . . .	195
3 Comment déterminer la continuité d'une fonction? . . . . .	197
4 Comment utiliser la continuité d'une fonction? . . . . .	198
5 Comment prouver la dérivabilité d'une fonction? . . . . .	202
6 Comment utiliser la dérivabilité? . . . . .	206
7 Comment prouver ou utiliser la convexité d'une fonction? . . . . .	207
8 Représentation graphique . . . . .	210
<b>Chapitre 11. Développements limités (ECG-2)</b>	<b>225</b>
1 Développements limités au voisinage de zéro . . . . .	225
2 Méthodes d'obtention des développements limités . . . . .	227
3 À quoi servent les développements limités? . . . . .	228
4 Équivalents et développements limités . . . . .	229
<b>Chapitre 12. Résolution d'équations différentielles (ECG-1)</b>	<b>239</b>
<b>Chapitre 13. Intégrales sur un segment (ECG-1)</b>	<b>251</b>
1 Méthodes de calcul intégral . . . . .	251
2 Méthodes d'étude des intégrales . . . . .	256
3 Méthodes d'étude de suites ou de fonctions définies par des intégrales . . . . .	260

<b>Chapitre 14. Méthodes d'étude des intégrales généralisées (ECG-2)</b>	<b>273</b>
1 Comment montrer qu'une intégrale converge? . . . . .	274
2 Comment faire des calculs sur les intégrales? . . . . .	281
3 Applications aux séries . . . . .	284
<b>Chapitre 15. Méthodes d'étude des fonctions numériques de plusieurs variables (ECG-2)</b>	<b>293</b>
1 Définitions et fonctions de référence . . . . .	293
2 Partie ouverte ou partie fermée . . . . .	294
3 Continuité d'une fonction de deux variables . . . . .	296
4 Méthodes de calcul différentiel . . . . .	296
5 Dérivation au second ordre . . . . .	299
6 Étude des extrema . . . . .	300
<b>Chapitre 16. Statistiques (ECG-1)</b>	<b>313</b>
1 Utilisation de l'informatique . . . . .	313
2 Séries statistiques univariées . . . . .	314
3 Séries statistiques bivariées (ECG-2) . . . . .	320
<b>Chapitre 17. Méthodes d'étude de probabilités (ECG-1)</b>	<b>335</b>
1 Généralités . . . . .	335
2 Les méthodes . . . . .	337
<b>Chapitre 18. Variables aléatoires discrètes (ECG-1)</b>	<b>357</b>
1 Généralités . . . . .	357
2 Méthodes pour déterminer une loi classique . . . . .	358
3 Méthode pour déterminer les autres lois . . . . .	362
4 Détermination des moments d'une variable aléatoire . . . . .	367
5 Méthodes pour résoudre les problèmes de couples (ECG-2) . . . . .	370
6 Covariance d'un couple de variables aléatoires (ECG-2) . . . . .	374
<b>Chapitre 19. Variables aléatoires à densité (ECG-2)</b>	<b>389</b>
1 Généralités . . . . .	389
2 Catalogue de lois classiques . . . . .	392
3 Fonction de variable aléatoire à densité . . . . .	395
<b>Chapitre 20. Convergence et estimations (ECG-2)</b>	<b>403</b>
1 Les inégalités classiques . . . . .	403
2 Comment démontrer une convergence en loi? . . . . .	407
3 Les estimateurs . . . . .	409
4 Les intervalles de confiance . . . . .	412
<b>Chapitre 21. Les graphes</b>	<b>425</b>
1 Introduction à la théorie des graphes (ECG-1) . . . . .	425
2 Chaînes de Markov (ECG-2) . . . . .	429