

Table des matières

I	Logique classique	1
1	Vocabulaire de la Logique classique	1
2	Conjonction et disjonction	2
3	Les quantificateurs existentiel et universel	3
4	L'implication	5
5	Les grands types de raisonnement	7
	Bilan	8
	Exercices	9
II	Généralités sur les fonctions	11
1	Représentation graphique	12
2	Opérations sur les fonctions	15
3	Fonctions particulières	18
4	Un peu de dérivées	21
5	Un peu d'intégrales	27
6	Extensions aux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{C}	30
7	Comment faire une étude une fonction	31
	Bilan	32
	Exercices	34
III	Nombres complexes	37
1	L'ensemble \mathbb{C} et sa structure	38
2	Interprétation géométrique de \mathbb{C}	41
3	Formes trigonométriques d'un complexe non nul	44
4	L'exponentielle complexe	50
5	Équations du second degré dans \mathbb{C}	53
6	Racines n -ièmes d'un nombre complexe	55
7	Les transformations $z \mapsto az + b$	58
	Bilan	59
	Exercices	60
IV	Fonctions usuelles	63
1	Fonction valeur absolue	63
2	Fonctions polynômes	64
3	Fonctions rationnelles	65
4	Exponentielles, logarithmes et puissances	66

5	Fonctions trigonométriques circulaires	71
6	Fonctions trigonométriques hyperboliques	76
	Bilan	80
	Exercices	81
V	Équations différentielles linéaires	83
1	Techniques de calcul des primitives	84
2	EDL1 à coefficients constants	86
3	EDL1 générales	87
4	EDL2 à coefficients constants	94
	Bilan	99
	Exercices	101
VI	Introduction à la théorie des ensembles	105
1	Ensembles et opérations sur les ensembles	106
2	Relations d'équivalence sur un ensemble	112
3	Relations d'ordre sur un ensemble	115
4	Applications entre deux ensembles	116
	Bilan	124
	Exercices	126
VII	Systèmes linéaires	131
1	Systèmes linéaires $n \times p$	132
2	Opérations élémentaires sur les lignes	135
3	Méthode du pivot	136
	Bilan	140
	Exercices	140
VIII	Dénombrement et Arithmétique de \mathbb{Z}	143
1	Propriétés de l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels	144
2	Ensembles finis	148
3	Analyse combinatoire	153
4	Les notions de base de l'Arithmétique dans \mathbb{Z}	160
5	PGCD et PPCM	162
6	Nombres premiers	171
	Bilan	177
	Exercices	179
IX	L'ensemble \mathbb{R} des nombres réels	183
1	Opérations dans \mathbb{R}	184
2	Relation d'ordre dans \mathbb{R}	184
3	Bornes supérieures et bornes inférieures	185
4	Intervalles de \mathbb{R}	188
5	Approximations décimales d'un réel	190
6	Parties denses de \mathbb{R}	192
7	Sommes et produits	193
	Bilan	197
	Exercices	198

X Suites numériques	201
1 Suites de nombres réels	202
2 Limite d'une suite	205
3 Suites arithmétiques et géométriques	209
4 Théorèmes de convergence	211
5 Les suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$	215
6 Suites récurrentes linéaires	217
7 Suites de nombres complexes	219
Bilan	221
Exercices	222
XI Limites et continuité	227
1 Limite d'une fonction en un point	228
2 L'ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ des fonctions continues sur I	235
3 Fonctions à valeurs complexes	242
Bilan	244
Exercices	244
XII Comparaisons asymptotiques	247
1 Prépondérance	248
2 Équivalence	250
3 Domination	252
4 Extension aux fonctions numériques	253
Bilan	258
Exercices	259
XIII Polynômes à une indéterminée	261
1 L'ensemble $\mathbb{K}[X]$	262
2 Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	268
3 Fonctions polynômes	272
4 Polynômes scindés sur \mathbb{K}	278
5 Le polynôme interpolateur de LAGRANGE	283
Bilan	285
Exercices	286
XIV Fractions rationnelles	291
1 Le corps $\mathbb{K}(X)$ des fractions rationnelles	292
2 Fonctions rationnelles	294
3 Décomposition en éléments simples	295
Bilan	297
Exercices	299
XV Structures algébriques	301
1 Lois internes sur un ensemble	302
2 La structure de groupe	305
3 Le groupe symétrique	307
4 Les structures d'anneau et de corps	311
Bilan	316

Exercices	317
XVI Espaces vectoriels	321
1 La structure d'espace vectoriel	322
2 Sous-espaces vectoriels	324
3 Dimension des espaces vectoriels	330
Bilan	342
Exercices	344
XVII Applications linéaires	349
1 Applications linéaires	350
2 Applications linéaires en dimension finie	353
3 Noyau et image d'une application linéaire	355
4 Sous-espaces affines d'un espace vectoriel	361
5 Endomorphismes remarquables	364
Bilan	368
Exercices	370
XVIII Matrices et applications linéaires	373
1 Calcul matriciel	374
2 Matrices carrées	380
3 Matrice d'une application linéaire dans des bases	386
4 Rang d'une matrice	394
5 Application aux systèmes linéaires	396
Bilan	400
Exercices	401
XIX Déterminants	405
1 Formes p -linéaires alternées sur un espace vectoriel	406
2 Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base	410
3 Déterminant d'un endomorphisme	413
4 Déterminant d'une matrice carrée	415
Bilan	423
Exercices	424
XX Calcul différentiel	429
1 Dérivation en un point, fonction dérivée	430
2 Opérations sur les dérivées	432
3 Étude globale des fonctions dérivables	435
4 Développements limités	440
Bilan	450
Exercices	451
XXI Calcul intégral sur un segment	455
1 Fonctions en escalier sur $[a, b]$	456
2 Fonctions continues par morceaux sur $[a, b]$	459
3 Intégrale d'une fonction continue par morceaux	463
4 Lien primitives-intégrale	470

5	Les formules de TAYLOR	474
	Bilan	476
	Exercices	478
XXII Espaces euclidiens		483
1	Produits scalaires sur un \mathbb{R} -espace vectoriel	484
2	Normes et distances euclidiennes	486
3	Orthogonalité	488
4	Automorphismes orthogonaux	498
5	Matrices orthogonales	501
6	Classification des isométries planes	502
	Bilan	506
	Exercices	507
XXIII Séries numériques		511
1	Série associée à une suite	511
2	Séries à termes positifs	515
3	Séries absolument convergentes	519
4	Développement décimal illimité d'un réel	520
	Bilan	523
	Exercices	524
XXIV Probabilités sur un univers fini		527
1	Expériences aléatoires et univers	528
2	Probabilités sur un univers fini	529
3	Probabilités conditionnelles sur un univers fini	532
	Bilan	539
	Exercices	539
XXV Variables aléatoires		543
1	Variables aléatoires sur un univers fini	544
2	Indépendance de variables aléatoires	549
3	Espérance d'une variable aléatoire	552
4	Variance d'une variable aléatoire réelle	555
5	Lois usuelles	560
	Bilan	566
	Exercices	566
A Dérivée de cos et sin		569
B Quelques programmes en PYTHON		571
1	Suites numériques	571
2	Méthode d'EULER pour $y'(t) = f(t, y(t))$	573
3	Résolution de $f(x) = 0$	574
4	Matrices	577
5	Arithmétique	581
6	Polynômes	583
7	Interpolation polynomiale	587

8	Intégration numérique	589
9	Probabilités	591
C	Correction des exercices	595
	Exercices du chapitre I	595
	Exercices du chapitre II	597
	Exercices du chapitre III	602
	Exercices du chapitre IV	606
	Exercices du chapitre V	609
	Exercices du chapitre VI	613
	Exercices du chapitre VII	616
	Exercices du chapitre VIII	618
	Exercices du chapitre IX	624
	Exercices du chapitre X	627
	Exercices du chapitre XI	631
	Exercices du chapitre XII	633
	Exercices du chapitre XIII	636
	Exercices du chapitre XIV	641
	Exercices du chapitre XV	644
	Exercices du chapitre XVI	648
	Exercices du chapitre XVII	652
	Exercices du chapitre XVIII	657
	Exercices du chapitre XIX	662
	Exercices du chapitre XX	668
	Exercices du chapitre XXI	671
	Exercices du chapitre XXII	679
	Exercices du chapitre XXIII	683
	Exercices du chapitre XXIV	687
	Exercices du chapitre XXV	691
	Bibliographie	695
	Index	697