

Table des matières

Chapitre 1. Ensembles, nombres et fonctions

1. Langage et notations pour utiliser les ensembles	1
2. Les nombres	3
3. Les fonctions	12
Transformation et itération	15
Changement de référentiel	24
Groupes de transformations	27
Exercices	30

Chapitre 2. Nombres complexes et polynômes

1. Les nombres complexes	35
2. Fonctions polynômes	43
Exercices	53

Chapitre 3. Dénombrement, permutations, graphes

1. Ensembles finis	57
Des dénombrements utiles	60
Probabilité binomiale et loi des grands nombres	67
Espérance et variance d'une variable aléatoire discrète	69
2. Permutations	70
3. Graphes	78
Arbre de recouvrement de poids minimal	80
Chemin de poids minimum d'un sommet à un autre	83
Le problème du flot maximum	86
Exercices	96

Chapitre 4. Équations linéaires et vecteurs

1. Vecteurs et combinaisons linéaires	101
2. Résolution des équations linéaires	107
3. Dimension d'un sous-espace vectoriel	115
4. Un exemple d'application	122
Exercices	125

Chapitre 5. Matrices et déterminants

1. Matrices	129
Matrices et systèmes linéaires	136
Le groupe affine	140
Exemple d'application : un intégrateur numérique	141
2. Déterminants	144
Polynôme caractéristique d'une matrice carrée	151
Applications des déterminants	153
Exercices	156

Chapitre 6. Espaces vectoriels et applications linéaires

1. Espaces vectoriels	161
2. Applications linéaires	167
3. Diagonalisation	173
4. Trigonalisation	179
5. Applications	182
Étude d'itérations linéaires	184
Suite de transitions probabilistes	188
Itérations affines commandables	190
Exercices	194

Chapitre 7. Espace hermitien, espace euclidien

1. Produit hermitien et produit scalaire	199
Sous-espace orthogonaux et projections	208
Une application : la méthode des moindres carrés	211
2. Matrices unitaires, matrices hermitiennes	213
3. Géométrie euclidienne	221
4. Application à l'analyse de données	229
Exercices	236

Chapitre 8. Des méthodes numériques

1. Norme et conditionnement d'une matrice	241
2. Résolution d'équations linéaires	246
Factorisation LU	246
Méthode de relaxation	248
3. Calcul de valeurs propres	255
Exercices	258

Chapitre 9. Limites, dérivées, intégrales

1. Rappels sur les limites	261
2. Ordres de grandeur	264
3. La dérivée	271
Comportement d'une fonction au voisinage d'un point	273
La différentielle	278
4. Fonctions continues	281
5. L'intégrale	284
Exercices	292

Chapitre 10. Utilisation de la dérivée et de l'intégrale

1. Étude des variations d'une fonction	297
2. Développements limités	300
3. Résolution d'équations par la méthode de Newton	307
4. Courbes paramétrées	310
Tangente, longueur, courbure	311
5. Calcul de primitives	317
6. Intégrales généralisées	323
7. Application aux probabilités	328
La loi normale	331
Exercices	337

Chapitre 11. Interpolation, calcul numérique d'intégrales

1. Interpolation polynomiale	343
Les polynômes de Lagrange	343
Interpolation par des fonctions splines	350
2. Calcul numérique d'intégrales	354
Exercices	357

Chapitre 12. Fonctions de plusieurs variables

1. Présentation	359
2. Normes et distances dans \mathbb{R}^n	360
3. Dérivées partielles	362
4. Extremum local	373
Méthode du gradient	376
5. Extremum sous contraintes	377
Une application statistique : le krigeage	381
6. Intégrales à paramètre	386
7. Linéarisation locale d'une transformation	388
Exercices	392

Chapitre 13. Intégrales multiples

1. Notion d'intégrale multiple et méthode de calcul	397
2. Application aux probabilités	406
3. Produit de convolution	409
Exercices	411

Chapitre 14. Champ de vecteurs, formes différentielles

1. Champ de vecteurs	415
Champ de gradient	416
Rotationnel	418
Intégrale curviligne	423
2. Formule de Stokes	425
Applications	433
Exercices	437

Chapitre 15. Équations différentielles

1. Équations différentielles du premier ordre	440
Équations différentielles linéaires	443
Équations différentielles à variables séparées	446
2. Équations différentielles linéaires d'ordre 2	450
3. L'équation de Newton	460
4. Introduction au calcul des variations	466
Exercices	472

Chapitre 16. Systèmes différentiels

1. Systèmes différentiels linéaires	478
2. Système différentiel linéaire contrôlé	494
Commandabilité	495
Introduction au rétro-contrôle	496
3. Systèmes différentiels généraux	499
Linéarisation autour d'un équilibre	503
Fonction de Liapounov	507
Systèmes hamiltoniens	509
4. Dépendance par rapport à la condition initiale	511
5. Un exemple de prévision en épidémiologie	512
6. Étude du moteur électrique	514
7. Une méthode de résolution numérique	518
Exercices	521

Chapitre 17. Séries, séries entières, séries de Fourier	
1. Séries numériques	527
2. Séries entières	533
Calculs de solutions d'équations différentielles	541
Un exemple de fonction génératrice	547
3. Décomposition de Fourier	548
4. Ondelettes de Haar	562
Application à la compression d'images	567
Exercices	569
Annexes	577
1. Fonction de Gauss	577
2. Fonctions de Bessel	577
3. Analyse de données	578
Index d'Algèbre	581
Index d'Analyse	585