

PRÉFACE

Il était une fois une ligne droite et raisonnable qui était follement amoureuse d'un point. « Tu es le commencement et la fin, le principe, le centre et la quintessence », lui disait-elle tendrement, mais le frivole point n'était pas du tout intéressé, car il n'avait d'yeux que pour un gribouillis négligé et embrouillé qui avait toujours l'air de ne penser à rien. Tous les rêves de la romantique droite restaient vains, jusqu'à ce qu'elle découvre... les angles! Maintenant, avec ce nouveau moyen d'expression, elle pouvait être tout ce qu'elle désirait – un carré, un triangle, un parallélogramme... Et ce n'était que le début⁽¹⁾!
— Norton Juster (*Le Point et la Ligne : une aventure en mathématiques élémentaires*, 2016 [1963])

Je suis d'avis aujourd'hui que l'analyse mathématique n'est pas une des nombreuses façons de faire de la théorie économique : c'est la seule. La théorie économique est l'analyse mathématique. Tout le reste n'est que cinéma et bavardage.
— R. E. Lucas, Jr. (2001)

Objectif

L'économie moderne que les étudiants doivent maîtriser impose des exigences mathématiques importantes. C'est vrai même dans les domaines moins techniques ou plus appliqués comme la finance publique, l'économie industrielle, l'économie du travail, entre autres. Les ouvrages les plus pertinents supposent en effet que le lecteur connaisse les principaux outils mathématiques et en particulier les fonctions d'une ou de plusieurs variables ainsi que les bases de la théorie de l'optimisation avec ou sans contraintes. L'algèbre linéaire intervient également dans une certaine mesure en économie, et plus encore en économétrie.

Par conséquent, le but de *Mathématiques pour l'économie* est d'aider les étudiants de cette discipline à acquérir un bagage mathématique suffisant pour accéder aux ouvrages de premier cycle qui le requièrent. Cela inclut aussi ce dont certains étudiants auront besoin pour mener à bien un projet de recherche ou une thèse de doctorat.

Comme le titre l'indique, il s'agit d'un livre de *mathématiques*, dont la matière a donc été disposée en vue d'un apprentissage progressif de notions mathématiques. Cela dit, nous mettons souvent l'accent sur les applications économiques. Celles-ci contribuent non seulement à justifier la nécessité de certaines notions mathématiques, mais aussi à faire acquérir par les futurs économistes des intuitions qui se renforcent mutuellement dans les deux disciplines. La liste des exemples cités au début de l'ouvrage atteste du grand nombre de notions et de sujets d'économie abordés.

Nous tenons à préciser cependant que ce livre n'est pas un livre d'économie, ni même d'économie mathématique. Les étudiants seront formés spécifiquement à l'économie par d'autres cours basés sur d'autres manuels. Nous serons satisfaits si, une fois maîtres des outils mathématiques que présente ce livre-ci, ils peuvent se concentrer sur l'économie.

⁽¹⁾ Norton Juster, *Le Point et la ligne*, Ypsilon, 2016. Traduction d'Étienne Dobenesque, adaptée pour les besoins de l'ouvrage par Claire Cadet.

Compléments en ligne

Le livre propose des exercices de fin de section ainsi qu'un grand nombre d'exercices récapitulatifs à la fin de chaque chapitre. Les corrigés de la plupart des exercices sont disponibles sur l'espace e-learning MyLab ainsi que sur le site www.pearson.fr, certains étant assortis des principales étapes de résolution. On trouve également sur le site une annexe sur les fonctions trigonométriques et les nombres complexes.

Prérequis

L'expérience nous apprend qu'il est extrêmement difficile de juger à quel niveau doit commencer un livre comme celui-ci⁽²⁾.

De nos jours, les étudiants qui entament des études supérieures dans le domaine de l'économie présentent des profils très variés de formations en mathématiques. Cette variété s'étend d'une très fragile maîtrise de l'algèbre élémentaire à une réelle aisance en analyse des fonctions à une variable. D'ailleurs, pour certains, cette formation remonte à plusieurs années. Par conséquent, vu que l'importance des mathématiques ne fait que croître au regard des études spécialisées en économie, nous nous sentons obligés de partir de notions raisonnablement élémentaires. Nous visons à donner à ceux dont le bagage mathématique est le plus faible une chance de démarrer, et même d'acquérir une certaine confiance en résolvant par eux-mêmes des exercices faciles.

Il est assez probable que les élèves les plus faibles tireront un grand profit de travailler les chapitres plus élémentaires du début, même si ceux-ci ne font éventuellement pas partie du cours proprement dit.

Quant aux sujets économiques, les étudiants qui ont déjà une connaissance basique en économie devraient les trouver assez faciles à comprendre. Néanmoins, ce livre a souvent été utilisé pour enseigner des mathématiques à des étudiants justement en train d'aborder au même moment leurs premières notions d'économie. Et nous ne voyons pas pourquoi cette matière ne pourrait pas être maîtrisée par des étudiants intéressés par l'économie avant même d'aborder cette discipline dans un cours universitaire spécifique.

Les sujets abordés

Après les trois premiers chapitres consacrés à diverses notions préliminaires, les chapitres 4 à 8 présentent les fonctions d'une variable et le calcul différentiel afférent. Le chapitre 9 est consacré à l'intégration. Viennent ensuite au chapitre 10 les notions de taux d'intérêt et de valeur actuelle. Là sans doute pourrait s'arrêter un premier cours. Les étudiants qui ont déjà une base solide en analyse à une seule variable n'auront qu'à passer assez rapidement sur certains sujets comme l'élasticité et les conditions d'optimisation globale, qui ne sont généralement pas couverts par des cours d'analyse classique.

⁽²⁾ Dans un test récent auquel ont participé 120 étudiants désireux de suivre un cours d'économie élémentaire, on a compté 35 réponses différentes à la question qui demandait de développer $(a + 2b)^2$.

Nous nous sommes déjà prononcés sur l'importance pour de futurs économistes de l'analyse à plusieurs variables (chapitres 11 et 12), de la théorie de l'optimisation avec ou sans contraintes (chapitres 13 et 14), ainsi que de l'algèbre matricielle et des déterminants (chapitres 15 et 16). Ces six chapitres représentent en quelque sorte le cœur du livre, sur lequel les étudiants qui ont une bonne base de l'analyse à une seule variable pourront sans doute se concentrer. En outre, plusieurs enseignants qui ont utilisé les précédentes éditions ont déclaré apprécier de pouvoir enseigner la théorie des programmes linéaires couverte par le chapitre 17.

L'ordre des chapitres est logique, chacun étant construit sur ce qui précède. Une exception toutefois, les chapitres 15 et 16 sur l'algèbre linéaire, ainsi que le chapitre 17 sur les programmes linéaires peuvent trouver place n'importe où après le chapitre 3. Certains professeurs préfèrent en effet présenter les concepts d'algèbre linéaire avant l'analyse à plusieurs variables ou les programmes linéaires avant l'optimisation à plusieurs variables avec contraintes sous forme d'inégalités.

Répondre à diverses exigences

Les étudiants les moins ambitieux peuvent se contenter d'apprendre les concepts clés et les techniques contenus dans chaque chapitre. Ceux-ci sont souvent mis en exergue par des encadrés ou des barres verticales dans la marge. Les exercices jouent un rôle essentiel dans le processus d'apprentissage et les plus faciles devraient certainement être tentés. Ces bases devraient fournir aux étudiants suffisamment de connaissances en mathématiques pour qu'ils comprennent la majeure partie de la théorie économique indispensable dans les travaux appliqués au niveau du premier cycle avancé.

Les étudiants, soit plus ambitieux, soit dirigés par des enseignants plus exigeants, peuvent se lancer dans les exercices plus difficiles. Ils peuvent même étudier les sections écrites en plus petits caractères. Celles-ci sont là pour encourager les étudiants à se demander pourquoi un résultat est vrai ou pourquoi un problème doit être traité d'une manière particulière. Tant mieux si quelques lecteurs, grâce à ces parties du livre, entrent un peu plus profondément dans les mathématiques.

Les étudiants qui envisagent d'entreprendre des études de troisième cycle en économie ou toute autre discipline annexe auront besoin sur certains sujets d'explications plus complètes que celles que nous avons pu fournir ici. À certaines occasions, nous avons donc pris la liberté de renvoyer à notre ouvrage plus avancé *Further Mathematics for Economic Analysis* (souvent abrégé en FMEA). Il a été écrit conjointement avec notre collègue Atle Seierstad à Oslo. En particulier, FMEA propose un traitement complet de sujets comme les conditions d'optimisation du second ordre, la concavité et la convexité des fonctions de plus de deux variables, sujets que nous avons estimés au-delà de ce qui est essentiel aux étudiants en économie.

Remerciements

Au fil des années, nous avons reçu des encouragements de tant de collègues, enseignants et étudiants qu'il est impossible de tous les mentionner.

L'aide de Cristina Maria Igreja a été particulièrement précieuse pour la conversion des fichiers de plain T_EX à L^AT_EX entre la 4^e et la 5^e édition. Nous remercions également nos éditeurs efficaces, Kate Brewin puis Caitlin Lisle de Pearson Education, mais aussi Carole Drummond, Helen MacFadyen et les autres membres associés à l'équipe éditoriale de Pearson pour avoir facilité le processus de transformation de nos fichiers L^AT_EX imparfaits en un livre agréable à lire pour le lecteur.

D'un point de vue académique, nous voudrions remercier en particulier le Pr Dr Fred Böker de l'université de Göttingen. Pour avoir non seulement traduit plusieurs éditions précédentes en allemand, mais aussi pour son sens du détail mathématique. Ses suggestions, souvent à l'instigation du Dr Egle Tafenau, se sont révélées précieuses. Nous leur en sommes très reconnaissants.

À tous ceux-ci et aux nombreuses personnes et institutions anonymes qui ont rendu cette publication possible, sans oublier ceux dont les commentaires sur les éditions précédentes nous ont été transmis par l'éditeur, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude. Nous espérons que tous ceux qui nous ont apporté leur contribution trouveront l'ouvrage produit d'une grande utilité pour leurs étudiants. C'est tout ce qui compte finalement, vous en conviendrez certainement.

Andrés Carvajal, Peter Hammond et Arne Strøm

Davis, Coventry et Oslo, février 2016

Remerciements de la traductrice

En tant que traductrice de la version française de cet ouvrage, je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à Anna Hurwic de Pearson France pour l'étroite collaboration et le suivi qui ont mené cette entreprise à bonne fin. Quelques aménagements mathématiquement justifiés ont été apportés çà et là à la version originale, grâce aussi aux remarques judicieuses du professeur Isabelle Pays chargée de la relecture et assistée de Claire Balthasart et Sabine Maron. Qu'elles en soient sincèrement remerciées.

Micheline Citta-Vanthemsche