

# PRÉFACE

*Il était une fois une ligne droite et raisonnable qui était follement amoureuse d'un point. « Tu es le commencement et la fin, le principe, le centre et la quintessence », lui disait-elle tendrement, mais le frivole point n'était pas du tout intéressé, car il n'avait d'yeux que pour un gribouillis négligé et embrouillé qui avait toujours l'air de ne penser à rien. Tous les rêves de la romantique de la droite restaient vains, jusqu'à ce qu'elle découvre... les angles! Maintenant, avec ce nouveau moyen d'expression, elle pouvait être tout ce qu'elle désirait – un carré, un triangle, un parallélogramme... Et ce n'était que le début<sup>(1)</sup>!*  
— Norton Juster (*Le Point et la Ligne : une aventure en mathématiques élémentaires*, 2016 [1963])

*Je suis d'avis aujourd'hui que l'analyse mathématique n'est pas une des nombreuses façons de faire de la théorie économique : c'est la seule. La théorie économique est l'analyse mathématique. Tout le reste n'est que cinéma et bavardage.*  
— R. E. Lucas, Jr. (2001)

## Objectif

L'économie moderne que les étudiants doivent maîtriser impose des exigences mathématiques importantes. C'est vrai même dans les domaines moins techniques ou plus appliqués comme la finance publique, l'économie industrielle, l'économie du travail, entre autres. Les ouvrages les plus pertinents supposent en effet que le lecteur ou la lectrice connaisse les principaux outils mathématiques et en particulier les fonctions d'une ou de plusieurs variables ainsi que les bases de la théorie de l'optimisation avec ou sans contraintes. L'algèbre linéaire intervient également dans une certaine mesure en économie et, plus encore, en économétrie.

Par conséquent, le but de *Mathématiques pour l'économie* est d'aider les étudiants de cette discipline à acquérir un bagage mathématique suffisant pour accéder aux ouvrages de premier cycle qui le requièrent. Cela inclut aussi ce dont certains étudiants auront besoin pour mener à bien un projet de recherche ou une thèse de doctorat.

Comme le titre l'indique, il s'agit d'un livre de *mathématiques*, dont la matière a donc été disposée en vue d'un apprentissage progressif de notions mathématiques. Cela dit, nous mettons souvent l'accent sur les applications économiques. Celles-ci contribuent non seulement à justifier la nécessité de certaines notions mathématiques, mais aussi à faire acquérir par les futurs économistes des intuitions qui se renforcent mutuellement dans les deux disciplines. Nous tentons donc d'aborder une grande diversité de notions et de sujets d'économie.

Nous tenons à préciser cependant que ce livre n'est pas un livre d'économie, ni même d'économie mathématique. Pour apprendre méthodiquement l'économie, les étudiants devront se tourner vers d'autres cours basés sur d'autres manuels. Nous serons satisfaits si, une fois maîtres des outils mathématiques que présente ce livre-ci, ils peuvent se concentrer sur l'économie.

<sup>(1)</sup> Norton Juster, *Le Point et la ligne*, Ypsilon, 2016. Traduction d'Étienne Dobenesque, adaptée pour les besoins de l'ouvrage par Claire Cadet.

## Compléments en ligne

Le livre propose des exercices de fin de section ainsi qu'un grand nombre d'exercices récapitulatifs à la fin de chaque chapitre. Des activités supplémentaires ainsi que la version numérique de l'ouvrage sont disponibles sur la plateforme en ligne Mathématiques pour l'économie.

## Prérequis

L'expérience nous apprend qu'il est extrêmement difficile de juger à quel niveau doit commencer un livre comme celui-ci<sup>(2)</sup>.

De nos jours, les étudiants qui entament des études supérieures dans le domaine de l'économie présentent des profils très variés de formations en mathématiques. Cette variété s'étend d'une très fragile maîtrise de l'algèbre élémentaire à une réelle aisance en analyse des fonctions à une variable. D'ailleurs, pour certains, cette formation peut remonter à plusieurs années. Par conséquent, vu que l'importance des mathématiques ne fait que croître au regard des études spécialisées en économie, nous nous sentons obligés de partir de notions raisonnablement élémentaires. Nous visons à donner à ceux dont le bagage mathématique est le plus faible une chance de démarrer, et même d'acquérir une certaine confiance en résolvant par eux-mêmes des exercices faciles.

Il est assez probable que les élèves les plus faibles tireront un grand profit de travailler les chapitres plus élémentaires du début, même si ceux-ci ne font éventuellement pas partie du cours proprement dit.

Quant aux sujets économiques, les étudiants qui ont déjà une connaissance basique en économie devraient les trouver assez faciles à comprendre. Néanmoins, ce livre a souvent été utilisé pour enseigner des mathématiques à des étudiants justement en train d'aborder au même moment leurs premières notions d'économie. Et nous ne voyons pas pourquoi cette matière ne pourrait pas être maîtrisée par des étudiants intéressés par l'économie avant même d'aborder cette discipline dans un cours universitaire spécifique.

## Les sujets abordés

Les trois premiers chapitres sont consacrés à diverses notions préliminaires. Les chapitres 4 à 7 présentent, selon un traitement assez classique, les fonctions d'une seule variable et le calcul différentiel afférent. Le chapitre 8 est entièrement consacré aux fonctions concaves et convexes et le chapitre 9 introduit l'optimisation. Le chapitre 10 traite de la notion d'intégration et le chapitre 11 présente quelques modèles financiers de base ainsi que les équations aux différences et différentielles. Ces chapitres constituent les fondements d'un cours de mathématiques appliquées à l'économie. Les étudiants qui ont déjà une base solide en analyse des fonctions d'une variable pourront sans doute les parcourir rapidement, en s'arrêtant plus longuement sur certains sujets, comme l'élasticité et les conditions d'optimisation globale, qui sont rarement couverts en entier par les cours classiques d'analyse.

<sup>(2)</sup> Dans un test récent auquel ont participé 120 étudiants désireux de suivre un cours d'économie élémentaire, on a compté 35 réponses différentes à la question qui demandait de développer  $(a + 2b)^2$ .

Nous avons déjà évoqué l'importance, pour les étudiants en économie, de l'algèbre des matrices et des déterminants (chapitres 12 et 13) et de l'analyse des fonctions de plusieurs variables (chapitres 14 à 16). Les chapitres 17 à 20 sont consacrés à la théorie de l'optimisation avec ou sans contraintes. Ces neuf derniers chapitres constituent en quelque sorte le cœur de cet ouvrage. Les étudiants déjà à l'aise en analyse des fonctions à une seule variable pourront sans doute se permettre de lui consacrer la majeure partie de leurs efforts.

## Répondre à diverses exigences

Les étudiants les moins ambitieux peuvent se contenter d'apprendre les concepts clés et les techniques contenus dans chaque chapitre. Ceux-ci sont souvent mis en exergue par des encadrés. Les exercices jouent un rôle essentiel dans le processus d'apprentissage et les plus faciles ont un intérêt certain à être tentés. Ces bases devraient fournir aux étudiants suffisamment de connaissances en mathématiques pour comprendre la majeure partie de la théorie économique indispensable dans les travaux appliqués au niveau du premier cycle avancé.

Les étudiants plus ambitieux ou encadrés par des enseignants plus exigeants peuvent se lancer dans les exercices plus difficiles. Ils ont aussi la possibilité d'étudier les passages plus techniques qui encouragent les étudiants à se demander pourquoi un résultat est vrai ou pourquoi un problème doit être traité d'une manière particulière. Tant mieux si quelques lecteurs ou lectrices, grâce à ces parties du livre, approfondissent encore un peu plus leur compréhension des mathématiques.

Les étudiants qui envisagent d'entreprendre des études de troisième cycle en économie ou toute autre discipline annexe auront besoin sur certains sujets d'explications plus complètes que celles que nous avons pu fournir ici. À certaines occasions, nous avons donc pris la liberté de renvoyer à notre ouvrage plus avancé *Further Mathematics for Economic Analysis* (souvent abrégé en *FMEA*). Il a été écrit conjointement avec notre collègue Atle Seierstad à Oslo. En particulier, *FMEA* propose un traitement complet de sujets comme les systèmes d'équations aux différences et d'équations différentielles, de même que l'optimisation dynamique, questions que nous avons estimées au-delà de ce qui est vraiment essentiel aux étudiants en économie.

## Remerciements

Au fil des années, nous avons reçu des encouragements de tant de collègues, enseignants et étudiants qu'il est impossible de tous les mentionner.

Andrés Carvajal est redevable à Yiqian Zhao et Xinhui Yang pour leur incroyable travail de révision du contenu de cette édition, au professeur Janine Wilson pour l'avoir encouragé dans l'idée que, plus il y aurait d'applications à l'économie, meilleure serait l'explication mathématique, au professeur Jim Wiseman pour ses retours sur la précédente édition et pour avoir proposé des améliorations, aux étudiants de UC Davis qui ont patiemment passé en revue chacun des chapitres à la recherche d'erreurs et se sont assurés que l'ensemble est correct : Xinghe Bai, Veronica Contreras, Nathan Gee, Anjali Khalasi, Yannan Li, Daniel Scates, Kelly Stangl et Yiping Su.

Comme dans la précédente édition de ce livre, nous sommes ravis de remercier nos contacts chez Pearson pour leurs encouragements et l'aide qu'ils nous ont apportée. Pour cette sixième édition, cela inclut Catherine Yates et Melanie Carter. Nous avons aussi été très heureux de travailler avec Vivek Khandelwal de SPIGlobal, en charge de la mise en page, et Lou Attwood de SpacedEns Editorial Services, qui nous a assistés dans la relecture. Tous ont été d'une grande aide et ont pris soin de répondre à nos nombreux mails avec gentillesse et encouragements tout en s'assurant que cette nouvelle édition soit imprimée dans les délais impartis.

D'un point de vue académique, nous voudrions remercier en particulier le professeur Fred Böker de l'université de Göttingen. Pour avoir non seulement traduit plusieurs éditions précédentes en allemand, mais aussi pour son sens du détail mathématique. Ses suggestions, souvent à l'instigation du docteur Egle Tafenau, se sont révélées précieuses. Nous leur en sommes très reconnaissants.

Nous sommes également reconnaissants à Kenneth Judd de la Hoover Institution à Stanford pour avoir fait l'effort de nous convaincre de suivre la pratique générale qui consiste à ajouter le nom de William Karush à ceux de Harold Kuhn et d'Albert Tucker aux « conditions KKT » présentées au chapitre 20 pour la résolution des problèmes de programmation non linéaire avec contraintes d'inégalité.

Merci également au docteur Maura Bambi de l'université de Durham pour avoir créé des questions pour MyLab Maths et au professeur Carsten Berthram Haahr Andersen de l'université de Aarhus au Danemark pour ses retours sur MyLab.

À tous ceux-ci et aux nombreuses personnes et institutions anonymes qui ont rendu cette publication possible, sans oublier ceux dont les commentaires sur les éditions précédentes nous ont été transmis par l'éditeur, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude. Nous espérons que tous ceux qui nous ont apporté leur contribution trouveront l'ouvrage produit d'une grande utilité pour leurs étudiants. C'est tout ce qui compte finalement, vous en conviendrez certainement.

*Andrés Carvajal, Peter Hammond et Arne Strøm*

Davis, Coventry et Oslo, janvier 2021