

Le Grand Livre 2015 des Tests d'aptitude et psychotechniques

avec méthodes détaillées

Bernard Myers
Benoît Priet
Dominique Souder

DUNOD

Maquette intérieure : SG Création

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2013, 2014, 2015

5 rue Laromiguière, 75005 Paris

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-072096-5

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos	XIII
Pour bien utiliser cet ouvrage	XIV
Quels chapitres pour votre concours	1
PARTIE 1 \ Aptitudes numériques	1
Chapitre 1 \ Conseils méthodologiques	5
1 Comment s'organiser de façon à avoir le moins de travail possible pour aboutir au résultat d'un calcul...	5
2 QCM : comment être performant	6
3 Apprivoisez une nouveauté : l'apparition de mini-problèmes dans les concours récents !	8
<i>Entraînement</i>	10
<i>Corrigés</i>	11
Chapitre 2 \ Nombres relatifs	12
1 Comparer deux nombres relatifs	12
2 Additionner les nombres relatifs	13
3 Différence de deux nombres relatifs	13
4 Écriture simplifiée des relatifs	13
5 Effectuer une suite de calculs avec des nombres relatifs	13
6 Multiplication de deux nombres relatifs	14
7 Multiplication de plusieurs nombres relatifs	14
8 Division de deux nombres négatifs	15
9 Priorités	15
10 Conduire un calcul...	15
<i>Entraînement</i>	16
<i>Corrigés</i>	17
Chapitre 3 \ Calculs, priorités et estimations	20
1 Priorités	20
2 Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction	21

3	Parentèses emboîtées	21
4	Nombres en écriture fractionnaire	21
5	Produit de deux fractions	22
6	Somme et différence de deux fractions	22
7	Quotients de nombres en écritures fractionnaires	23
8	Conventions	24
9	Propriétés de la multiplication	24
10	Addition et parenthèses	24
11	Soustraction et parenthèses	24
12	Division euclidienne	25
13	Les moyennes	25
	<i>Entraînement</i>	28
	<i>Corrigés</i>	30
Chapitre 4	Puissances	34
1	Notations	34
2	Produits et quotients de puissances	34
3	Puissances de puissances	35
4	Règles de priorité	35
5	Cas particulier des puissances de dix	35
6	Notation scientifique	35
7	Il est facile de ranger des nombres en comparant leurs notations scientifiques	36
8	Conduire un calcul avec des puissances de dix	36
	<i>Entraînement</i>	37
	<i>Corrigés</i>	38
Chapitre 5	Racines	40
1	Racine carrée d'un nombre positif	40
2	Opérations sur les racines carrées	41
3	Comparaisons de nombres positifs s'écrivant avec des racines carrées	41
	<i>Entraînement</i>	42
	<i>Corrigés</i>	43
Chapitre 6	Pourcentages	45
1	Appliquer un taux de pourcentage $p\%$ à un nombre x	45

2	Calculer un taux de pourcentage	45
3	Augmenter un nombre de $x\%$	46
4	Diminuer un nombre de $x\%$	46
5	Retrouver la valeur initiale après application d'un pourcentage	46
6	Composer (enchaîner) des pourcentages	47
7	Quelques situations qu'on pourrait traiter par un calcul mental	47
	<i>Entraînement</i>	48
	<i>Corrigés</i>	49
Chapitre 7	Règle de trois, proportionnalité	51
1	Grandeurs proportionnelles	51
2	Tableau de proportionnalité	52
3	Diverses façons de compléter un tableau de proportionnalité...	52
4	Comment s'assurer qu'il y a proportionnalité si on connaît diverses valeurs de deux grandeurs ?	54
5	Partages proportionnels	54
6	Échelle	55
7	Utiliser une échelle pour calculer une dimension	55
8	Calculer une échelle	56
9	Réduction et agrandissement	56
	<i>Entraînement</i>	57
	<i>Corrigés</i>	59
Chapitre 8	Grandeurs. Conversions. Mélanges	62
1	Comment calculer une distance ?	63
2	Comment calculer une durée ?	63
3	Comment calculer une vitesse ?	63
4	Utilisation d'un tableau de proportionnalité	63
5	Unités usuelles de longueur	64
6	Unités d'aire	64
7	Unités de volume	65
8	Unités de temps	67
9	Unités de vitesse	68
10	Convertir des unités de vitesse	68
11	Grandeurs composées	68
12	Concentration d'une solution	69
13	Dilution	69

14	Mélanges	70
	<i>Entraînement</i>	73
	<i>Corrigés</i>	79
Chapitre 9	Calcul mental rapide	86
1	Multiplications et divisions	86
2	Les carrés, cubes et racines carrées	88
3	Additions et soustractions	89
4	Les fractions	90
5	Pourcentages	90
6	Critères de divisibilité	90
7	Les ordres de grandeur	91
8	Situations de proportionnalité	91
9	Résolutions d'équations littérales	92
	<i>Entraînement</i>	92
	<i>Corrigés</i>	96
Chapitre 10	Équations	103
1	Comment résoudre une équation ?	104
2	Comment mettre en équation un problème pour pouvoir le résoudre ?	104
3	Équations-produits	105
4	Systèmes de deux équations à deux inconnues	105
	<i>Entraînement</i>	107
	<i>Corrigés</i>	109
Chapitre 11	Dénombrements	111
1	Les piquets et les intervalles	111
2	Les restes possibles dans une division	111
3	La course	112
4	Le tiercé	112
5	Toujours le tiercé	112
6	Le QCM	113
7	Les gants	113
8	Les diviseurs	113
9	Les poignées de mains	114
10	La somme des n premiers nombres entiers	114

11	Les quotients dont l'écriture est illimitée périodique	114
12	Les tableaux à double entrée	115
	<i>Entraînement</i>	116
	<i>Corrigés</i>	117
Chapitre 12	Aires	120
1	Pour déterminer l'aire d'une figure, on peut :	120
2	Aire totale d'un solide	120
	<i>Entraînement</i>	122
	<i>Corrigés</i>	124
Chapitre 13	Volumes	127
	<i>Entraînement</i>	129
	<i>Corrigés</i>	131
PARTIE 2	Aptitudes logiques	135
Chapitre 14	Les séries graphiques	137
1	Aptitudes logiques	135
2	Les déplacements	137
3	Les transformations	141
4	Les séries mixtes	142
5	Du bon usage des propositions	143
	<i>Entraînement</i>	145
	<i>Corrigés</i>	149
Chapitre 15	Les séries numériques et alphabétiques	152
1	Les séries numériques	152
2	Les séries alphabétiques	154
3	Les séries alphanumériques	154
	<i>Entraînement</i>	155
	<i>Corrigés</i>	156
Chapitre 16	Les matrices	159
1	Les déplacements	159
2	Les transformations	160
3	Les répartitions	160
4	Les superpositions	161

	<i>Entraînement</i>	163
	<i>Corrigés</i>	166
Chapitre 17	Les carrés logiques	168
1	Présentation	168
2	Notation	169
3	Raisonnement	170
4	Les carrés de symboles	175
5	Les carrés de mots	175
6	Variantes	176
7	Master mots	177
8	Les carrés avec choix de solution	178
	<i>Entraînement</i>	180
	<i>Corrigés</i>	186
Chapitre 18	Les dominos	188
1	Les séries	188
2	Les répartitions	191
3	Les opérations	192
4	Les exercices avec choix de solutions	193
	<i>Entraînement</i>	195
	<i>Corrigés</i>	199
Chapitre 19	Les cartes à jouer	202
1	Les séries	202
2	Les matrices	203
3	Les opérations	203
	<i>Entraînement</i>	204
	<i>Corrigés</i>	206
Chapitre 20	Les ensembles et les intrus	207
1	Les intrus	208
2	Intégrer un ensemble	209
3	Compléter un ensemble	209
	<i>Entraînement</i>	211
	<i>Corrigés</i>	212

Chapitre 21 \	Logique numérique	214
1	Les schémas à compléter	214
2	Autres présentations	216
3	Les opérations codées	217
	<i>Entraînement</i>	222
	<i>Corrigés</i>	224
Chapitre 22 \	Les tests d'attention	226
1	Questions sur un texte	226
2	Variante	227
3	Questions sur symboles ou dessins	228
	<i>Entraînement</i>	229
	<i>Corrigés</i>	234
Chapitre 23 \	Les tests d'organisation	236
1	Les plannings	236
2	Les logigrammes	240
	<i>Entraînement</i>	243
	<i>Corrigés</i>	246
Chapitre 24 \	Imprévus	248
1	Les cases à noircir (plateaux repas)	248
2	Orientation (Les boussoles)	250
3	Les opérateurs	250
4	Les tableaux codés	251
5	Les grilles logiques	254
6	Chiffres romains	255
7	Les positions logiques	256
8	Les analogies visuelles	257
9	Les catégories graphiques	258
10	Spatialisation	260
11	Les rotations	260
12	Les symétries	261
13	Les surfaces à compter	261
14	Les volumes dépliés	262
15	Les dés	263
16	Les cubes	263

17	Les autres volumes	264
18	Les petits exercices	265
	<i>Entraînement</i>	269
	<i>Corrigés</i>	280
PARTIE 3 Aptitudes verbales		285
Chapitre 25	Le vocabulaire	287
1	Aptitudes verbales	285
2	Synonymes, antonymes, définition	287
3	Homonymes	288
4	Paronymes	290
	<i>Entraînement</i>	293
	<i>Corrigés</i>	297
Chapitre 26	L'orthographe	300
1	L'orthographe d'usage	300
2	L'orthographe grammaticale	303
	<i>Entraînement</i>	318
	<i>Corrigés</i>	322
Chapitre 27	La conjugaison	326
1	Temps simples et temps composés	326
2	Verbes réguliers	327
3	Verbes du 3 ^e groupe	330
4	Homonymes verbaux	332
	<i>Entraînement</i>	333
	<i>Corrigés</i>	336
Chapitre 28	Tests de compréhension	338
1	Proverbes et expressions françaises	338
2	Traduction de phrases et textes à trous	343
	<i>Entraînement</i>	346
	<i>Corrigés</i>	351
Chapitre 29	Logique verbale	354
1	Analogies	354
2	Anagrammes	356

3	Mots à compléter, à construire	356
4	Phrases à ordonner	357
5	Intrus	358
6	Syllogismes	359
	<i>Entraînement</i>	361
	<i>Corrigés</i>	366

PARTIE 4 Concours blanc 371

1	Épreuve d'attention 1	373
2	Épreuve de logique	374
3	Épreuve d'organisation	380
4	Épreuve numérique	382
5	Épreuve d'attention 2	383
6	Épreuve d'attention 3	386
	<i>Corrigé</i>	386

Index 395

Boîte à outils 399

Avant-propos

Cet ouvrage s'adresse aux candidats aux concours d'entrée dans les écoles paramédicales (IFSI, ergothérapeutes, orthophonistes, psychomotriciens...) ainsi qu'aux candidats aux examens d'entrée dans les centres de formation en travail social.

L'épreuve de tests d'aptitude est souvent redoutée par les candidats, qui jusque-là n'y ont pas été préparés. De plus, elle mêle des problématiques très différentes comme les tests de logique, la connaissance du vocabulaire et les aptitudes mathématiques.

Il y a une seule façon de réussir les tests d'aptitude : bien s'y préparer !

Il faut maîtriser les connaissances nécessaires (mathématiques, grammaire, etc.) pour répondre aux questions, et s'exercer à résoudre des tests afin d'en comprendre les mécanismes et de s'habituer à ce type de raisonnements.

Le Grand Livre des tests d'aptitude et psychotechniques vous propose ainsi une préparation complète pour réussir cette épreuve :

- il rappelle ce que le candidat doit savoir en mathématiques et en français ;
- il décortique les différents types de tests de logique, d'attention et d'organisation ;
- il explique les méthodes pour réussir les tests ;
- il fournit un grand nombre d'exercices, de niveau progressif et avec corrigés détaillés, ainsi qu'un concours blanc pour se mettre en situation de concours.

Dans cette nouvelle édition un chapitre sur des conseils méthodologiques a été ajouté avec l'apparition des mini problèmes (nouveau des concours), de nouveaux types de tests de logique sont présentés dans les chapitres « Imprévu », « Logique numérique » et « Séries graphiques ».

De plus, la Boîte à outils détachables en fin d'ouvrage a été enrichie de nouveaux contenus pour vous accompagner pendant votre entraînement et vos révisions.

Enfin, le concours blanc a été entièrement remanié et les exercices changés pour être au plus près des derniers concours. Trois autres concours blancs corrigés sont par ailleurs disponibles sur www.dunod.fr.

Pour bien utiliser cet ouvrage

Dans chaque chapitre

Les matrices

16

PLAN

Cours

1. Les déplacements
2. Les transformations
3. Les répartitions

4. Les superpositions Entraînement Corrigés

INTRODUCTION

Dans la foulée des séries, les « matrices » se sont imposées comme une forme de test que l'on retrouve dans de nombreuses épreuves de sélection. Rares dans les concours paramédicaux, nous les traiterons de façon succincte.

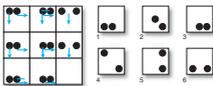
Les matrices se présentent sous la forme d'un carré divisé en neuf cases, chacune contenant une figure graphique disposée selon une logique précise. Une case est vide, et il faut choisir parmi plusieurs propositions celle qui complète le grand carré (la « matrice »). Il s'agit donc du même type de raisonnement que les séries avec deux différences majeures. La première vient de la disposition en carré qui permet une lecture horizontale, mais aussi verticale. La seconde est la quantité d'informations données. Dans une série, il y a le plus souvent trois cases comme base de raisonnement alors que dans les matrices, il y en a huit. Les possibilités sont donc plus nombreuses, et l'analyse des données plus toulue.

La logique des matrices reprend celle des séries (voir les sections déplacements et transformations du chapitre sur les séries), et y ajoute des raisonnements originaux : les répartitions et les superpositions.

Commençons sur un terrain connu :

1 Les déplacements

Exemple 1



Nous retrouvons ici un déplacement linéaire, avec la particularité propre aux matrices, de pouvoir être horizontal ou vertical :

- Si on prend chaque alignement de trois cases, on voit que les ronds noirs progressent vers la droite (avec sortie à droite et entrée à gauche, comme dans l'exemple 7, chapitre 14).
- Si on prend chaque colonne, les ronds progressent vers le bas.

Ce qui donne la solution n° 6.

© Elsevier - Tous droits réservés. Toute réimpression est interdite.

159

Partie 2

Un cours complet

- **Toutes les connaissances** (formules mathématiques, règles de grammaire...) et **toutes les méthodes** pour chaque type de test.
- **Des exemples** pour bien comprendre.

L'essentiel à retenir

Pour l'aptitude logique et l'aptitude verbale

Les carrés logiques/Chapitre 17

On examine la première solution proposée pour voir si elle est conforme aux instructions. On passe donc directement à la seconde proposition que l'on peut éliminer dès la première ligne. Avec la troisième, tout concorde. C'est donc la solution et il n'est pas utile de continuer, vous passez directement à la question suivante.

Nous le voyons, ces questions sont beaucoup plus faciles que les carrés sans choix de solution. Il est toutefois très imprudent de faire l'impatrice sur l'entraînement aux carrés classiques. D'une part, les carrés en QCM sont rares et, d'autre part, la bonne compréhension des carrés classiques vous permettra de répondre beaucoup plus rapidement à ceux-ci.

L'ESSENTIEL À RETENIR

Pour commencer, prendre quelques instants pour noter les aspects qui risquent d'être utiles par la suite.

Plus particulièrement :

- Les chiffres qui apparaissent dans toutes les rangées ou toutes les colonnes.
- Les informations simples concernant uniquement des chiffres bien ou mal placés.

Ensuite, voici si l'on peut appliquer l'une des quatre règles :

1. Une information s'applique à tous les chiffres d'une rangée : ce sont les chiffres de la solution : barrer tous les autres chiffres.
2. Les informations s'appliquent uniquement aux chiffres bien placés : barrer ceux qui apparaissent dans des colonnes différentes.
3. Les informations s'appliquent uniquement à des chiffres mal placés : barrer ceux qui apparaissent dans toutes les colonnes.
4. Une rangée avec uniquement des informations « bien placées » et une rangée avec uniquement des informations « mal placées » : barrer les chiffres qui apparaissent dans les mêmes colonnes.

Si on barre un chiffre : il faut le barrer partout.

Si on encercle un chiffre (bien placé) : on doit l'encercler dans la même colonne, mais nulle part ailleurs.

Si aucun chiffre du carré ne peut se situer à l'une des places de la solution : le chercher dans la base (les six éléments avec lesquels tous les carrés sont formés).

Avec les carrés supérieurs à 4×4 :

- Si chaque rangée comporte les mêmes signes : ne s'occuper que des positions.
- Si la règle 1 ne s'applique à aucune rangée, il y aura probablement un chiffre à chercher dans la base.

Adopter une convention d'écriture et s'y tenir.

► Utiliser un crayon à papier qui s'efface bien.

Si vos hypothèses se multiplient sans succès passez à la question suivante, quitte à revenir à ce carré plus tard.

Résoudre en premier lieu les carrés avec le moins de chiffres.

© Elsevier - Tous droits réservés. Toute réimpression est interdite.

Partie 2

179

ENTRAÎNEMENT

h.1.

5	2	9	2
4	5	14	5
11	8	28	?
2	1	5	?

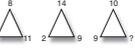
h.2.

3	9	6	2
10	6	4	4
21	27	6	?
6	8	7	?

h.3.



h.4.



h.5.



h.6.



h.7.



h.8.



h.9. Quel ensemble a la plus grande valeur si 1 carré = 2 triangles et si 2 ronds = 3 triangles ?



h.10. Chaque ensemble contient la même valeur. Le dernier ne doit contenir que des triangles : combien ?



h.11. Par quel nombre faut-il remplacer le point d'interrogation ?



ENTRAÎNEMENT

222

Concours blanc

Pour vous mettre en situation, un **concours blanc**, mêlant les différents types de tests psychotechniques.

De nombreux exercices corrigés

- Des exercices de niveau progressif pour vous entraîner.
- Une indication de temps pour chaque série d'exercices pour vous évaluer et vous entraîner.
- Des corrigés complets et détaillés.

Concours blanc

PLAN

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1. Épreuve d'attention 1 | 5. Épreuve d'attention 2 |
| 2. Épreuve de logique | 6. Épreuve d'attention 3 |
| 3. Épreuve d'organisation | Corrigé |
| 4. Épreuve numérique | |

1400

1 Épreuve d'attention 1

Texte 1

Un médecin américain, qui avait été contaminé par le virus Ebola lors d'une mission humanitaire au Libéria, a pu quitter l'hôpital où il a été soigné à l'aide d'un traitement expérimental. Après avoir montré les symptômes de la maladie, ce médecin a été soigné aux États-Unis à l'aide du ZMapp, un sérum qui n'avait été auparavant testé que sur le singe. L'épidémie de fièvre Ebola, qui touche plusieurs pays d'Afrique de l'Ouest depuis six mois, a fait au moins 1 350 morts, selon un bilan de l'Organisation mondiale de la santé. (D'après Reuters)

Texte 2

L'épidémie d'Ebola s'étend inexorablement en Afrique de l'Ouest, en particulier au Libéria et en Sierra Leone, a relevé mardi l'Organisation mondiale de la santé, saluant toutefois « des signes encourageants » dans les deux autres pays touchés, la Guinée et le Nigeria. Une cinquième personne est décédée de la fièvre Ebola : un médecin qui avait soigné le premier patient atteint d'Ebola dans ce pays. (D'après Courrier international)

h.1. Combien de fois le mot « Ebola » apparaît-il dans les deux textes ?
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

h.2. Combien de fois le mot « médecin » apparaît-il dans les deux textes ?
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

h.3. Combien de pays différents sont mentionnés dans les deux textes ? (« Afrique de l'Ouest » ne sera pas pris pour un pays).
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

h.4. Combien de mots se terminent par la lettre « s » dans le deuxième texte ?
 A. 10 B. 11 C. 12 D. 13 E. 14

h.5. Combien de fois la lettre « m » apparaît-elle dans le premier texte ?
 A. 16 B. 17 C. 18 D. 19 E. 20

h.6. Combien de fois la lettre « t » apparaît-elle dans le deuxième texte ?
 A. 20 B. 21 C. 22 D. 23 E. 24

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit.

Concours blanc

373

BOÎTE À OUTILS 12

Les carrés logiques

Il n'existe pas de recette unique à appliquer pour trouver la solution, mais en adoptant une démarche systématique, on peut gagner un temps précieux.

Regardez bien le carré et cherchez la combinaison de chiffres où l'information sera particulièrement utile.

Règle 1

Si une information s'applique à tous les chiffres d'une rangée, il faut barrer tous les chiffres différents de ceux-ci dans tout le carré.

Exemple 1

4	7	8	1 chiffre commun à la bonne place
3	8	1	1 chiffre commun à la bonne place et 2 à la mauvaise place
1	4	7	1 chiffre commun à la mauvaise place

Dans l'exemple 1, la ligne du milieu indique que les trois chiffres de cette rangée sont ceux de la solution. On peut donc barrer tous les chiffres autres que 3, 8 et 1.

Règle 2

Si plusieurs informations ne s'appliquent qu'à des chiffres à la bonne place, barrer les chiffres de ces rangées qui apparaissent dans des colonnes différentes.

Exemple 2

5	6	7	1 chiffre commun à la bonne place
7	3	6	1 chiffre commun à la mauvaise place
6	2	8	1 chiffre commun à la mauvaise place

Dans l'exemple 2, le 6 et le 7 ne peuvent être à la bonne place dans les deux rangées. Ils ne font donc pas partie de la solution et doivent être barrés chaque fois qu'ils apparaissent.

Remarque

Quand une même affirmation s'applique à plusieurs rangées du carré, celle-ci est regroupée par une accolade. L'affirmation donnée une seule fois s'applique à toutes les rangées en question.

Boîte à outils

- Des fiches sur les connaissances essentielles.
- Détachables pour vous accompagner
- À relire avant le concours !

Quels chapitres pour votre concours ?

Infirmier : Depuis la réforme du concours d'accès aux IFSI (Instituts de formation aux soins infirmiers) en 2009, les tests durent 2 heures, généralement répartis en 45 minutes de logique, 45 minutes d'organisation (et parfois d'attention) et 30 minutes d'aptitudes numériques, parfois plus en numérique. La note éliminatoire est 8/20.

Pour bien vous préparer, travaillez tous les chapitres d'aptitude numérique (surtout les chapitres 7 et 8 et un peu moins le chapitre 11), tous les chapitres d'aptitude logique et particulièrement les séries, les ensembles et les tests d'organisation, et le chapitre 29.

Aide-soignant, auxiliaire de puériculture : Pour intégrer les IFAS (Instituts de formation pour les aides-soignants), il faut réussir une épreuve de 2 heures contenant quelques questions de mathématiques, des calculs et des problèmes si vous n'êtes pas titulaire d'un diplôme de niveau IV (baccalauréat ou équivalent). Mettez particulièrement sur les chapitres 1 à 9 de cet ouvrage.

Pour intégrer les IFAP (Instituts de formation pour les auxiliaires de puériculture), il faut préparer sensiblement la même chose que les infirmiers, mais en aptitude numérique vous aurez peu de problèmes et plus de calcul. Travaillez donc surtout les chapitres 1 à 9, 14 à 24 et 29.

Concours sociaux : Présents dans trois IRTS (Instituts régionaux de travail social) jusqu'en 2012, les tests ont disparu en 2013 à Caen et Nancy. Ils sont présents à Bordeaux-Talence et à Toulouse pour les concours d'assistant de service social, de conseiller en économie sociale et familiale, d'éducateur spécialisé, d'éducateur de jeunes enfants et de moniteur-éducateur et durent 2 heures. Pour réussir ces tests réputés difficiles, travaillez surtout l'aptitude logique (chapitres 14 à 21) et l'aptitude verbale (chapitres 25, 28 et 29).

Orthophonie : Dix concours sur dix-huit proposent des tests. Dans certains concours, ils sont surtout graphiques et verbaux (Lyon, Nancy, Nice, Paris), dans d'autres essentiellement numériques et logiques (Amiens, Limoges, Marseille, Montpellier, Nantes, Toulouse). Les durées sont très variables. Pour les premiers, travaillez les chapitres 14 à 21, 24 et 29, pour les autres préférez les chapitres 1 à 13 (surtout 10 et 11). De plus, les chapitres 25 à 28 peuvent constituer une base pour vos connaissances en français.

Ergothérapie, orthoptie, manipulation en radiologie : Ces concours proposent des tests psychotechniques ou psychophysiques généralement d'une heure. C'est en ergothérapie qu'ils sont le plus présents. Les contenus sont assez similaires. Pour les réussir, travaillez les chapitres de calcul (1 à 9) et de dénombrement (11), ceux de logique (14 à 21 et 24) et les chapitres d'aptitude verbale. Précisons que certains concours (Alaçon notamment) incluent de la culture générale et des tests de personnalité dans leurs épreuves.

APTITUDES NUMÉRIQUES

1

Partie

1	▶ Conseils méthodologiques	5
2	▶ Nombres relatifs	12
3	▶ Calculs, priorités et estimations	20
4	▶ Puissances	34
5	▶ Racines	40
6	▶ Pourcentages	45
7	▶ Règle de trois, proportionnalité	51
8	▶ Grandeurs. Conversions. Mélanges	62
9	▶ Calcul mental rapide	86
10	▶ Équations	103
11	▶ Dénombrements	111
12	▶ Aires	120
13	▶ Volumes	127

INTRODUCTION

Les tests numériques sont fréquents dans les concours des secteurs paramédicaux et sociaux. Le but est d'évaluer la capacité du candidat à exploiter à la fois des connaissances essentielles (niveau troisième ou seconde) et leur mise en application logique. Ces tests doivent être réalisés sans calculatrice et en temps limité. Avec une révision des règles et de l'entraînement, cette partie des tests doit permettre d'augmenter votre moyenne.

Infirmier

Depuis la réforme de 2009, les tests numériques ont été renforcés ; ils représentent un tiers de la note finale. Ils ne sont pas plus difficiles (niveau collège), mais plus nombreux. On trouve entre 30 et 45 minutes d'épreuve avec particulièrement du calcul, des conversions, de la proportionnalité, des pourcentages et des mises en équation. Mais il est recommandé de tout revoir.

Aide-soignant, auxiliaire de puériculture

Pour les candidats au concours d'aide-soignant qui doivent passer l'écrit, il y a seulement quelques questions numériques basées sur le calcul et la résolution de petits problèmes. Les candidats au concours d'auxiliaire de puériculture ont 20 à 30 minutes d'aptitude numérique avec du calcul et des problèmes. Travaillez bien les fractions, racines, puissances, conversions et la proportionnalité.

Concours sociaux

Dans ces concours, l'aptitude numérique est moins présente. Il faut toutefois maîtriser le calcul et revoir les fractions, puissances et racines. Pensez que les séries logiques, difficiles à Bordeaux, peuvent faire appel à du calcul.

Orthophonie

Les tests sont particulièrement numériques dans cinq centres. À Amiens et Montpellier, vous trouverez des calculs, équations (et inéquations). Il en est de même à Marseille avec un niveau de terminale scientifique. À Nantes et Toulouse, il s'agit particulièrement de dénombrement, de mise en équation, mais aussi de questions à formulation complexe et à support numérique.

Ergothérapie, orthoptie, manipulation en radiologie

Dans ces concours, peu de tests numériques, mais parfois du calcul rapide et quelques petits problèmes basés sur tout thème possible (niveau troisième).

Les chapitres qui suivent cherchent à couvrir de façon la plus pédagogique et exhaustive les thèmes des concours. En complément, exercez-vous le plus possible au calcul mental pour développer votre aisance avec les nombres.

PLAN

Cours

1. Comment s'organiser de façon à avoir le moins de travail possible pour aboutir au résultat d'un calcul...
2. QCM : comment être performant.

3. Apprivoisez une nouveauté : l'apparition de mini-problèmes dans les concours récents !

Exercices d'entraînement

Corrigés des exercices

INTRODUCTION

Avant de travailler des notions mathématiques précises dans les chapitres suivants, voici quelques conseils généraux qui nous paraissent importants quand on voit l'évolution récente des concours que vous préparez : un premier conseil sur l'organisation des calculs, un deuxième sur la tactique à adopter pour certains QCM, un troisième pour vous initier aux mini-problèmes.

1 Comment s'organiser de façon à avoir le moins de travail possible pour aboutir au résultat d'un calcul...

Nous ne voulons pas entrer ici dans le détail des astuces utiles de calcul mental, qui feront l'objet d'un chapitre entier, plus loin dans ce livre. Il s'agit seulement de vous sensibiliser à cette idée : « un calcul, cela se médite avant de le commencer ».

Voici une dizaine d'exercices pour vous tester. Essayez de les faire avant de lire la solution qui suit, et surtout les commentaires sur la (ou les) bonne(s) tactique(s) de résolution...

Exemples

1. Calculer : $500 \times 3 + (7 + 500) - (500 - 7) + 500 = \dots$

2. Calculer : $(8 - 5)(8 - 6)(8 - 7)(8 - 8)(8 - 9) = \dots$

3. Calculer : $12 - 10 + 11 - 9 + 8 - 6 + 7 - 5 + 4 - 2 + 3 - 1 = \dots$

4. Calculer : $\frac{2014 + 2014 + 2014 + 2014 + 2014 + 2014}{2014 + 2014 + 2014} = \dots$

5. Dans un théâtre il y a 30 rangées de 24 fauteuils au parterre, 20 rangées de 30 fauteuils au premier balcon et 16 rangées de 30 fauteuils au second balcon. Ce qui fait que le nombre total de fauteuils est ...

6. Une opération nouvelle, notée * se définit ainsi : $a * b = \frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{ab}$.

Calculer : $2\,014 * (2\,015 * 2\,016) = \dots$

7. Le tiers du quart de douze fois 2 014 est égal à ...

8. Le chiffre des millièmes dans l'écriture décimale du quotient de 72 par 64 est ...

9. Une salle rectangulaire a pour largeur 5,5 m et pour longueur 12 m. Son aire est égale à m².

10. Calculer : $987\,654\,321 + 123\,456\,789 = \dots$

Solutions

1. On factorise le plus possible...

$500(3 + 1 - 1 + 1) + 7 + 7 = 500 \times 4 + 14 = 2\,000 + 14 = 2\,014.$

2. Dans un produit de facteurs, si l'un est nul, le produit est nul.

À cause de la parenthèse $(8 - 8) = 0$ le résultat est ici 0.

3. On regroupe les structures équivalentes :

$$(12 - 10) + (11 - 9) + (8 - 6) + (7 - 5) + (4 - 2) + (3 - 1) = 2 \times 6 = 12.$$

4. On factorise et on simplifie la fraction :

$$\frac{2014 + 2014 + 2014 + 2014 + 2014 + 2014}{2014 + 2014 + 2014} = \frac{2 \times 2014}{3 \times 2014} = \frac{6}{3} = 2.$$

5. On repère un facteur commun :

$$30 \times 24 + 20 \times 30 + 16 \times 30 = 30(24 + 20 + 16) = 30 \times 60 = 1\,800 \text{ places.}$$

6. Simplifions quand c'est possible :

$$\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{ab} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{ab} = \frac{4ab}{ab} = 4.$$

Ainsi $a * b$ vaut toujours 4, donc, par exemple $2\,015 * 2\,016 = 4$.

Par suite : $2\,014 * (2\,015 * 2\,016) = 2\,014 * (4) = 4$. Le résultat final est 4.

7. On remarque que $(1/3) \times (1/4) \times 12 = 12/12 = 1$ et par suite le tiers du quart de douze fois 2 014 vaut 1 fois 2 014, soit 2 014.

8. Simplifions par 8 : le quotient de 72 par 64 est le même que celui de 9 par 8.

Mais $9 = 8 + 1$ donc $9/8 = 1 + 1/8 = 1 + 0,125 = 1,125$. Le chiffre des millièmes est 5.

9. L'aire en m^2 vaut $5,5 \times 12 = 5,5 \times (10 + 2) = 5,5 \times 10 + 5,5 \times 2 = 55 + 11 = 66$.

Ou encore : $5,5 \times 12 = 5 \times 12 + 0,5 \times 12 = 60 + 6 = 66$. On a utilisé la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

10. Les additions en colonne concernent des nombres qui se complètent pour donner toujours 10. À part le chiffre des unités qui sera 0, les autres chiffres du résultat, qui doivent tenir compte d'une retenue de 1, seront des 1. Combien y aura-t-il de 1 dans l'écriture ? Les deux nombres à ajouter ont neuf chiffres, et leur total doit en avoir dix. Mis à part le 0 de droite il faut donc neuf chiffres 1 à sa gauche. Le résultat est 1 111 111 110.

2 QCM : comment être performant

Les conseils qui vont suivre concernent les QCM dont la règle du jeu indiquée en début d'épreuve précise qu'il y a une **bonne réponse et une seule parmi celles qui sont proposées**. Si vous êtes bon en maths, vous allez avoir tendance à **résoudre le problème posé sans tenir compte des propositions de solutions**. Vous vérifierez que la réponse que vous avez trouvée figure bien parmi les propositions : si c'est le cas, vous vous direz « j'ai réussi » ; sinon vous chercherez une erreur dans vos calculs.

Dans certains types de problème, cette tactique va vous faire perdre du temps et vous ne pourrez pas finir l'ensemble des QCM, contrairement à d'autres candidats plus malins et efficaces. Voici quelques exemples de problèmes où partir des valeurs proposées comme solutions permet d'être efficace et rapide.

Exemple 1

Bacchus se verse à boire la moitié d'une bouteille pleine de bon vin. Il revient vers la bouteille et boit le tiers de ce qui reste. Puis il retourne boire le quart du dernier reste. Le contenu restant de la bouteille lui permet de se remplir enfin un dernier verre de 33 cL. Quelle est la capacité de cette bouteille ?

- a. 66 cL b. 100 cL c. 120 cL d. 132 cL e. 144 cL

Solution

Au lieu de se lancer dans des équations ou des calculs de fractions, on peut essayer de vérifier si l'on obtient le 33 cL final à partir d'une des valeurs proposées.

Un premier essai astucieux est de partir de la valeur du milieu parmi les propositions : ici 120 cL.

Bacchus verse 60 cL, il reste 60 cL. Il boit le tiers du reste soit 20 cL. Il reste 40 cL dans la bouteille. Il boit le quart de ce reste soit 10 cL, il reste 30 cL dans la bouteille et non 33 cL. Notre choix **c.** n'est pas le bon, mais comme il donne un peu moins que ce qu'il faut, on peut abandonner les essais pour une valeur moindre, et faire un autre essai avec la valeur du **d.** un peu supérieure : 132 cL.

Bacchus verse 66 cL, il reste 66 cL. Il boit le tiers du reste soit 22 cL, il reste 44 cL dans la bouteille. Il boit le quart du reste, soit 11 cL. Il reste 33 cL dans la bouteille : c'est ce qu'on souhaitait, la bonne réponse est **d.**

Exemple 2

Au moment où elle met au monde son quatrième enfant, une mère (professeur de maths) a 3 fois la somme des âges de ses 3 premiers enfants. Sachant que dans 8 ans son âge sera la somme de ceux de ses 4 enfants, quel est son âge actuel ?

- a. 36 ans b. 35 ans c. 33 ans d. 30 ans e. 27 ans

Solution

Partons de la valeur 36 ans.

Elle est bien divisible par 3, car $36 \text{ c'est } 3 \times 12$. Dans 8 ans la mère aura 44 ans. Chaque enfant aura 8 ans de plus, et à quatre cela fera $8 \times 4 = 32$ ans de plus, la somme de leurs âges sera aussi $12 + 32 = 44$. On a trouvé, la solution est le **a.**

Voici maintenant d'autres types de problèmes : ceux où figurent de nombreuses variables abstraites sous forme de lettres. On a peur de s'y perdre...
Imaginer certaines valeurs à la place des lettres peut permettre de débrouiller la situation...

Exemple 3

Si x , y et z sont trois nombres non nuls tels que $1/z = 1/x + 1/y$, alors $x =$

- a. $yz/(z-y)$ c. $(y-z)/yz$ e. $z-y$
 b. $yz/(y-z)$ d. $(z-y)/yz$

Solution

Chacun sait que $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. On peut donc imaginer $x = 4$, $y = 4$ et $z = 2$ et voir s'il n'y a pas qu'une seule des formules proposées qui serait valable pour ces valeurs concrètes là.

a. $yz/(z-y) = 8/(-2) = -4$; **b.** $yz/(y-z) = 8/2 = 4$; **c.** $(y-z)/yz = 2/8 = \frac{1}{4}$; **d.** $(z-y)/yz = -2/8 = -\frac{1}{4}$; $z-y = 2$; seule la formule **b.** donne la bonne valeur de $x = 4$. La solution est **b.**

Exemple 4

Les trois nombres entiers positifs non nuls et différents a , b , c vérifient $a + b + c = 6$. Que vaut : $1/(a+b) + 1/(b+c) + 1/(a+c)$?

- a. $17/30$ b. $27/40$ c. $37/50$ d. $47/60$ e. $57/60$

Solution

On peut imaginer $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, on a bien $a + b + c = 6$.

On obtient alors $1/(a+b) + 1/(b+c) + 1/(a+c) = 1/3 + 1/5 + 1/4 = (20 + 12 + 15)/60 = 47/60$.

La bonne réponse est donc **d.**

3 Apprivoisez une nouveauté : l'apparition de mini-problèmes dans les concours récents !

3.1 Premier exemple



Conseil

Dans ce premier exemple de mini-problème, l'essentiel du travail se fait sur le début de l'exercice, les réponses aux questions qui suivent utilisent beaucoup ce travail préalable et permettent de rentabiliser en points le temps qui y a été passé.

Un test de 30 questions est coté ainsi : une bonne réponse rapporte 7 points, une mauvaise réponse enlève 3 points, une absence de réponse vaut 0.

- 1 Un élève a obtenu la note 0 au test. Quels sont les nombres possibles de réponses justes qu'il a pu donner ?
- 2 Un élève a répondu à toutes les questions et obtenu la note 0. Quel est le nombre de ses bonnes réponses ?
- 3 L'élève a obtenu la note 0 mais n'a pas rendu une copie blanche. On ne sait pas à combien de questions il n'a pas répondu. Combien a-t-il pu donner de mauvaises réponses ?
- 4 Combien un élève peut-il se permettre de mauvaises réponses s'il ne veut pas obtenir une note globale strictement négative ?

Solution du premier exemple

Soit b le nombre de bonnes réponses, f le nombre de réponses fausses et a le nombre de questions où l'élève s'est abstenu de répondre : on sait que $b + f + a = 30$, et que la note se calcule par $(7b - 3f + 0a)$ ce qui entraîne que pour avoir la note 0 il faut que $7b = 3f$.

On en déduit que b doit être multiple de 3 (donc b doit être cherché parmi les valeurs 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30) et que f doit être multiple de 7 (donc f doit être cherché parmi les valeurs 0, 7, 14, 21, 28), ceci avec la contrainte $b + f \leq 30$. On dresse le tableau suivant des possibilités, en remarquant qu'on a intérêt à envisager f d'abord pour réduire le travail de recherche, puis que $f = 28$ est impossible (car il faudrait $b = 12$ mais alors on aurait $28 + 12 = 40$ questions ce qui dépasse le nombre 30).

Nombre de f	0	7	14	21
Nombre de b	0	3	6	9
Nombre de a	30	20	10	0

- 1 Le nombre de bonnes réponses possibles est 0 ou 3, 6, 9.
- 2 Si l'élève a répondu à toutes les questions cela impose $a = 0$, donc le nombre de bonnes réponses est 9 (le nombre de mauvaises réponses est 21) et c'est la seule solution.
- 3 L'élève n'a pas rendu une copie blanche, donc a ne peut être égal à 30. Pour que sa note soit toujours 0 le nombre de mauvaises réponses peut être 7, 14, ou 21.
- 4 On peut faire jusqu'à 21 mauvaises réponses et avoir une note globale qui ne sera pas strictement négative, à condition de s'assurer de 9 réponses justes.

3.2 Deuxième exemple...



Conseil

Dans ce deuxième exemple de mini-problème, les questions s'enchaînent : il convient d'utiliser la réponse du 1) pour trouver celle du 2), puis d'utiliser la réponse du 2) pour trouver celles du 3), etc. Chaque question n'est ni très longue ni difficile, mais il faut suivre rigoureusement l'enchaînement des questions.

La suite des entiers strictement positifs est écrite sous forme d'un tableau triangulaire dont voici le début...

				1				
			2		3			
		4		5		6		
	7		8		9		10	
11		12		13	

- 1 Comparer le numéro de la ligne à partir du haut avec le nombre de nombres écrits dessus.
- 2 Que vaut le premier terme de la 2 014^e ligne du tableau ?
- 3 Que vaut le dernier terme de la 2 014^e ligne du tableau ?
- 4 Que vaut la somme des termes de la 2 014^e ligne du tableau ?

Solution du deuxième exemple

- 1 Sur la ligne numéro n (à partir du haut du tableau) il y a n nombres écrits. Ainsi sur la ligne numéro 2 013 il y a 2 013 nombres, et sur la ligne numéro 2 014 il y a 2 014 nombres.
- 2 Les lignes numéros 1 à 2 013 contiennent $(1 + 2 + 3 + \dots + 2\,013)$ nombres. On rappelle que la somme des nombres de 1 à n vaut $n(n + 1)/2$. Ainsi : $(1 + 2 + 3 + \dots + 2\,013) = 2\,013 \times 2\,014/2 = 2\,027\,091$. Le premier nombre de la ligne numéro 2014 vaut donc $2\,027\,091 + 1 = 2\,027\,092$.
- 3 Sur la ligne numéro 2014 il y a 2 014 nombres. Le dernier nombre de cette ligne est supérieur de 2013 au premier. Le dernier nombre de la ligne est $2\,027\,092 + 2\,013 = 2\,029\,105$.
- 4 La somme des termes de la 2 014^e ligne du tableau est une somme de nombres consécutifs égale à :
 $2\,027\,092 + 2\,027\,093 + \dots + 2\,029\,105$
 $= (2\,027\,092 + 2\,029\,105) \times 1\,007 = 4\,056\,197 \times 1\,007 = 4\,084\,590\,379$.
 (En effet on peut regrouper les 2 014 nombres en 1 007 paires de même somme, celle-ci étant égale au total du premier et du dernier terme de cette progression arithmétique de raison 1)

ENTRAÎNEMENT

▲ 1. Ma sœur a autant de frères que de sœurs. Mon frère a deux fois plus de sœurs que de frères. Combien y a-t-il d'enfants dans notre famille ?

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 e. 9

▲ 2. Je suis un nombre de deux chiffres. Si on intervertit mes deux chiffres, on obtient un nombre valant 1 de moins que ma moitié. Qui suis-je ?

- a. 32 b. 42 c. 52 d. 34 e. un tel nombre n'existe pas

▲ 3. Dans 20 ans, ton âge sera le carré de ton âge actuel. Quel âge as-tu ?

- a. 5 ans b. 6 ans c. 7 ans d. 8 ans e. 9 ans

▲ 4. Soient a, b, c trois nombres réels. Quatre des cinq relations ci-dessous sont équivalentes entre elles (reviennent au même après simplification).

Quelle est celle qui n'est équivalente à aucune autre ?

- a. $b = \frac{(a+c)}{2}$ b. $b = \frac{(a+b+c)}{3}$ c. $b = \frac{(2a+b+2c)}{5}$ d. $b = \frac{(4a+2b+c)}{7}$

- e. $b = a - b + c$

▲ 5. Ludo écrit trois nombres. En les ajoutant deux par deux, il obtient les sommes 63, 65 et 68. Quel est le plus petit des trois nombres écrits ?

- a. 25 b. 28 c. 23 d. 31 e. 30

▲ 6. Une mouche s'est écrabouillée sur l'extrémité d'une pale d'éolienne de 20 m de rayon. Celle-ci tourne régulièrement à la vitesse de 30 tours à la minute.

Quelle est la vitesse de déplacement du cadavre de la mouche (à 1 km/h près) ?

- a. 147 km/h b. 166 km/h c. 185 km/h d. 204 km/h e. 223 km/h

▲ 7. Testez-vous maintenant sur cet exercice.



Conseil

La géométrie est propice à des questions enchaînées, mais la forme du concours conduit à ne poser que des questions donnant des réponses chiffrées faciles à corriger, et l'on ne demande jamais de rédiger des démonstrations structurées du raisonnement qui est utile pour aboutir aux réponses.



Sur la figure ci-dessus :

- ABCD est un parallélogramme donc les côtés ont pour mesures en centimètre : $AB = \sqrt{2}$ et $AD = 10$.
- L'angle A vaut 45°
- Les droites (BE) et (DF) sont perpendiculaires à (AD)

Le but du problème est de calculer la distance entre les droites (BE) et (DF)

- a. Calculer l'aire en cm^2 du triangle ABE.
- b. Combien de cm mesure la hauteur issue de B dans le triangle ABE ?
- c. Calculer l'aire en cm^2 du parallélogramme ABCD.
- d. Calculer l'aire en cm^2 de BFDE
- e. Combien mesure la distance entre les droites (BE) et (DF) ? (Donner la valeur exacte en cm)

CORRIGÉS

1. Réponse c.

« Ma sœur a autant de frères que de sœurs » : il y a donc une fille de plus que le nombre de garçons. Essayons la valeur centrale proposée : 7 enfants, qui correspond à 4 filles et 3 garçons : une fille a autant de sœurs (3) que de frères (3), un garçon a deux fois plus de sœurs (4) que de frères (2). La solution est donc 7 enfants.

2. Réponse c.

On peut faire des essais avec les quatre valeurs proposées. 52 est la solution, car l'inversion donne 25, et $25 + 1 = 26$ est la moitié de 52.

3. Réponse a.

Il peut sauter à l'œil de suite que $5 + 20 = 25$ est le carré de 5.

4. Réponse d.

Partons de la première proposition $b = (1/2)(a + c)$ et imaginons des valeurs qui la respectent, par exemple $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ car $2 = (1/2)(1 + 3)$. Les calculs des propositions suivantes conduisent à :
a. $(1 + 3)/2 = 2$ vrai. **b.** $(1/3)(6) = 2$ vrai. **c.** $(1/5)(10) = 2$ vrai. **d.** $(1/7)(11) = 2$ faux.
e. $2 = 2$ vrai. La formule différente des autres est donc d.

5. Réponse d.

Classons les propositions par ordre croissant : 23, 25, 28, 30, 31. La valeur centrale est 28 : essayons-la. Pour faire 63, il faut un deuxième nombre égal à $63 - 28 = 35$. Pour faire 65 il faut un troisième nombre égal à $65 - 28 = 37$. La somme de 35 et 37 fait 72 ce qui ne correspond pas à l'énoncé (68). Comme on trouve trop avec ces deux nombres obtenus par des soustractions, on va plutôt essayer les valeurs supérieures du petit nombre, ce qui, par soustraction à ces deux grands nombres, donnera moins. Prenons 30. Pour faire 63, il faut un deuxième nombre égal à $63 - 30 = 33$. Pour faire 65, il faut un troisième nombre égal à $65 - 30 = 35$. On obtient alors la somme $33 + 35 = 68$ qui correspond à l'énoncé. La plus petit des trois nombres est 30.

6. Réponse e.

Le cadavre de la mouche parcourt un cercle de rayon 20 m, cela 30 fois à la minute donc $30 \times 60 = 1\,800$ fois à l'heure.

Le périmètre correspondant à un tour est $2\pi R = 40\pi$ (en mètres).

La distance parcourue en une heure par le cadavre, en km, est : $40\pi \times 1\,800 / 1\,000 = 40\pi \times 1,8 = 72\pi$
 On sait que π vaut environ 3,14 ; mais ce qui importe, c'est que π est plus grand que 3. Comme 72 est plus grand que 70, le résultat cherché est supérieur à $70 \times 3 = 210$ km. Il n'y a qu'une seule proposition supérieure à 210 km, c'est 223 km.

On peut éviter tout calcul précis dans ce QCM, et s'en tirer par une évaluation de l'ordre de grandeur du résultat confronté aux propositions. Ceci est vrai même si les propositions semblent précises (comme ici 147, 166, 204...)

7. a. Avec un angle droit et un angle de 45° le triangle ABE est rectangle et isocèle ; les côtés de l'angle droit mesurent $\sqrt{2}$. Son aire vaut : $\sqrt{2} \times \sqrt{2}/2 = 1$ cm².

b. Grâce au théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABE, $AE^2 = 2 + 2 = 4$ donc $AE = 2$. Dans ce triangle rectangle isocèle la hauteur issue de B est aussi médiane, et sa longueur est la moitié de celle de l'hypoténuse AE donc elle vaut $2/2 = 1$ cm.

c. La hauteur issue de B dans ABE est aussi la hauteur perpendiculaire aux côtés AD et BC du parallélogramme ABCD. Comme $AD = 10$ cm, l'aire de ABCD est $10 \times 1 = 10$ cm².

d. Les triangles ABE et FDC sont symétriques par rapport au centre du parallélogramme ABCD ; ils ont même aire 1 cm². L'aire de BFDE vaut celle de ABCD diminuée de 2 fois celle de ABE, donc elle vaut $10 - 2 = 8$ cm².

e. Les droites (BE) et (DF) sont parallèles car elles sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (AB). Comme on a aussi (BF) qui est parallèle à (ED), la figure BFDE a ses côtés parallèles deux à deux, donc c'est un parallélogramme. Son aire, qui vaut 8 cm², est le produit de sa base BE (qui vaut $\sqrt{2}$ cm), par sa hauteur perpendiculaire (qui est la distance entre les droites (BE) et (DF). Celle-ci vaut donc : $8/\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm.

2

Nombres relatifs

PLAN

Cours

1. Comparer deux nombres relatifs
2. Additionner les nombres relatifs
3. Différence de deux nombres relatifs
4. Écriture simplifiée des relatifs
5. Effectuer une suite de calculs avec des nombres relatifs
6. Multiplication de deux nombres relatifs
7. Multiplication de plusieurs nombres relatifs
8. Division de deux nombres négatifs
9. Priorités
10. Conduire un calcul...

Entraînement

Corrigés

INTRODUCTION

Comme Monsieur Jourdain qui découvrait avec stupéfaction que sa réplique « Nicole, apportez-moi mes pantoufles » était de la prose, certains d'entre nous apprendront avec ravissement que quand nous disons « Cela fait 10 euros », nous utilisons un nombre entier relatif positif et si nous ajoutons « C'est 1,5 euros de moins que la semaine dernière », alors il s'agit d'un nombre décimal relatif négatif... Ces termes, qui peuvent paraître bien abscons, sont pourtant très utiles, car lorsqu'on parle de choses précises comme les mathématiques, il est important d'être clair.

Le mot **relatif** peut s'entendre comme « relativement à zéro », et l'on considère donc des nombres qui peuvent être **positifs** (supérieurs à zéro) ou **négatifs** (inférieurs à zéro).

Il existe des nombres entiers relatifs positifs (0, + 1, + 2, + 3, etc.) et des nombres entiers relatifs négatifs (0, - 1, - 2, - 3, etc.).

Il existe des nombres décimaux relatifs positifs (exemple : + 1,825) et des nombres décimaux relatifs négatifs (exemple : - 6,07)

1 Comparer deux nombres relatifs

- Si l'un des deux nombres est positif et l'autre négatif : c'est le nombre négatif qui est le plus petit.

Exemple

$$-2 < +1.$$

- Si les deux nombres sont positifs : on applique la règle habituelle de comparaison.

Exemple

$$6 < 8 \text{ soit } +6 < +8.$$

- Si les deux nombres sont négatifs : c'est le nombre qui a la plus grande distance à zéro qui est le plus petit.

Exemple

$-8 < -6$ car la distance -8 à zéro est 8, ce qui est plus grand que la distance de -6 à zéro qui n'est que 6.

2 Additionner les nombres relatifs

- **Pour deux nombres relatifs de même signe** : on ajoute les deux distances par rapport à zéro, et on met devant le résultat le signe commun aux deux nombres.

Exemples

$$(-2) + (-3) = (-5) \quad (+6) + (+8) = (+14)$$

- **Pour deux nombres relatifs de signes différents** : on soustrait les deux distances à zéro, et on met devant le résultat le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples

$$(-2) + (+5) = (+3) \text{ le signe du résultat est } + \text{ car } 5 > 2.$$

$$(-7) + (+2) = (-5) \text{ le signe est } - \text{ car } 7 > 2.$$

- **Quand deux nombres sont opposés** : leur somme est égale à zéro.

Exemple

$$(-4) \text{ et } (+4) \text{ sont opposés : } (-4) + (+4) = 0.$$

3 Différence de deux nombres relatifs

- Pour **soustraire** un nombre relatif, il faut ajouter son opposé.

Exemples

$$(+12) - (-4) = (+12) + (+4) = (+16)$$

$$(-7) - (-9) = (-7) + (+9) = (+2)$$

$$(+10) - (+18) = (+10) + (-18) = (-8)$$

$$(-6) - (+8) = (-6) + (-8) = (-14).$$

4 Écriture simplifiée des relatifs

- **Dans une suite d'additions** de nombres relatifs, on peut supprimer les signes d'addition et les parenthèses.



Attention

Un nombre positif écrit en début de calcul peut s'écrire sans signe (mais pas un nombre négatif).

Exemples

$$(+7) + (+11) + (-16) \text{ peut s'écrire } 7 + 11 - 16.$$

$$(-3) + (+2) + (-5) \text{ peut s'écrire } -3 + 2 - 5.$$

$$\text{Inversement, le calcul } 5 - 8 + 11 \text{ peut s'écrire } (+5) + (-8) + (+11).$$

5 Effectuer une suite de calculs avec des nombres relatifs

- **S'il n'y a pas de parenthèses encadrant les calculs** :

1^{re} tactique : on transforme les soustractions de nombres relatifs négatifs en additions, on supprime les termes opposés s'il y en a, puis on regroupe les termes positifs et les termes négatifs, et on effectue les sommes de ces termes.

Exemple

$$\begin{aligned}
 & (-4) - (-8) - (-7) + (-8) + (+15) \\
 = & (-4) + (+8) + (+7) + (-8) + (+15) \\
 = & (-4) + (+7) + (+15) \\
 = & (-4) + (+22) = (+18).
 \end{aligned}$$

2^e tactique : on applique les règles de simplification des écritures, on supprime les opposés, on regroupe les termes positifs et négatifs et on effectue les sommes.

Exemple

$$\begin{aligned}
 & (-4) - (-8) - (-7) + (-8) + (+15) \\
 = & -4 + 8 + 7 - 8 + 15 \\
 = & -4 + 7 + 15 \\
 = & -4 + 22 = 18.
 \end{aligned}$$

- **S'il y a des calculs encadrés par des parenthèses** : on commence par effectuer les calculs dans les parenthèses, ensuite on applique une des méthodes précédentes.

Exemple

$$\begin{aligned}
 & (-5) - (-6 + 4) + (7 - 11) \\
 = & (-5) - (-2) + (-4) \\
 = & -5 + 2 - 4 \\
 = & -9 + 2 = -7.
 \end{aligned}$$

6 Multiplication de deux nombres relatifs

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro, puis on détermine le signe du produit :

- si les deux nombres sont de **même signe**, le produit est **positif** ;
- si les deux nombres sont de **signes différents**, le produit est **négatif**.

Exemples

$$\begin{array}{ll}
 (-3) \times (-8) = (+24) & (-2) \times (+6) = (-12) \\
 (+6) \times (+7) = (+42) & (+8) \times (-3) = (-24)
 \end{array}$$

7 Multiplication de plusieurs nombres relatifs

On compte le nombre de nombres négatifs dans ce produit :

- si ce nombre est **pair**, le produit est **positif** ;
- si ce nombre est **impair**, le produit est **négatif**.

Exemples

$$\begin{aligned}
 (-2) \times (-5) \times (+7) \times (-6) &= -420 \text{ (il y a trois négatifs donc le produit est négatif).} \\
 (-6) \times (+5) \times (-5) \times (+4) &= +600 \text{ (il y a deux négatifs donc le produit est positif).}
 \end{aligned}$$