

Table des matières

1	Introduction à ce qu'est un problème d'optimisation . . .	1
1.1.	L'optimisation : enjeux et problèmes	1
1.1.1.	Fixons le paysage	1
1.1.2.	Les objectifs. Que cherche-t-on ?	2
1.1.3.	Les divers aspects. Analogie entre un problème d'optimisation et un problème polier	4
1.1.4.	Aspect existence et unicité des solutions	4
1.1.5.	Aspects conditions nécessaires d'optimalité	7
1.1.6.	Aspects conditions suffisantes d'optimalité	7
1.1.7.	Aspects algorithmes	9
1.1.8.	D'autres aspects qualitatifs	10
1.2.	Une classification des problèmes d'optimisation	11
1.2.1.	Programmation linéaire	11
1.2.2.	Optimisation (minimisation) convexe	12
1.2.3.	Optimisation différentiable (ou lisse)	12
1.2.4.	Optimisation SDP	12
1.2.5.	Optimisation non-différentiable (ou optimisation non lisse)	14
1.2.6.	Optimisation multicritère (ou multiobjectif)	15
1.2.7.	Optimisation en dimension infinie	19
2	Minimisation sans contraintes : conditions de minimalité	22
2.1.	Existence d'un minimum, unicité	23

2.1.1.	Un résultat d'existence	23
2.1.2.	Une condition suffisante d'unicité	24
2.2.	Conditions de minimalité du premier ordre	25
2.2.1.	Conditions nécessaires de minimalité locale	25
2.2.2.	Conditions de minimalité globale	31
2.2.3.	Conditions nécessaires de minimalité à ϵ près	34
2.2.4.	Conditions nécessaires de minimalité locale pour une classe de fonctions-objectifs non- différentiables	38
2.3.	Conditions de minimalité du second ordre	45
2.4.	Un mot des conditions de minimalité d'ordre supé- rieur	49
3	Minimisation avec contraintes : conditions de minimalité	54
3.1.	Conditions nécessaires du premier ordre ; contrain- tes sous forme d'égalités	54
3.2.	Conditions nécessaires du premier ordre ; contrain- tes sous forme d'inégalités	62
3.3.	Conditions nécessaires du premier ordre ; contrain- tes sous formes d'égalités et d'inégalités	68
3.4.	Conditions nécessaires du premier ordre : cas d'un ensemble-contrainte non représenté sous forme d'éga- lités ou d'inégalités	77
3.4.1.	Les privilèges du monde linéaire (ou affine)	80
3.4.2.	Le confort du monde convexe	80
3.4.3.	Retour au monde différentiable	82
3.5.	Conditions de minimalité du second ordre	86
3.5.1.	Conditions nécessaires	86
3.5.2.	Conditions suffisantes	89
3.6.	Analyse de la sensibilité aux perturbations des con- traintes	92

4	Minimisation avec contraintes : points-selles de lagrangiens ; premiers pas dans la théorie de la dualité	98
4.1.	Les points-selles dans leur généralité	98
4.1.1.	Ce qu'est un point-selle	98
4.1.2.	Problèmes de mini-maximisation	100
4.1.3.	Sur l'existence de points-selles	101
4.2.	Points-selles de lagrangiens	101
4.3.	Premiers pas dans la théorie de la dualité	104
4.3.1.	Dualisons, dualisons...	104
4.3.2.	Exemples de dualisation	106
4.4.	Les multiplicateurs comme paramètres de sensibilité aux perturbations des contraintes	113
5	Annexe A. Notations et rappels	116
5.1.	Algèbre linéaire	116
5.2.	Calcul différentiel	116
5.3.	Convexité	118
	<hr/>	
	<i>Notices biographiques</i>	119
	<i>Éléments de bibliographie</i>	123
	<i>Index</i>	127
	<i>Liste des noms cités</i>	131