

# Table des matières

|   |          |
|---|----------|
| Préface d'Otto Rössler                                    | VII      |
| Remerciements   | XI       |
| Introduction  | 1        |
| <b>I De la mécanique céleste au chaos</b>                 | <b>7</b> |
| 1 Lois dynamiques   | 9        |
| 1.1 Les lois empiriques de Kepler . . . . .               | 9        |
| 1.2 La loi de la gravitation . . . . .                    | 11       |
| 1.3 La théorie de la Lune . . . . .                       | 14       |
| 2 Le problème des trois corps                             | 15       |
| 2.1 L'imperfection de la théorie de Newton . . . . .      | 15       |
| 2.2 Remise en cause de la loi de la gravitation . . . . . | 16       |
| 2.3 Problème de la convergence des séries . . . . .       | 19       |
| 3 Simplification du problème des trois corps              | 21       |
| 3.1 Simplification de la géométrie . . . . .              | 21       |
| 3.2 Simplification des équations générales . . . . .      | 23       |
| 3.3 Les premières solutions exactes . . . . .             | 26       |
| 4 Les succès de la mécanique céleste                      | 31       |
| 4.1 La méthode des perturbations . . . . .                | 31       |
| 4.2 La théorie de Jupiter et Saturne . . . . .            | 33       |
| 4.3 Théorie de la Lune . . . . .                          | 36       |
| 4.4 Le déterminisme de Laplace . . . . .                  | 37       |
| 4.5 Découverte de Neptune . . . . .                       | 38       |
| 4.6 La poursuite des calculs par perturbations . . . . .  | 40       |
| 5 Naissance de l'approche globale                         | 43       |
| 5.1 Le problème restreint des trois corps . . . . .       | 43       |
| 5.2 Une approche qualitative . . . . .                    | 45       |
| 5.3 Investir l'ensemble des solutions . . . . .           | 47       |
| 5.4 Systèmes dynamiques . . . . .                         | 49       |
| 5.5 Cas du pendule idéal . . . . .                        | 50       |
| 5.6 Théorème de Poincaré-Bendixson . . . . .              | 52       |

|  |   |     |
|--|---|-----|
| 5.7  | Les orbites doublement asymptotiques . . . . .            | 54  |
| 5.8  | Déterministe mais imprédictible . . . . .                 | 60  |
| 6  | La stabilité du système solaire . . . . .                 | 63  |
| 6.1  | Le problème des petits diviseurs . . . . .                | 64  |
| 6.2  | La théorie KAM . . . . .                                  | 65  |
| 6.3  | Un modèle pour la théorie KAM . . . . .                   | 67  |
| 6.4  | Approche numérique . . . . .                              | 71  |
| II Nature chaotique : propriétés et exemples . . . . . |   | 73  |
| 1  | Oscillateurs périodiques et chaotiques . . . . .          | 75  |
| 1.1  | Oscillateurs et degrés de liberté . . . . .               | 76  |
| 1.2  | Pendule amorti . . . . .                                  | 78  |
| 1.3  | Système linéaire de deux oscillateurs . . . . .           | 80  |
| 1.4  | Système non-linéaire de deux oscillateurs . . . . .       | 80  |
| 2  | Des mathématiques aux systèmes physiques . . . . .        | 87  |
| 2.1  | Des tubes à vide à la valve oscillante . . . . .          | 88  |
| 2.2  | Les premières études dynamiques d'oscillateurs . . . . .  | 91  |
| 2.3  | La théorie des oscillateurs . . . . .                     | 92  |
| 2.4  | Les premières intégrations par ordinateurs . . . . .      | 94  |
| 2.5  | Une diode thermionique chaotique . . . . .                | 98  |
| 3  | De la météorologie au chaos : le regain . . . . .         | 105 |
| 3.1  | La prédiction en météorologie . . . . .                   | 105 |
| 3.2  | Le système de Lorenz . . . . .                            | 108 |
| 3.3  | Turbulence, solution aperiodique et chaos . . . . .       | 111 |
| 3.4  | Hydrodynamique et attracteur de Lorenz . . . . .          | 112 |
| 3.5  | Dynamique laser et système de Lorenz . . . . .            | 113 |
| 4  | Structure des attracteurs chaotiques . . . . .            | 119 |
| 4.1  | Les systèmes de Rössler . . . . .                         | 119 |
| 4.2  | Section de Poincaré . . . . .                             | 125 |
| 4.3  | Dynamique symbolique . . . . .                            | 127 |
| 4.4  | Caractérisation topologique . . . . .                     | 131 |
| 4.5  | Un modèle simple pour l'application de Poincaré . . . . . | 134 |
| 4.6  | Différentes topologies de chaos . . . . .                 | 139 |
| 5  | Les réactions chimiques . . . . .                         | 143 |
| 5.1  | Les premiers résultats . . . . .                          | 143 |
| 5.2  | Comportement chaotique expérimental . . . . .             | 145 |
| 5.3  | Electrolyse de cuivre chaotique . . . . .                 | 149 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 6   | Evolution des populations                                | 157 |
| 6.1 | Les théories de Malthus et Verhulst . . . . .            | 157 |
| 6.2 | Un modèle à deux espèces . . . . .                       | 161 |
| 6.3 | Des modèles à trois espèces . . . . .                    | 163 |
| 6.4 | Evidences observationnelles . . . . .                    | 166 |
| 7   | Chaos en biologie  | 173 |
| 7.1 | Oscillations de la glycolyse . . . . .                   | 173 |
| 7.2 | Fluctuations de l'hématopoïèse . . . . .                 | 175 |
| 7.3 | Arythmies cardiaques . . . . .                           | 179 |
| 8   | Des étoiles variables chaotiques                         | 197 |
| 8.1 | Les premières observations . . . . .                     | 197 |
| 8.2 | Les premiers modèles chaotiques . . . . .                | 203 |
| 8.3 | L'activité solaire . . . . .                             | 211 |
| 8.4 | Des modèles chaotiques pour l'activité solaire . . . . . | 219 |
| 9   | Epilogue   | 229 |
| 9.1 | La quatrième dimension . . . . .                         | 229 |
| 9.2 | Un système faiblement dissipatif . . . . .               | 230 |
| 9.3 | Les comportements hyperchaotiques . . . . .              | 231 |
| 9.4 | Modèles simples et comportements complexes . . . . .     | 232 |
|     | Notes  | 237 |
|     | Bibliographie  | 271 |
|     | Index des noms propres                                   | 273 |