

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Le principe physique « d'économie naturelle »</b>	<b>1</b>
1.1	L'esthétique dans la physique . . . . .	3
1.2	La philosophie des lumières et le principe du meilleur . . . . .	7
1.3	Principes de Fermat et de Maupertuis . . . . .	8
1.4	Principes variationnels . . . . .	10
1.5	La période moderne, de Lagrange à Einstein et à Feynman . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Principes variationnels</b>	<b>21</b>
2.1	Principe du temps minimum de Fermat . . . . .	22
2.2	Le calcul variationnel d'Euler et Lagrange . . . . .	26
2.2.1	Calcul variationnel . . . . .	26
2.2.2	Mirages et rayons courbes . . . . .	27
2.3	Principe de Maupertuis . . . . .	30
2.4	Autres exemples du principe d'optimalité . . . . .	32
2.4.1	Forme d'une corde pesante . . . . .	32
2.4.2	Lois de Kirchhoff . . . . .	33
2.4.3	Potentiel électrostatique . . . . .	33
2.4.4	Bulles de savon . . . . .	35
2.5	Équilibre thermodynamique : principe du désordre maximum . . . . .	36
2.5.1	Principe d'équiprobabilité des configurations . . . . .	36
2.5.2	Distribution la plus probable; équilibre . . . . .	37
2.5.3	Multiplicateurs de Lagrange . . . . .	38
2.5.4	Facteur de Boltzmann . . . . .	39
2.5.5	Égalisation des températures . . . . .	40
2.5.6	Le gaz parfait . . . . .	41
2.5.7	L'entropie de Boltzmann . . . . .	42
2.5.8	Chaleur et travail . . . . .	43
2.6	Exercices	44

<b>3</b>	<b>La mécanique analytique de Lagrange</b>	<b>49</b>
3.1	Formalisme lagrangien et principe de moindre action . . . . .	51
3.1.1	Principe de moindre action . . . . .	51
3.1.2	Équations de Lagrange-Euler . . . . .	53
3.1.3	Fonctionnement du principe d'optimisation . . . . .	55
3.1.4	Les détours de l'Histoire . . . . .	56
3.2	Invariances et lois de conservation . . . . .	57
3.2.1	Moments conjugués, impulsions généralisées . . . . .	57
3.2.2	Variables cycliques. . . . .	58
3.2.3	Énergie et translation dans le temps . . . . .	58
3.2.4	Théorème de Noether : symétries et lois de conservation . . . . .	59
3.2.5	Impulsion et translations dans l'espace . . . . .	60
3.2.6	Moment cinétique et rotations . . . . .	61
3.2.7	Symétries dynamiques . . . . .	61
3.3	Forces dépendant de la vitesse . . . . .	62
3.3.1	Systèmes dissipatifs . . . . .	62
3.3.2	Force de Lorentz . . . . .	63
3.3.3	Invariance de jauge . . . . .	65
3.3.4	Impulsion et quantité de mouvement . . . . .	66
3.4	Lagrangien d'une particule relativiste . . . . .	66
3.4.1	Particule libre . . . . .	66
3.4.2	Impulsion et énergie . . . . .	67
3.4.3	Interaction avec un champ électromagnétique . . . . .	68
3.5	Exercices . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Formalisme canonique d'Hamilton</b>	<b>73</b>
4.1	Formalisme canonique d'Hamilton . . . . .	74
4.1.1	Équations canoniques . . . . .	75
4.2	Crochets de Poisson . . . . .	76
4.2.1	Crochets de Poisson . . . . .	76
4.2.2	Évolution temporelle, constantes du mouvement . . . . .	77
4.2.3	Théorème de Poisson . . . . .	77
4.2.4	Mécanique analytique et mécanique quantique . . . . .	78
4.3	Transformations canoniques . . . . .	79
4.3.1	Exemple : oscillateur harmonique . . . . .	81
4.3.2	Variable cyclique, variables angle-action . . . . .	82
4.4	Espace des phases, théorème de Liouville . . . . .	82
4.4.1	Élément de volume dans l'espace des phases . . . . .	83
4.4.2	Flot hamiltonien . . . . .	84
4.5	Particule chargée dans un champ électromagnétique . . . . .	85
4.5.1	Hamiltonien . . . . .	85
4.5.2	Invariance de jauge . . . . .	85
4.6	Systèmes dynamiques . . . . .	86

4.6.1	Poincaré et le chaos dans le système solaire . . . . .	86
4.6.2	Théorème de récurrence de Poincaré . . . . .	88
4.6.3	L'effet aile de papillon ; l'attracteur de Lorenz . . . . .	89
4.7	Exercices . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Action, Optique, Équation d'Hamilton-Jacobi</b>	<b>97</b>
5.1	Optique géométrique, fonction caractéristique d'Hamilton . . . . .	99
5.2	L'action et l'équation d'Hamilton-Jacobi . . . . .	102
5.2.1	L'action comme fonction des coordonnées et du temps . . . . .	103
5.2.2	Équation d'Hamilton-Jacobi . . . . .	105
5.2.3	Systèmes conservatifs, principe de Maupertuis . . . . .	105
5.2.4	Optique géométrique et mécanique classique . . . . .	108
5.3	Approximation semi-classique en mécanique quantique . . . . .	108
5.4	Formalisme d'Hamilton-Jacobi . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Théorie lagrangienne des champs</b>	<b>113</b>
6.1	Corde vibrante . . . . .	114
6.2	Équations des champs . . . . .	115
6.2.1	Équations de Lagrange-Euler généralisées . . . . .	115
6.2.2	Formalisme hamiltonien . . . . .	116
6.3	Champ scalaire . . . . .	117
6.4	Champ électromagnétique . . . . .	118
6.5	Équations du premier ordre en temps . . . . .	120
6.5.1	Équation de la diffusion . . . . .	120
6.5.2	Équation de Schrödinger . . . . .	120
6.6	Exercice . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Mouvement dans un espace courbe</b>	<b>123</b>
7.1	Espaces courbes . . . . .	125
7.1.1	Généralités . . . . .	125
7.1.2	Tenseur métrique . . . . .	127
7.1.3	Exemples . . . . .	127
7.2	Mouvement libre dans un espace courbe . . . . .	129
7.2.1	Lagrangien . . . . .	129
7.2.2	Équations du mouvement . . . . .	130
7.2.3	Exemples simples . . . . .	130
7.2.4	Moments conjugués et hamiltonien . . . . .	133
7.3	Les géodésiques . . . . .	133
7.3.1	Définition . . . . .	133
7.3.2	Équation des géodésiques . . . . .	134
7.3.3	Exemples . . . . .	135
7.3.4	Principe de Maupertuis et géodésiques . . . . .	137
7.4	Gravitation et courbure de l'espace-temps . . . . .	138

7.4.1	Gravitation newtonienne et relativité . . . . .	139
7.4.2	Métrique de Schwarzschild . . . . .	140
7.4.3	Gravitation et écoulement du temps . . . . .	141
7.4.4	Précession du périhélie de Mercure . . . . .	143
7.4.5	Déflexion gravitationnelle des rayons lumineux . . . . .	146
7.5	Optique et mirages gravitationnels . . . . .	150
7.5.1	Effet de lentille gravitationnelle . . . . .	150
7.5.2	Mirages gravitationnels . . . . .	150
7.6	Exercices . . . . .	156
<b>8</b>	<b>La phase et le principe de Feynman</b>	<b>157</b>
8.1	Le principe de Feynman . . . . .	158
8.1.1	Résumé de mécanique analytique. . . . .	158
8.1.2	Amplitudes quantiques . . . . .	159
8.1.3	Principe de superposition et principe de Feynman . . . . .	160
8.1.4	L'intégrale de chemins . . . . .	161
8.1.5	Amplitude d'événements successifs . . . . .	163
8.2	Particule libre . . . . .	164
8.2.1	Propagateur d'une particule libre . . . . .	165
8.2.2	Équation d'évolution du propagateur libre . . . . .	167
8.2.3	Normalisation, interprétation du propagateur . . . . .	168
8.2.4	Équations de Fourier et de Schrödinger . . . . .	168
8.2.5	Fréquence et longueur d'onde . . . . .	169
8.2.6	Interférences et diffraction . . . . .	170
8.3	Fonction d'onde, équation de Schrödinger . . . . .	171
8.3.1	Particule libre . . . . .	172
8.3.2	Particule dans un potentiel . . . . .	172
8.4	Quelques observations en guise de conclusion . . . . .	174
8.4.1	Limite classique . . . . .	175
8.4.2	Énergie et impulsion . . . . .	175
8.4.3	Optique et mécanique analytique . . . . .	176
8.4.4	L'essence de la phase . . . . .	177
8.5	Exercice . . . . .	178
<b>9</b>	<b>Solution des exercices</b>	<b>181</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>193</b>
	<b>Index</b>	<b>195</b>