

Table des matières

Avant-propos	ix
Notations et conventions	xvii
Index des notations	xix
Chapitre 1 La genèse : d'Euclide à Tchébychev	1
1. Introduction	1
2. Une brève histoire de ce qui va suivre	6
3. Décomposition canonique	11
4. Congruences	13
5. Intermezzo cryptographique : systèmes à clefs publiques	17
6. Résidus quadratiques	20
7. Retour sur l'infinitude de l'ensemble des nombres premiers	22
8. Le crible d'Ératosthène	24
9. Les théorèmes de Tchébychev	26
10. Les théorèmes de Mertens	32
11. Le crible de Brun et le problème des nombres premiers jumeaux	36
Chapitre 2 La fonction zêta de Riemann	43
1. Introduction	43
2. Une brève histoire de ce qui va suivre	45

3.	Produit eulérien	48
4.	Prolongement analytique	51
5.	La droite $\sigma = 1$ et le théorème des nombres premiers	57
6.	L'hypothèse de Riemann	64
7.	Conséquences arithmétiques des renseignements sur les zéros	69

Chapitre 3 Répartition stochastique des nombres premiers **73**

1.	Introduction	73
2.	Une brève histoire de ce qui va suivre	74
3.	Progressions arithmétiques	77
4.	Le théorème de Green et Tao	89
5.	Le modèle de Cramér	91
6.	Le théorème de Goldston, Pintz et Yıldırım	98
7.	Le théorème de Zhang	102
8.	Équirépartition modulo un	104
9.	Vision géométrique	111

Chapitre 4 Une preuve élémentaire du théorème des nombres premiers **115**

1.	Introduction	115
2.	Intégration par parties	119
3.	Convolution des fonctions arithmétiques	121
4.	La fonction de Möbius	125
5.	Valeur moyenne de la fonction de Möbius et théorème des nombres premiers	128
6.	Entiers sans grand ou sans petit facteur premier	133
7.	La fonction de Dickman	138

8. La preuve de Daboussi, revisitée **142**

Chapitre 5 Les grandes conjectures 149

Lectures complémentaires **161**

Index **163**

Matériel protégé par le droit d'auteur