

# ***Table des matières***

CHAPITRE I. UNE ACTIVITÉ FONDATRICE	
DES MATHÉMATIQUES : LA REPRÉSENTATION .....	13
I.1 Le défi majeur .....	13
I.2 La représentation : une activité fondamentale de l'être vivant .....	14
I.3 Le nombre en tant que représentation .....	17
I.4 Conséquences de la conception spatiale du nombre .....	21
 Chapitre II. LES NOMBRES NATURELS .....	 27
II.1 Aperçu historique .....	27
II.2 Construction des entiers naturels par extension .....	33
II.3 Premiers commentaires sur cette construction .....	33
II.4 Quelques aspects fonctionnels et sémantiques du nombre naturel .....	34
II.5 Présence des moyennes pythagoriciennes .....	37
II.6 Une classe de problèmes modernes issus de la sémantique géométrique des pythagoriciens.....	42
II.7 Autour de la divisibilité .....	46
 Chapitre III. LES NOMBRES ENTIERS.....	 55
III.1 Faisons le point .....	55
III.2 Le poids du symbole dans la représentation .....	56
III.3 Construction des entiers par extension fonctionnelle .....	59

III.4 Construction des entiers par symétrie .....	60
III.5 Les entiers en tant que couples d'entiers naturels .....	62
III.6 Commentaire sur la démarche précédente : classer .....	63
III.7 Le statut des nombres entiers .....	65
III.8 Comparaison des procédés de construction .....	76
Chapitre IV. LES NOMBRES RATIONNELS .....	79
IV.1 Aperçu historique .....	79
IV.2 Introduction à la notion de transformation : la multiplication et le point de vue dynamique .....	83
IV.3 Construction des rationnels par extension fonctionnelle et ensembliste .....	86
IV.4 Représentations numériques des rationnels .....	88
IV.5 Diviser... pour (essayer de) régner .....	90
Chapitre V. DES NOMBRES IRRATIONNELS À L'INFINI .....	95
V.1 Définitions numérique et algébrique des nombres irrationnels et réels .....	95
V.2 Aperçu historique .....	97
V.3 Les nombres et l'infinité mathématique .....	115
V.4 Un concept structural : l'ordre .....	120
V.5 Quelques aspects de l'évolution des mathématiques .....	130
V.6 Retour à la géométrie .....	134
Chapitre VI. INTERMÈDE .....	137
Chapitre VII. LES NOMBRES COMPLEXES .....	141
VII.1 Premiers pas : les nombres étranges de Chuquet-Cardan .....	141
VII.2 L'extension de la multiplication et les logarithmes .....	144
VII.3 Le rôle joué par la prise en compte des objets en mouvement : la trigonométrie .....	145
VII.4 Une controverse utile .....	150
VII.5 Quand les fruits finissent par mûrir .....	159
VII.6 Les nombres complexes de Chuquet-Cardan : le point de vue algébrique .....	165

VII.7 Les représentations géométriques des nombres complexes .....	172
VII.8 Interprétations dynamiques des nombres réels et complexes .....	177
VII.9 Conclusion.....	184

Chapitre VIII. QUELQUES EXTENSIONS .....	187
VIII.1 Généralités .....	187
VIII.2 La théorie de Galois et ses prolongements .....	189
VIII.3 Généralités sur les travaux de l'école anglaise .....	195
VIII.4 Hamilton et la structure des espaces vectoriels .....	196
VIII.5 Peut-on multiplier entre eux deux vecteurs ? Produit extérieur, produit vectoriel, produit scalaire, produit tensoriel : les apports de Grassmann.....	198
VIII.6 Les quaternions ou nombres de Hamilton .....	203
VIII.7 Les octonions .....	210
VIII.8 Les ensembles de nombres précédents en tant qu'algèbres .....	211
VIII.9 Les algèbres (des nombres) de Clifford .....	212

Chapitre IX. CONCLUSION : QU'EST-CE QU'UN NOMBRE ?.....	215
---	-----

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE.....	225
-----------------------------	-----

INDEX TERMINOLOGIQUE .....	231
----------------------------	-----

INDEX DES NOMS PROPRES .....	233
------------------------------	-----