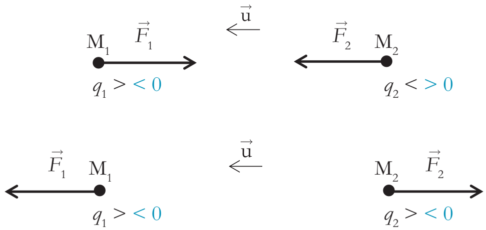
Au cours du XVIIIe siècle, Charles Auguste Coulomb a étudié les propriétés de la force électrostatique qu'exerce une charge q_1 sur une charge q_2. Il a déduit de ses mesures, qu'entre deux charges au repos, il existe une force dirigée suivant la ligne qui les joint[1]. Cette force est attractive si les deux charges en interaction sont de signes opposés, et répulsive si elles sont de même signe. Elle est proportionnelle au **produit des charges** et **inversement proportionnelle au carré de la distance** qui les sépare.



$\vec{u}$ est un vecteur unitaire et $\vec{F}_i$ est la force électrostatique (force de Coulomb) exercée sur q_i.

$$\overrightarrow{\boldsymbol{F}_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u} = -\overrightarrow{\boldsymbol{F}_2}$$

avec r_{12} = distance qui sépare q_1 de q_2 et $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \times 10^9$ *SI*.[2]

où $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ SI ($kg^{-1} \cdot m^{-3} \cdot s^2 \cdot C^2$) est une constante fondamentale appelée **permittivité du vide**.

REMARQUES

- Cette expression de la force n'est valable que pour des charges immobiles.
- L'égalité $\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$ traduit le principe d'action et de réaction de la mécanique classique.
- La force électrostatique possède la même forme mathématique que celle de la force gravitationnelle $F_g = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

EXEMPLE

La valeur absolue de la force de répulsion coulombienne entre deux charges de 1 C situées à 1 km l'une de l'autre est égale à 9×10^3 N, soit le poids d'une masse d'environ 900 kg.

1. La force ressentie par une charge ponctuelle est donc radiale.
2. *SI* représente les unités du système international.

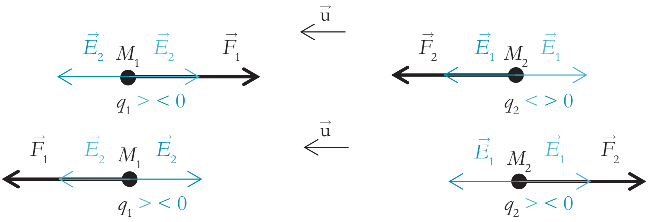
Cas de deux charges en présence

La force de Coulomb peut s'écrire sous la forme $\overrightarrow{F_1} = q_1\ \overrightarrow{E_2}$, dans laquelle $\overrightarrow{E_2}$ dépend de q_2 et se nomme champ électrostatique (i.e. champ électrique indépendant du temps). L'intérêt de cette écriture, dans laquelle l'une des charges est séparée du reste de la force de Coulomb, réside en ce que l'on peut clairement distinguer ce qui dépend uniquement de la particule qui subit la force électrostatique de ce qui l'exerce, depuis l'extérieur. Ce champ $\overrightarrow{E_2}$ est engendré par la charge q_2. De même, on a $\overrightarrow{F_2} = q_2\ \overrightarrow{E_1}$, dans laquelle $\overrightarrow{E_1}$ dépend de q_1 et est le champ électrostatique produit par q_1. On peut, alors, écrire :

$$\overrightarrow{E_2}\left(M_1\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{12}^2}\vec{u} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{E_1}\left(M_2\right) = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}^2}\vec{u}$$

M_1 est la position de q_1, M_2 est la position de q_2, $\mathrm{r}_{12} = M_2M_1$ et $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{M_2M_1}}{M_2M_1}$.

L'unité du champ électrostatique est le volt par mètre [V/m], que l'on peut aussi se représenter comme étant une force [N] par unité de charge [N/C].



On résume tout ce qui vient d'être dit en écrivant que la loi de Coulomb décrit la force ressentie par une charge q en un point M qui baigne dans un champ électrostatique $\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M})$ produit par une charge q' se trouvant en un point M' :

$$\vec{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{q}\ \vec{\boldsymbol{E}}\left(\boldsymbol{M}\right)$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\pi\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{q'}}{\boldsymbol{M'M}^3}\overrightarrow{\boldsymbol{M'M}}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{M}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\pi\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{q'}}{\boldsymbol{M'M}^2}$$

Cas de plusieurs charges discrètes

Il convient maintenant de se souvenir que la force est une grandeur additive. Ainsi, lorsqu'une charge q se trouvant en un point M est voisine de plusieurs charges q_i', chacune se trouvant en un point M_i', la force $\vec{F}$ ressentie par q

est égale à la somme des forces coulombiennes $\overrightarrow{F_i}$ exercées par chacune des charges q_i' aux alentours :

$$\vec{F}(M) = \sum_i \vec{F_i}(M) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\, q_i'}{M_i'M^3} \overrightarrow{M_i'\, M}$$

En factorisant cette expression par q, on en déduit l'expression du champ électrique total ressenti par la charge q et exercé par l'ensemble des charges extérieures q_i' :

$$\boldsymbol{\vec{F}(M) = q\ \vec{E}(M)}$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\vec{E}(M) = \sum_i \vec{E_i}(M) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i'}{M_i'M^3} \overrightarrow{M_i'\, M}}$$

Cas d'une distribution continue de charges

La plupart des matériaux contiennent un nombre gigantesque de particules chargées (électrons et ions). Si on ne s'intéresse pas à ce qui se passe à trop petite échelle, on peut ignorer l'aspect discontinu de leur répartition et les considérer comme étant étalées continûment dans l'espace. On utilise, alors, la notion de distribution de charges volumique, surfacique ou linéique, selon la géométrie du cas étudié.

Distribution volumique

Un élément infinitésimal de charges dq'[1] situé au point M', est réparti dans un volume infinitésimal dV'. La densité volumique de charges au point M', $\rho(M')$, est définie comme le rapport $\frac{dq'}{dV'}$.

$$\boldsymbol{dq' = \rho(M')dV'}$$

La charge dq' produit au point M un champ électrostatique $\overrightarrow{dE}(M)$:

$$\boldsymbol{\overrightarrow{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M}}$$

Ainsi, un volume V', chargé avec une densité volumique de charges[2] $\rho(M')$, produit au point M, un champ électrostatique qui est égal à l'intégrale[3] de $\overrightarrow{dE}(M)$ sur V' :

1. À ne pas confondre avec la charge élémentaire libre comme l'est, par exemple, l'électron.
2. Attention, la densité de charges peut ne pas être homogène, c'est-à-dire peut prendre des valeurs différentes pour des points M′ différents.
3. Dans le cas d'une distribution continue, l'intégrale représente la somme sur tous les dq'.

$$\vec{E}(M) = \iiint_{V'} \overrightarrow{dE}(M) = \iiint_{V'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M}$$

$$= \iiint_{V'} \frac{\rho(M')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{M'M}}{M'M^3} \, dV'$$

ρ(M′) s'exprime en $C{\cdot}m^{-3}$

Distribution surfacique

Lorsque l'élément infinitésimal de charges dq' est réparti sur une surface infinitésimale d'aire dS' de densité surfacique de charges $\sigma(M')$, il produit, au point M, un champ électrostatique $\overrightarrow{dE}(M)$.

$$dq' = \sigma(M')dS'$$

$$\overrightarrow{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M}$$

Ainsi, une surface S', chargée avec une densité surfacique de charges, produit au point M, un champ électrostatique qui est égal à l'intégrale :

$$\vec{E}(M) = \iint_{S'} \overrightarrow{dE}(M) = \iint_{S'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M} = \iint_{S'} \frac{\sigma(M')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{M'M}}{M'M^3} \, dS'$$

σ(M') s'exprime en $C{\cdot}m^{-2}$

Distribution linéique

Lorsque l'élément infinitésimal de charges dq' est réparti sur une ligne infinitésimale de longueur dl' et de densité linéique de charges $\lambda(M')$, il produit, au point M, un champ électrostatique $\overrightarrow{dE}(M)$.

$$dq' = \lambda(M')dl'$$

$$\overrightarrow{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M}$$

Ainsi, une ligne (fil) L', chargée avec une densité linéique de charges, produit au point M, un champ électrique qui est égal à l'intégrale :

$$\vec{E}(M) = \int_{L'} \overrightarrow{dE}(M) = \int_{L'} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{M'M^3} \overrightarrow{M'M} = \int_{L'} \frac{\lambda(M')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{M'M}}{M'M^3} \, dl'$$

λ(M') s'exprime en $C{\cdot}m^{-1}$