L'EFFET SAGNAC

Des énigmes théoriques aux applications pratiques

Un splendide effet relativiste à découvrir

Pierre Spagnou

Préface d'Éric Gourgoulhon

ellipses

CHAPITRE 1

Dans les pas de Georges Sagnac

Dans ce chapitre, nous suivons le raisonnement de Georges Sagnac pour prédire l'effet qui porte son nom et nous détaillons l'expérience qu'il fut le premier à réaliser en 1913.

Une synthèse très complète des travaux de Sagnac en optique (qui ne se limitent pas à la mise en évidence de l'effet qui porte son nom) a été réalisée par Olivier Darrigol [2014].

1.1 Le point de vue de Sagnac

Figure 2. Georges Sagnac (entouré de ses assistants) donnant un cours sur la luminescence (date inconnue)

On doit au physicien français Georges Sagnac (1869-1928) la toute première mesure, en 1913, de l'effet qui porte son nom. Dans quel cadre théorique cet effet a-t-il été prédit ?

Les physiciens de la fin du XIX^{e} siècle étaient convaincus de l'existence de l'éther, un mystérieux milieu de propagation censé osciller au passage de la lumière. C'était un cheminement de pensée plutôt logique, compte tenu des autres ondes connues (océaniques, sismiques, sonores…) qui ont toutes besoin d'un milieu matériel pour se propager (qu'elles font osciller à leur passage). L'idée d'un support pour la propagation des ondes lumineuses remonte en fait à Christian Huygens (1690), mais c'est la théorie corpusculaire de Newton (1704) qui pendant plus de 100 ans a ensuite dominé le paysage. L'hypothèse ondulatoire de Huygens a connu un regain au début du XIX^{e} siècle grâce à Augustin Fresnel et Thomas Young.

Cet éther, immobile dans l'espace absolu, était supposé emplir la totalité de l'espace entre les étoiles puisque la lumière de celles-ci parvient jusqu'à la Terre.

Le caractère ondulatoire de la lumière a été conforté par les travaux de James Maxwell dans les années 1860 : la lumière visible est un cas particulier d'onde électromagnétique. Nous raisonnons toutefois ici (comme Sagnac) dans le cadre de la *théorie de l'éther (stationnaire) de Fresnel* car seules des considérations d'optique classique entrent en jeu.

Sagnac avait en fait échafaudé sa propre théorie[1] avec éther (peu convaincante) à partir de 1899 sur la propagation de la lumière. Les prédictions étaient identiques à la théorie de l'éther de Fresnel, mais l'explication était différente pour la propagation de la lumière dans la matière.

Nous allons dans ce chapitre utiliser le raisonnement des partisans de l'éther de Fresnel (qui était celui de Sagnac pour son expérience) dans le cas particulier d'un circuit circulaire qui est le pourtour d'un disque de rayon R tournant autour de l'axe perpendiculaire à son plan à la vitesse angulaire ω.

Cette configuration pourra aisément être généralisée ensuite à un circuit fermé quelconque.

Nous raisonnons volontairement avec des entités *quelconques* expédiées depuis un même point O du circuit (il peut s'agir d'ondes, de particules ou d'objets macroscopiques). Si l'on imagine l'expérience avec des objets, il va de soi que, pour éviter la collision, il faudrait en fait se limiter par exemple à un demi-circuit pour chacun des voyages à contresens.

Dans les pages qui suivent, nous allons étudier le point de vue d'observateurs différents en précisant bien ce que l'on mesure et comment on procède. La cinématique sera galiléenne, ce qui implique que nous supposons qu'il existe un temps universel unique partagé par toutes les horloges, abstraction faite des dérèglements qu'elles subissent inévitablement.

[1] Pour plus de détails sur cette théorie de Sagnac, on pourra consulter l'article d'Olivier Darrigol [2014] ainsi que la dissertation de Regino Martinez-Chavanz [1980].

1.2 Raisonnement dans le référentiel tournant

Considérons deux entités quelconques (ondes, particules, objets macroscopiques) voyageant à contresens à partir d'un émetteur-récepteur (losange) qui tourne avec le circuit, comme indiqué sur la figure ci-dessous. Les vitesses sont supposées constantes par rapport au circuit le long du trajet mais pas nécessairement identiques dans les deux sens.

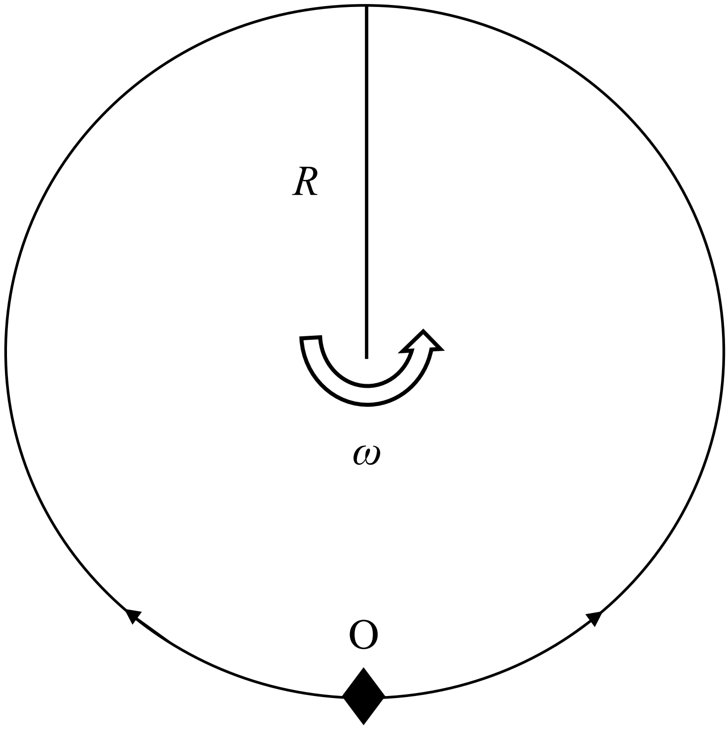

Figure 3. Schéma de principe pour l'effet Sagnac avec un circuit circulaire

v_+ est la vitesse constante mesurée *localement* par rapport au disque tournant pour le parcours dans le sens de la rotation.
v_- est la vitesse constante mesurée *localement* par rapport au disque tournant pour le parcours dans le sens contraire.

Dans le cadre de la cinématique galiléenne (avec un temps universel unique), l'écart de temps à l'arrivée au point O (mesuré par une horloge au point O) entre les deux entités quelconques parties au même instant du point O est donné immédiatement par :

$$\boxed{\Delta\tau = 2\pi R\left(\frac{1}{v_+} - \frac{1}{v_-}\right)}. \tag{1.1}$$

La formule ci-dessus est valable aussi bien pour un disque en rotation que pour un disque immobile dans le référentiel du laboratoire. Elle exprime une constatation triviale : chacune des deux entités parcourt la même circonférence à une vitesse différente (par rapport au circuit), d'où l'écart de temps à l'arrivée.

Le raisonnement de Georges Sagnac pour une onde quelconque

Supposons maintenant que chacune des entités soit une onde (lumineuse ou autre) émise depuis le point O, son milieu de propagation n'étant pas entraîné par la rotation du disque. Notons v_0 la célérité de cette onde dans son milieu, donc dans le référentiel du laboratoire. Cela peut être une onde sonore (dont le milieu de propagation est l'air) ou l'onde lumineuse telle que comprise dans le cadre de la théorie de l'éther de Fresnel (l'éther étant son milieu supposé de propagation).

Vu d'un point quelconque du pourtour du disque qui tourne à la vitesse ω, la loi d'addition des vitesses habituelle (galiléenne) nous permet d'écrire :

$$v_+ = v_0 - R\omega \ \text{ et } \ v_- = v_0 + R\omega. \tag{1.2}$$

Une façon simple de déduire cette formule est de noter que sur l'autoroute, le constat est identique pour la vitesse que nous mesurons pour la voiture qui nous dépasse ou pour celle que nous croisons. La formule (1.1) s'écrit alors :

$$\Delta\tau = 2\pi R\left(\frac{1}{v_0 - R\omega} - \frac{1}{v_0 + R\omega}\right) = \frac{4\pi R^2\omega}{{v_0}^2 - R^2\omega^2}. \tag{1.3}$$

Si on note c la célérité de la lumière dans l'air pour l'expérience dans le laboratoire, on en déduit (la vitesse tangentielle $R\omega$ de rotation du disque étant négligeable devant c) :

$$\Delta\tau \approx \frac{4\pi R^2\omega}{c^2}. \tag{1.4}$$

Pour un circuit fermé entourant une aire quelconque A (en supposant que la rotation s'effectue autour d'un axe perpendiculaire au plan du circuit), l'écart de temps (appelé *délai Sagnac*) est donné par :

$$\boxed{\Delta\tau \approx \frac{4A\omega}{c^2}}. \tag{1.5}$$

C'est exactement le raisonnement utilisé par Oliver Lodge en 1893 pour prédire l'effet. Georges Sagnac fera de même en 1911.

Pour son expérience de 1913, Sagnac ne mesure pas un écart de temps (la précision requise était inaccessible), mais un déphasage entre les deux ondes lumineuses. Il ne mesure pas non plus les vitesses locales v_+ et v_- qui ne sont qu'une étape intermédiaire dans le raisonnement.

Le déphasage s'obtient simplement en multipliant l'écart de temps par $\frac{2\pi}{T}$, où T est la période de l'onde lumineuse utilisée. En remarquant que la longueur d'onde λ est égale à cT, on obtient :

$$\Delta\varphi \approx \frac{8\pi A\omega}{\lambda c}. \tag{1.6}$$

Le raisonnement utilisé précédemment est très simple mais il masque certaines étapes implicites (quasiment jamais mentionnées) qu'il est important de détailler.

Le raisonnement implicite conduisant à la formule (1.1)

Précisons d'abord le mode opératoire qu'il faudrait utiliser si l'on souhaitait mesurer effectivement les vitesses v_+ et v_-.

Cela pourra paraître tautologique avec la cinématique galiléenne (qui est ici notre cadre de raisonnement), mais nous allons voir que les opérations à réaliser sont loin d'être anodines en général.

Il nous faudrait estimer le rapport d'une longueur parcourue à une durée. Mais il est important de noter qu'il s'agit de vitesses dans un seul sens (*one-way* en anglais).

Il faudrait donc placer deux horloges synchronisées sur le pourtour du disque en deux points distincts mais voisins que nous noterons A et B et enregistrer la durée du trajet pour aller du point A au point B pour l'entité utilisée. On pourrait répéter l'opération autant de fois que nécessaire.

Comment nous assurerions-nous que les horloges distantes sont synchronisées ?

Un moyen simple et sûr (quoique pas forcément très pratique) consisterait à déplacer précautionneusement l'une des horloges jusqu'au point B après l'avoir synchronisée avec l'autre horloge au point A.

Si nos deux horloges identiques sont suffisamment stables, elles resteront synchronisées après avoir été séparées et nous pourrions ensuite avec une excellente précision mesurer la vitesse du signal ou de l'entité quelconque pour aller du point A au point B. Nous pourrions répéter l'opération régulièrement pour garantir que les valeurs des vitesses sont tout au long de chacun des parcours respectifs v_+ et v_-.

Bien sûr, d'autres méthodes de synchronisation des horloges seraient possibles. Rien n'interdirait par exemple d'envoyer de petits projectiles d'un point à l'autre.

Même en physique non relativiste, synchroniser des horloges distantes est nécessaire en général car les deux horloges peuvent se dérégler ou ne pas être calées au départ.

Pour mesurer la longueur entre A et B, on pourrait poser bout à bout des petites règles graduées et en déduire la distance qui sépare A et B ou mesurer par la même méthode la longueur totale de la circonférence.

Dans le cas particulier où l'entité utilisée est une onde (lumineuse ou sonore par exemple), à quoi correspondent les vitesses locales v_+ et v_- ?

Les vitesses à prendre en compte sont les vitesses de phase de chaque onde, c'est-à-dire les vitesses de propagation du front d'onde (points de phase donnée), puisque l'observateur au point O mesurera en fait un déphasage suite à l'interférence des deux ondes en ce même point.

Que vaut la vitesse moyenne dans chaque sens pour un tour complet ?

Si la vitesse mesurée localement en tout point du circuit (comme indiqué précédemment) est v_+ (respectivement v_-), alors la vitesse moyenne pour effectuer un tour complet est aussi v_+ (respectivement v_-).

Pour le démontrer, il suffit de remarquer que, si l'on note $v(t)$ la vitesse mesurée localement en tout point du circuit comme indiqué précédemment et $\Delta\tau$ la durée mesurée par l'horloge au point O pour un tour complet dans un sens donné, la vitesse moyenne est donnée dans le cas général par :

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{1}{\Delta\tau} \oint v(t) dt. \tag{1.7}$$

Si la vitesse locale v est constante en tout point du circuit, on en déduit :

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{v}{\Delta\tau} \oint dt = v. \tag{1.8}$$

La vitesse moyenne pour un tour complet étant égale à la vitesse locale, la formule (1.1) s'applique.

Gardons à l'esprit pour la suite que passer d'une vitesse locale à une vitesse moyenne ne va pas de soi, même si cette partie du raisonnement est presque toujours implicite en physique non relativiste. La formule (1.1) n'est donc pas, à proprement parler, triviale.

1.3 Raisonnement dans le référentiel du laboratoire

Afin de bien saisir la situation sous tous ces aspects, il est important d'expliquer ce qui se passe du point de vue du référentiel du laboratoire.

Rappelons que l'entité utilisée peut être une onde mécanique comme l'onde sonore (dont le milieu de propagation est l'air) ou l'onde lumineuse telle que comprise dans le cadre de la théorie de l'éther de Fresnel. Notons v_0 la célérité de cette onde dans son milieu, donc dans le référentiel du laboratoire (puisqu'on suppose que le milieu est stationnaire par rapport au laboratoire).

La durée d'un tour pour le signal émis dans le sens de rotation du disque est obtenue en exprimant la distance parcourue de deux façons :

$$v_0 \Delta t_+ = \mathrm{R}\omega \, \Delta t_+ + 2\pi R. \tag{1.9}$$

On écrit que la distance parcourue pendant la durée Δt_+ (que nous cherchons) est $v_0 \Delta t_+$ mais aussi que cette distance est égale à la circonférence du disque augmentée du trajet correspondant à la rotation du disque durant Δt_+. On en déduit $\Delta t_+ = \frac{2\pi R}{v_0 - R\omega}$.

De même, en remplaçant le « + » par le « − » dans l'équation (1.9), on déduit aisément que la durée d'un tour pour le signal voyageant en sens contraire est $\Delta t_- = \frac{2\pi R}{v_0 + R\omega}$.

L'écart $\Delta\tau$ à l'arrivée entre les deux signaux est donc donné par :

$$\Delta\tau = \Delta t_+ - \Delta t_- = \frac{4\pi R^2 \omega}{{v_0}^2 - R^2 \omega^2}. \tag{1.10}$$

Le raisonnement ci-dessus s'applique à la lumière : il suffit de prendre v_0 égale à c. On retrouve alors la formule (1.4) comme il se doit, en négligeant la vitesse de rotation du disque devant c.

En résumé, dans le référentiel du laboratoire, on explique l'écart de temps à l'arrivée par deux causes : les deux entités voyagent à la même vitesse et ne parcourent pas la même distance pour revenir au point de départ. Dans le référentiel tournant, on explique l'écart de temps par deux causes : les deux entités parcourent la même distance pour revenir au point de départ et ne voyagent pas par rapport au circuit à la même vitesse dans les deux sens.