Introduction à l'arithmétique

Pourquoi le Tage 2® vous interroge-t-il (sans calculatrice) sur des notions d'arithmétique – principalement l'addition, la soustraction, la multiplication et la division – alors que, dans la suite de votre carrière professionnelle, vous pourrez tout à fait utiliser une calculatrice pour faire des calculs à votre place.

Avant de répondre à cette question, il faut noter que les exercices d'arithmétique au Tage 2® ne ressemblent en rien à des exercices de mathématiques.

Certes, il faut savoir maîtriser les concepts élémentaires du calcul mathématiques, mais ce ne sont pas ces calculs qui rendent les exercices de Tage 2® difficiles. **Ce qui rend l'arithmétique si complexe au Tage 2®, c'est le fait de devoir considérer les quatre opérations cardinales d'une manière totalement nouvelle et inhabituelle.** C'est la raison pour laquelle de nombreux exercices d'arithmétiques sont si problématiques pour les candidats : ils les obligent à trouver des moyens novateurs pour « aborder » l'arithmétique de base, des moyens auxquels ils n'ont certainement jamais pensé !

En conséquence, vous constaterez que presque tous les exercices d'arithmétique au Tage 2® peuvent être résolus sans avoir à faire de calculs fastidieux. Les candidats sont fortement récompensés pour leur compréhension conceptuelle de l'arithmétique et non pour leur capacité à exécuter un long calcul fractionnel par exemple.

Mais alors, pourquoi le Tage 2® teste-t-il vos connaissances de cette manière ? Car ces exercices ressemblent beaucoup à des études de cas conçues pour mesurer votre aptitude à analyser des informations. Les mathématiques sont un langage universel, et l'arithmétique en particulier est un langage que nous maîtrisons tous. En tant que tel, le Tage 2® permet de vous placer dans un exercice et voir comment vous organisez, évaluez et extrapolez les informations et données fournies.

Section 1 : calculs arithmétiques

Le Tage 2® ne tire généralement pas sa difficulté d'informations obscures ou de calculs à forte intensité ; en fait, certains des exercices les plus difficiles du test reposent sur votre compréhension des savoirs acquis à l'école primaire, mais exigent que vous voyiez des opérations telles que la soustraction et la division sous un angle différent.

Les quatre opérations cardinales – addition, soustraction, multiplication et division – seront pour vous des outils essentiels permettant d'effectuer les calculs nécessaires à la résolution de la quasi-totalité des exercices. Vous devez vous entraîner à faire des calculs à la main et dans votre tête afin d'effectuer ces opérations le plus rapidement possible – à chaque fois que cela est possible. Plus important encore, vous devrez renforcer non seulement votre rapidité à effectuer des calculs, mais également votre capacité à les « comprendre ». Intéressons par exemple à un exercice transformant la soustraction et l'addition en un véritable défi.

Additions et soustractions

❑ **Exercice 1.** Dans l'opération ci-dessous, les symboles Δ et ∂ représentent chacun un chiffre différent.
Quelle est la valeur de Δ ?

$$\begin{array}{r} \Delta\partial\partial \\ -\quad \Delta\Delta \\ \hline 667 \end{array}$$

A. 3
B. 4
C. 5
D. 8

■ **Exercice 1. Correction**
Comme souvent, le plus difficile dans cet exercice est de commencer. Même s'il s'agit ici d'un exercice de soustraction, il faut le considérer comme une addition (667 + ΔΔ = Δ∂∂) et envisager la logique suivante : Si vous ajoutez un « nombre à deux chiffres » à 667, le résultat se situera autour de 700 (entre 677 et 766). Toutefois, vous noterez que si le symbole Δ était un 6, vous ajouteriez 66 à 667, ce qui ne fonctionne pas : le résultat serait supérieur à 700 alors que le symbole Δ a été désigné comme étant un 6. Par conséquent, le symbole Δ est nécessairement un 7. À ce stade,

vous pouvez vérifier votre conclusion et voir que tout cela est cohérent : 677 + 77 = 744 (de la forme Δ∂∂, avec Δ = 7).

Remarque : ne laissez pas les concepteurs du Tage 2® vous tromper avec de l'abstrait, vous savez faire une soustraction ! Cet exercice n'est délicat que parce qu'il est présenté avec des symboles. Lorsque vous êtes face à ce type d'exercices, envisager des étapes intermédiaires ou imaginer des exemples simples pour contourner la difficulté. Dans notre exercice, vous pouvez utiliser le fait que, lorsque vous soustrayez un « nombre à deux chiffres » d'un « nombre à trois chiffres » et le résultat se situe dans les 700, le nombre à trois chiffres doit être compris entre 650 et 750 : il suffit alors de tester les deux nombres possibles (6 et 7) et voir lequel fonctionne.

Multiplication

❑ **Exercice 2**. Dans la multiplication ci-dessous, chaque lettre minuscule représente un chiffre positif et le chiffre des dizaines du résultat est un « 0 ». Que vaut e ?

$$\begin{array}{r} abcde9 \\ \times \quad 9 \\ \hline \ell mno0p \end{array}$$

A. 2
B. 4
C. 7
D. 8

■ **Exercice 2. Correction**

Cet exercice est plus facile à résoudre que le précédent mais comporte tout de même quelques embûches. Commençons par multiplier 9 par 9, ce qui nous donne 81. Dans le résultat final, nous mettons donc un « 1 » à la place du « p », et nous retenons « 8 ».
*Ensuite, vous multipliez le « 9 » par e et obtenez un nombre à quoi vous ajoutez le « 8 » de la retenue. Comme il y a un « 0 » dans le chiffre des dizaines du résultat, vous savez que « **9 × e + 8** » donne un nombre dont le chiffre des unités est un « 0 ». Donc, le chiffre des unités de « 9 × e » est un… 2 !*
Dans ce cas, la seule valeur possible de e *est un 8 (car 9 × 8 = 72).*

Remarque : si vous êtes en difficulté face à un exercice abstrait – comme les deux précédents – n'oubliez pas la possibilité de partir des réponses. Si cette méthode (appelée *backsolving*) est souvent fastidieuse, il arrive parfois que le simple fait d'essayer les propositions de réponse vous donne le résultat.

Division

Dans les exercices de soustraction et de multiplication précédents, vous avez vu comment les concepteurs du Tage 2® peuvent prendre une opération simple – que vous avez effectuée toute votre vie – et la rendre confuse. Stratégiquement, il est souvent utile d'effectuer cette même opération avec de petits nombres afin de mieux comprendre l'exercice.

❑ **Exercice 3.** Lorsque m est divisé par n, le reste est égal à 14. Si $\frac{m}{n} = 65{,}40$, que vaut n ?

A. 14
B. 27
C. 35
D. 42

■ **Exercice 3. Correction**

Dans tout exercice de division, il est essentiel de comprendre la relation entre le <u>reste</u> de la division et le <u>quotient décimal</u> de cette division.

Prenons par exemple le cas de la fraction suivante : $\frac{7}{2}$.

⇒ *Cette expression est égale à 3,5.*
⇒ *Cette expression est aussi égale à 3 avec un reste de 1.*

Comment sommes-nous passés du reste « 1 » au nombre décimal « 0,5 » ? En prenant le reste de la division (1) et en le divisant par le diviseur (2). D'un point de vue général, le reste divisé par le diviseur crée la partie décimale du quotient de l'opération.

Ainsi, dans notre exercice, le reste (14) divisé par le diviseur (n) donne la décimal 0,4.
Autrement dit, $14 = 0{,}4 \times n$.

En résolvant le système, on obtient n = 35. La proposition C est la bonne réponse. Il est important de noter que vous ne pouvez pas simplement résoudre l'exercice comme il était possible de le faire avec les deux premiers exercices : vous devez comprendre comment fonctionne le processus de division !

Remarque : en regardant l'énoncé de notre exercice, il était difficile de saisir que le nombre 65 était inutile dans la résolution. En effet, pour déterminer la valeur du diviseur n, il suffisait d'avoir le reste de la division (14) et la partie décimale du quotient (0,4). Mais, si vous ne connaissiez pas l'écriture exacte d'une division, il est probable que vous essaierez sans succès de tirer parti du nombre 65 d'une manière ou d'une autre. Bien que vous deviez toujours essayer de tirer parti de toute information donnée dans un exercice, méfiez-vous de l'élément d'information inséré qui vous envoie dans la mauvaise direction.

En savoir plus sur la division

L'exercice précédent nous a montré comment les concepteurs du Tage 2® aiment interroger les candidats sur la division : Il ne s'agit pas vraiment de tester leurs compétences en calcul, mais plutôt leur capacité à « déstructurer » le processus de division qu'ils ont appris à l'école primaire. Pour maîtriser les opérations cardinales, il ne suffit pas de connaître les étapes nécessaires à la résolution d'un exercice ; il faut également connaître le rôle de chaque élément.

Dividende = Diviseur × Quotient + Reste

En d'autres termes, en divisant un entier m par un entier n (où $n \neq 0$), il existe deux nombres x et y tels que : $m = n \times x + y$. On appelle x le quotient, y le reste, m le dividende et n le diviseur.

Si l'on prend par exemple l'expression $\frac{25}{8}$, il y a trois façons d'exprimer le résultat :

- = 3, et il reste 1
- $= 3 + \frac{1}{8}$
- = 3,125

Il faut également savoir ce qu'il se passe lorsqu'on divise un petit nombre par un nombre plus grand.

❑ **Exercice 4.** Quelle est la valeur du quotient lorsque l'on divise 3 par 8 ?

■ **Exercice 4. Correction**

Il est important de rappeler que le quotient et le reste d'une division entre deux entiers seront toujours des nombres entiers. Donc, dans notre exercice : 3 = 0 × 8 + 3. En conclusion, si vous divisez un petit entier par un plus grand entier, le quotient sera toujours égal à zéro et le reste sera toujours le dividende.

❑ **Exercice 5.** Si 22 023 – n est divisible par 11, avec $0 \leq n \leq 11$, que vaut n ?

A. 1
B. 3
C. 5
D. 7

■ **Exercice 5. Correction**

Pour répondre à cette question, commençons par prendre un exemple simple : Si 25 – m est divisible par 8, et 0 ≤ m ≤ 8, que vaut m ? Vous avez trouvé le résultat en moins de quinze secondes : m = 1. En effet, connaissant depuis toujours les multiples de 8 proches de 25, la question était simple. Maintenant, revenons à notre exercice. La question semble difficile parce que vous ne comprenez pas ce qu'elle demande vraiment, à savoir : le reste de la division de 22 023 par 11. En d'autres termes, si 22 023 est divisible par 11, alors n = 0. Mais, si ce n'est pas le cas, n représente ce qui reste après que 22 023 ait été divisé par 11 (ce qu'on appelle le reste) !

Rappelez-vous de l'exercice précédent : si vous soustrayez le reste du dividende, vous obtiendrez le produit « Diviseur × Quotient ». Par conséquent, le n de notre exercice – ou le m dans l'exemple – est simplement le reste. Résoudre l'exercice revient donc à déterminer le reste lorsque 22 023 est divisé par 11. Comme vous savez que 22 est divisible par 11, vous savez que 22 022 est divisible par 11. Ainsi, il est évident que la division de 22 023 par 11 donnera un reste égal à 1. Par conséquent, n = 1.

Remarque : il existe peu d'outils permettant aux concepteurs de rendre les exercices d'arithmétique complexes. Dans les exercices précédents, nous avons vu deux méthodes utilisées par ces derniers : rendre l'exercice abstrait (exercice n° 1 et n° 2) ou vous amenez sur une fausse piste (exercice n° 3). Une autre méthode consiste à utiliser des nombres importants et gênants qui masquent la simplicité du concept sur lequel vous êtes interrogé.

Calculer rapidement

Comme nous l'avons vu jusqu'à présent, les concepteurs du Tage 2® ont trouvé des moyens astucieux pour mesurer votre compréhension conceptuelle des quatre opérations cardinales. Il est cependant important de ne pas seulement comprendre ces opérations mais d'être également capable de les effectuer rapidement. Considérez que, si vous pouvez réduire votre temps de calcul de seulement 10 secondes par question, vous gagnerez près de 3 minutes sur l'épreuve de Calcul. Ces minutes pourraient vous permettre d'obtenir trois ou quatre réponses correctes supplémentaires et augmenter ainsi votre score de plus de 20 points !

Vous constaterez qu'un certain nombre de calculs peuvent être effectués plus rapidement de tête qu'en les tapant sur une calculatrice (de toutes les façons, vous n'aurez pas le droit à la calculatrice lorsque vous passerez le Tage 2®). Et, sachez qu'avec de l'entraînement, tous les candidats peuvent devenir des experts du calcul mental.

Voici quelques exercices mettant en évidence les meilleures stratégies de calcul :

❑ **Exercice 6**. Quelle est la valeur de 12×15 ?

A. 160
B. 170
C. 180
D. 190

❑ **Exercice 7**. Quelle est la valeur de 12×13 ?

A. 166
B. 145
C. 178
D. 210

❑ **Exercice 8**. Quelle est la valeur de 17×23 ?

A. 361
B. 381
C. 402
D. 417

❑ **Exercice 9**. Quelle est la valeur de 133×256 ?

A. 34 045
B. 34 046
C. 34 047
D. 34 048

❑ **Exercice 10**. Quelle est la valeur de $18 \times 14 \div 12 \div 21$?

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

■ **Exercice 6. Correction**

Ce calcul s'effectue rapidement si vous le décomposez.
$10 \times 15 + 2 \times 15 = 150 + 30 = 180$, ou 12×10 + la moitié du résultat $= 120 + 60 = 180$.
Dans les deux cas, en simplifiant le calcul, il devient facile de trouver le résultat.

■ **Exercice 7. Correction**

Ce calcul s'effectue rapidement si vous connaissez par cœur vos carrés.
$12 \times 13 = 12^2 + 12 = 144 + 12 = 166$.

■ **Exercice 8. Correction**

Ce calcul s'effectue rapidement si vous savez jouer avec les identités remarquables.
$17 \times 23 = (20 - 3) \times (20 + 3) = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$.

■ **Exercice 9. Correction**

Comme vous l'avez vu dans les exercices précédents, la beauté du Tage 2® est qu'il vous offre des propositions de réponse. Sans calculer ce nombre, vous savez qu'il se terminera par le chiffre 8, et cette connaissance seule vous permet de répondre à la question.