Partie 2
L'informatique quantique

Chapitre 6
Le bit quantique

1. Vers le bit quantique

1.1 Du bit au bit quantique

Le bit quantique dont l'écriture est habituellement simplifiée en **qubit**, voire **qu-bit**, ou encore **qbit** est l'unité de base de stockage en informatique quantique. C'est l'équivalent du bit de l'informatique classique. En effet, dans un ordinateur, l'ensemble des informations qui circulent sont réductibles à des séquences de « 0 » et de « 1 ». Pour le codage de l'information d'abord, puis lors de son traitement qui utilise intensivement des **portes logiques**. Ces portes sont réalisées matériellement avec des dizaines voire des centaines de millions de transistors qui composent nos ordinateurs. De manière symétrique, nous étudierons par la suite les **portes quantiques** de l'informatique quantique.

Dorénavant, nous prendrons l'écriture qubit pour désigner un bit quantique. Dans la littérature ou dans la presse informatique, le qubit est parfois présenté comme « un bit qui peut valoir à la fois 0 et 1 ». On reconnaît ici le principe de superposition quantique largement étudié précédemment.

C'est effectivement ce principe qui sous-tend la définition d'un qubit qui a comme valeur éligible à la mesure (écrites ici en notation de Dirac) :

– $|0\rangle$ *et* $|1\rangle$ que l'on prononce à l'oral respectivement « ket zéro » et « ket un ».
– On a donc en première approche la mise en équation suivante d'un qubit : $|\psi\rangle = \alpha.|0\rangle + \beta.|1\rangle$.

1.2 Sphère de Bloch

La sphère de Bloch est au cœur de la définition du qubit. Elle porte le nom du physicien suisse **Félix Bloch** (1905 - 1983).

La sphère de Bloch ressemble à ceci :

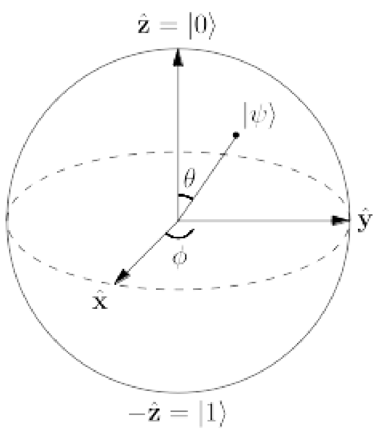

Illustration 2 : représentation de la sphère de Bloch

On a donc une sphère qui a les caractéristiques suivantes :

– La sphère est placée dans ce que l'on appelle un **espace de Hilbert**.
– L'axe z indique les deux valeurs $|0\rangle$ et $|1\rangle$.
– Le qubit consiste en un état quantique $|\psi\rangle$ qui est une combinaison linéaire des deux valeurs précitées.

– Cet état quantique (le qubit) est positionné sur la sphère et fait les angles suivants avec les différents axes du repère :
  – l'angle θ avec l'axe z.
  – l'angle ϕ avec l'axe x.

On a par ailleurs les égalités suivantes :

– Pour rappel, $|\psi\rangle = \alpha.|0\rangle + \beta.|1\rangle$.

– La somme des coefficients α et β, respectivement élevés au carré est égale à 1, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Signalons au passage que le qubit est en général initialisé à la grandeur $|0\rangle$.

À ce stade, rien de nouveau. En effet, on définit le qubit comme un état quantique un peu particulier, mais de la même façon que celle explicitée dans la première partie du livre. Toutefois, les différents angles définis dans la sphère de Bloch peuvent nous permettre d'expliciter d'autres équations mettant en jeu le qubit et justement ces angles. En l'occurrence, on utilise différentes projections puis la formule d'Euler pour établir l'équation suivante. Nul besoin de redémontrer l'équation pour comprendre la suite. Il est suffisant de savoir que la formule d'Euler se place dans le monde des complexes tel que nous l'avons étudié dans le chapitre La superposition quantique. Il faut juste se souvenir qu'elle est établie à partir des angles θ et ϕ de la sphère de Bloch :

– $|\psi\rangle = \cos(\frac{\theta}{2}).|0\rangle + e^{i\phi}.\sin(\frac{\theta}{2}).|1\rangle$

– Les coefficients α et β dans l'équation suivante $|\psi\rangle = \alpha.|0\rangle + \beta.|1\rangle$ se définissent donc ainsi :
  – $\alpha = \cos(\frac{\theta}{2})$
  – $\beta = e^{i\phi}.\sin(\frac{\theta}{2})$

Toujours grâce à des règles trigonométriques, on peut établir les coordonnées correspondant à ce qubit dans le repère tridimensionnel xyz associé à la sphère de Bloch :

- $x = \sin\theta \,.\, \cos\phi$
- $y = \sin\theta \,.\, \sin\phi$
- $z = \cos\theta$

1.3 Résumé du cycle de vie d'un qubit

À ce stade, nous pouvons faire un premier résumé avant de passer à la suite.

Un qubit est donc en général initialisé à $|0\rangle$.

Ensuite, l'algorithme quantique auquel il sera soumis fera varier sa valeur. On le soumet en général à ce qui est appelé des portes quantiques. Ces dernières correspondent à des opérateurs linéaires et donc réversibles. Au gré de ces opérations linéaires, le vecteur $(\alpha\ \beta)$ voit ses deux composantes varier, mais toujours avec une norme égale à 1. C'est-à-dire que l'on conserve forcément $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Suite à la lecture du qubit, sa valeur est forcément $|0\rangle$ ou $|1\rangle$. En effet, la mesure rompt – comme nous l'avons vu précédemment - le principe de superposition. Exprimé autrement, l'observation de la valeur du qubit la fixe irrémédiablement à $|0\rangle$ ou à $|1\rangle$.

Remarque

Lors de l'initialisation ou lors de la lecture, on accède à une valeur du qubit égale à $|0\rangle$ ou $|1\rangle$. Entre l'initialisation et la lecture, le qubit est en état superposé et est donc à même de prendre une infinité de valeurs.

2. Définition vectorielle du bit quantique

Détaillons un peu plus encore les différentes valeurs possibles d'un qubit et ses possibles variations. Pour cela, nous allons utiliser une approche vectorielle.

2.1 Exemple à un qubit

Détaillons les valeurs $|0\rangle$ et $|1\rangle$ en explicitant les coefficients α et β dans leurs écritures vectorielles respectives.

– $|0\rangle = 1.|0\rangle + 0.|1\rangle;$; correspondant donc au vecteur (1 0).

– $|1\rangle = 0.|0\rangle + 1.|1\rangle;$; correspondant donc au vecteur (0 1).

On peut alors tenter d'écrire les formes vectorielles quand on a deux qubits.

2.2 Exemple à deux qubits

Quand on a deux qubits, on a évidemment quatre valeurs possibles mesurables qui sont les suivantes :

– $|00\rangle$

– $|01\rangle$

– $|10\rangle$

– $|11\rangle$

On a donc la combinaison linéaire habituelle suivante avec les coefficients α, β, γ et δ :

– $|\psi\rangle = \alpha.|00\rangle + \beta.|01\rangle + \gamma.|10\rangle + \delta.|11\rangle$

On peut donc alors et comme précédemment déterminer les vecteurs associés à chaque valeur mesurable :

– $|00\rangle = 1.|00\rangle + 0.|01\rangle + 0.|10\rangle + 0.|11\rangle$

  – Correspondant donc au vecteur (1 0 0 0)

- $|01\rangle = 0.|00\rangle + 1.|01\rangle + 0.|10\rangle + 0.|11\rangle$
  - Correspondant donc au vecteur (0 1 0 0)
- $|10\rangle = 0.|00\rangle + 0.|01\rangle + 1.|10\rangle + 0.|11\rangle$
  - Correspondant donc au vecteur (0 0 1 0)
- $|11\rangle = 0.|00\rangle + 0.|01\rangle + 0.|10\rangle + 1.|11\rangle$
  - Correspondant donc au vecteur (0 0 0 1)

Les quatre vecteurs ainsi définis forment une **base vectorielle de dimension 4** nous permettant d'écrire la combinaison linéaire décrivant n'importe quel état quantique avant mesure.

Remarque

Pour des raisons pratiques, les vecteurs ont été écrits ici horizontalement. Rien n'empêche toutefois de les écrire verticalement.

Ainsi, on aurait pu écrire (0 0 0 1) sous cette forme $\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$

Remarque

On a vu dans cette partie que deux qubits assemblés deux à deux atteignent quatre états simultanés. Trois qubits assemblés permettent d'atteindre huit états, etc. selon un nombre d'états égal à 2 $^{\text{nombre de qubits}}$*. Si le nombre de qubits dépasse 300, le nombre d'états coexistants est supérieur au nombre d'atomes dans l'univers.*

Les fondements de l'informatique quantique se trouvent donc dans la définition de ce bit quantique. L'objectif à présent est d'aller en direction de l'algorithmie quantique en développant et présentant la notion de porte quantique. Ensuite sera étudiée la conception même d'un ordinateur quantique et la fabrication concrète d'un bit quantique, par exemple.