

Table des matières

1	Les nombres complexes	9
1.1	Propriétés algébriques	10
1.2	Propriétés topologiques	12
1.3	L'infini en analyse complexe	18
1.4	Exercices	20
2	Les fonctions complexes	23
2.1	Fonctions continues	23
2.2	Polynômes et fonctions rationnelles	27
2.3	La fonction exponentielle	29
2.4	Application aux séries de Fourier	32
2.5	Exercices	34
3	Les fonctions holomorphes	37
3.1	Dérivabilité	37
3.2	Les équations de Cauchy-Riemann	39
3.3	Exercices	42
4	Le calcul intégral	45
4.1	Propriétés des courbes	45
4.2	Intégrales curvilignes	48
4.3	Les théorèmes de Cauchy	50
4.4	Le logarithme	56
4.5	Exercices	58
5	Propriétés analytiques des fonctions holomorphes	61
5.1	L'analyticité	61
5.2	La propriété des zéros isolés	63
5.3	La propriété du module maximum	65
5.4	Exercices	66

6	Le calcul des résidus	69
6.1	Singularités isolées	69
6.2	Résidus	73
6.3	La propriété de l'application ouverte	75
6.4	Application aux transformées de Fourier	77
6.5	Application au calcul d'intégrales diverses	79
6.6	Exercices	84
7	Propriétés géométriques des fonctions holomorphes	87
7.1	Transformations conformes	87
7.2	Les transformations homographiques	89
7.3	Exercices	93
8	Les fonctions harmoniques	95
8.1	L'équation de Laplace	95
8.2	Propriétés	97
8.3	Application aux EDP	98
8.4	Exercices	103
9	Solutions des exercices	105
9.1	Les nombres complexes	105
9.2	Les fonctions complexes	112
9.3	Les fonctions holomorphes	116
9.4	Le calcul intégral	119
9.5	Propriétés analytiques des fcts holomorphes	125
9.6	Le calcul des résidus	128
9.7	Propriétés géométriques des fcts holomorphes	133
9.8	Les fonctions harmoniques	137
	Bibliographie	141
	Index	143