

# **INITIATION À LA MÉCANIQUE QUANTIQUE**

## CHEZ LE MÊME ÉDITEUR

### **Collection Sciences Sup**

*Cours de mécanique quantique*, Y. Ayant et E. Belorizky.

*Précis de mécanique quantique*, D. Canet.

*Introduction à la mécanique quantique*, J. Hladik et M. Chrysos.

*Mécanique quantique - Atomes et molécules - Applications technologiques*,  
J. Hladik, M. Chrysos et P.E. Hladik

### **Collection Les cours de référence**

*Cours de physique - 4. Physique quantique*, Berkeley.

*Mécanique quantique*, R. Feynman, R. Leighton et M. Sands.

*Mécanique quantique 1*, A. Messiah.

*Mécanique quantique 2*, A. Messiah.

### **et aussi...**

*Quantique - Rudiments*, J.M. Lévy-Leblond et F. Balibar.

*Exercices corrigés de mécanique quantique*, J. Hladik.

# INITIATION À LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

Approche élémentaire  
et applications

***Elie Belorizky***

Professeur de physique  
à l'université Joseph Fourier  
(Grenoble 1)

DUNOD

Illustration de couverture : © *Slawian - Shutterstock.com*

Ce pictogramme mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du **photocopillage**.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les

établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la

possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation du Centre français d'exploitation du droit de copie (**CFC**, 20 rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).

**DANGER**



**LE PHOTOCOPIAGE  
TUE LE LIVRE**

© Dunod, 2003, 2021, pour les nouvelles présentations

© Éditions Nathan, Paris, 1997, pour la précédente édition

ISBN 978-2-10-083632-1

Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite selon le Code de la propriété intellectuelle (Art L 122-4) et constitue une contrefaçon réprimée par le Code pénal. • Seules sont autorisées (Art L 122-5) les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, ainsi que les analyses et courtes citations justifiées par le caractère critique, pédagogique ou d'information de l'œuvre à laquelle elles sont incorporées, sous réserve, toutefois, du respect des dispositions des articles L 122-10 à L 122-12 du même Code, relatives à la reproduction par reprographie.

# Table des matières

AVANT-PROPOS	1
CHAPITRE 1 • LES ASPECTS QUANTIQUES DU RAYONNEMENT ET DE LA MATIÈRE	3
1.1 Les échecs de la mécanique et de l'électromagnétisme classiques	3
1.1.1 L'instabilité des atomes	4
1.1.2 Les chaleurs spécifiques	6
1.2 Le rayonnement du corps noir	7
1.3. L'effet photoélectrique	10
1.4 Quelques applications de l'effet photoélectrique	13
1.4.1 Le multiplicateur d'électrons	13
1.4.2 Le télescope infrarouge	14
1.4.3 L'iconoscope	15
1.5 L'effet Compton	15
1.6 L'annihilation et la création de paires électron-positron	18
1.7 Les aspects corpusculaires et ondulatoires de la lumière	20
1.8 Les postulats de Bohr. La quantification de l'énergie	21
1.8.1 La multiplicité des niveaux	22
1.8.2 La durée de vie des niveaux	23
1.9 L'expérience de Franck et Hertz	23

---

<b>CHAPITRE 2 • L'ANCIENNE MÉCANIQUE QUANTIQUE</b>	27
2.1 La théorie de Bohr-Sommerfeld	27
2.2 Quelques applications	29
2.2.1 Particule dans un puits rectangulaire infiniment profond	29
2.2.2 Particule enfermée dans une boîte parallélépipédique	29
2.2.3 Le mouvement circulaire uniforme	30
2.3 L'atome d'hydrogène	31
2.3.1 La correction d'entraînement	34
<b>CHAPITRE 3 • LE PRINCIPE D'INCERTITUDE ET L'ASPECT ONDULATOIRE DE LA MATIÈRE</b>	37
3.1 Le principe d'incertitude de Heisenberg	37
3.2 La quatrième relation d'incertitude	40
3.3 La vitesse de phase et la vitesse de groupe	42
3.4 L'onde associée de Louis de Broglie	45
3.5 La diffraction des rayons X et des électrons	48
3.6 Applications	50
3.6.1 La microscopie électronique	50
3.6.2 La diffraction neutronique	51
3.7 L'onde associée et le principe d'incertitude	52
3.8 Les ondes stationnaires et la quantification de l'énergie	53
<b>CHAPITRE 4 • LA NOTION DE FONCTION D'ONDE. L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER ET SES APPLICATIONS</b>	55
4.1 Les fonctions d'onde	55
4.2 Le principe de superposition linéaire des états	57
4.3 La probabilité de présence	58
4.3.1 Les états liés	58
4.3.2 Les états non liés	59
4.4 L'Équation de Schrödinger	60

---

4.5	Les états liés d'un puits de potentiel	63
4.6	L'étude des discontinuités de potentiel	67
4.7	Les premières applications	67
4.7.1	Particule dans un puits rectangulaire infiniment profond	67
4.7.2	Particule dans une boîte parallélépipédique	69
4.8	L'oscillateur harmonique à une dimension	70
4.9	Les états non liés. L'effet tunnel	72
4.10	La transparence d'une barrière rectangulaire	74
4.11	L'approximation semi-classique	75
4.11.1	Application à la radioactivité $\alpha$	77
4.12	Les interférences quantiques	80
<b>CHAPITRE 5 • LA MÉCANIQUE QUANTIQUE ET SES PERSPECTIVES</b>		<b>83</b>
5.1	L'équation d'évolution de Schrödinger	83
5.2	La quantification du moment cinétique	84
5.2.1	Le moment cinétique orbital	84
5.2.2	Le moment magnétique orbital	86
5.2.3	Le spin d'une particule	86
5.2.4	La composition des moments cinétiques	87
5.3	L'atome d'hydrogène	89
5.4	L'atome à plusieurs électrons. Principe de Pauli	91
5.5	Quelques étapes importantes	94
5.6	Les interactions et les particules fondamentales	97
5.6.1	Les quarks	99
5.6.2	L'interaction électrofaible	100
5.7	Le rayonnement cosmique de l'Univers	101
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>		<b>103</b>

<b>ANNEXES</b>	105
1. Compléments à la théorie du corps noir (chap. 1, §2)	105
2. Formation d'un paquet d'onde (chap. 3, §3)	107
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	109
<b>INDEX</b>	111

# Avant-propos

La mécanique quantique et la théorie de la relativité représentent les deux plus grandes avancées conceptuelles de la physique au  $xx^e$  siècle. Il est impossible de comprendre les phénomènes de la microphysique (physique des atomes des molécules, des noyaux et des particules élémentaires) sans la mécanique quantique. Cette dernière repose sur un certain nombre de postulats, certes tout à fait justifiables, mais qui ont longtemps rebuté nombre de physiciens de formation classique. Il faut cependant souligner que cette mécanique n'a jamais été mise en défaut par aucune expérience, et qu'elle permet d'interpréter et de prévoir une multitude de phénomènes. Pour ne citer que quelques exemples, elle permet de calculer l'énergie d'ionisation d'un atome, la longueur d'onde de ses raies d'émission, l'énergie de liaison d'une molécule d'hydrogène, de comprendre le phénomène de radioactivité, l'origine du magnétisme, de la supraconductivité, de prévoir l'existence de nouvelles particules, etc. Notons également l'étendue des applications technologiques de première importance liées à la mécanique quantique telles que les semi-conducteurs, les lasers, la microscopie électronique, la diffraction neutronique, la résonance magnétique nucléaire.

Cependant, une étude approfondie de la mécanique quantique nécessite un formalisme mathématique assez ardu pour un débutant. Il existe un grand nombre d'ouvrages de très bonne qualité, édités en France et à l'étranger, qui abordent le sujet à des niveaux plus ou moins élevés.

Le but de ce livre, qui s'adresse à des étudiants du niveau de seconde année du premier cycle universitaire, est d'introduire ce domaine avec un minimum de connaissances au départ.

Nous expliquerons d'abord la nécessité de la mécanique quantique à partir de phénomènes expérimentaux relativement simples. Puis nous introduirons quelques concepts fondamentaux à la base de cette théorie et nous donnerons des exemples d'applications à divers phénomènes physiques concernant notamment la structure atomique. Enfin, nous montrerons que la mécanique quantique reste une science vivante et, sans entrer en détail dans les développements considérables apportés ces dernières années par les physiciens des hautes énergies travaillant avec des grands accélérateurs, nous évoquerons quelques progrès récents dans son interprétation. Nous mentionnerons aussi certains problèmes qui font encore l'objet de recherches.

Le lecteur sera alors bien armé pour aborder des ouvrages beaucoup plus complets sur ce volet fondamental de la physique moderne.

## Chapitre 1

---

# Les aspects quantiques du rayonnement et de la matière

### 1.1 LES ÉCHECS DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME CLASSIQUES

À la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, la physique semblait avoir atteint un degré d'achèvement considérable. Elle comprenait essentiellement deux grandes branches : la mécanique rationnelle, d'une part, qui expliquait avec précision la mécanique céleste (prévision des éclipses par exemple) et l'électromagnétisme, d'autre part, avec l'établissement des équations de Maxwell. Si l'on faisait intervenir les méthodes statistiques, purement mathématiques, la thermodynamique, avec notamment les travaux de Boltzmann, entrainé dans le cadre de la mécanique. De même la théorie de Maxwell commandait non seulement l'électricité mais aussi les phénomènes d'interférences et de diffraction et par conséquent l'optique.

Au début du XX<sup>e</sup> siècle, deux crises apparurent. Une première incompatibilité entre la mécanique rationnelle et l'électromagnétisme se

manifesta lorsqu'on étudia le mouvement des corps animés d'une grande vitesse et lorsqu'on mit en évidence, avec l'expérience de Michelson et Morley en 1887, l'invariance de la vitesse de la lumière,  $c$ , dans tout référentiel en translation rectiligne et uniforme. Mais cette crise fut assez vite surmontée grâce notamment aux travaux d'Einstein qui établit les lois de la relativité restreinte en 1905, puis celle de la relativité générale en 1915. Par ailleurs, on se heurtait à des échecs et des paradoxes qui ne relevaient en rien de la relativité et qui allaient donner lieu aux premières théories quantiques. Le fait, entre autres, que l'énergie d'un système de la microphysique est quantifiée, rendait évidemment caduque la mécanique rationnelle, mais il fallut un quart de siècle de tâtonnements pour élaborer la mécanique quantique actuelle. Citons quelques exemples qui permirent de progresser.

### 1.1.1 L'instabilité des atomes

Après la découverte de l'électron par J. J. Thomson en 1900 et la mesure du rapport  $e/m$ , où  $e$  est la charge de l'électron et  $m$  sa masse, ( $e = 1,602\ 2 \times 10^{-19}$  C ;  $m = 9,109\ 4 \times 10^{-31}$  kg), on pensait bien que les atomes contenaient des électrons. Dans ces conditions les atomes devaient également contenir des charges positives. C'est ainsi que Thomson envisageait un modèle où les électrons étaient plongés dans des courants de charge positive, de telle sorte qu'ils puissent vibrer autour de leur position d'équilibre avec chacun une fréquence caractéristique et ainsi émettre ou absorber du rayonnement. En 1911, les expériences de Rutherford sur la diffusion de particules  $\alpha$  (noyaux d'hélium) sur de fines couches de métal montrèrent que les charges positives étaient toutes concentrées dans un noyau très petit et très dense, et que la plus grande partie du volume occupé par un atome était vide. On réalisa ainsi que, dans un atome, on a un noyau (dont la dimension, déterminée ultérieurement, varie entre  $10^{-15}$  et  $10^{-14}$  m) qui possède une charge  $Ze$  et  $Z$  électrons de charge  $-e$  gravitant autour. De plus, on remarqua que  $Z$  pouvait être identifié avec la position de l'atome dans la table périodique des éléments avec la valeur 1 pour l'hydrogène, 2 pour l'hélium, 11 pour le sodium, 79 pour l'or, etc.

C'est ainsi que vers 1913, on pensait que l'atome était similaire au système solaire avec des particules de faible masse, les électrons, jouant le rôle des planètes, tournant autour d'un noyau de forte masse. En particulier, l'atome d'hydrogène (le plus simple) était représenté par un seul électron se déplaçant autour du noyau, qui n'est autre que le proton dans ce cas. À l'échelle des atomes ( $10^{-10}$  m), le noyau peut être considéré

comme ponctuel. Du point de vue classique, la seule différence avec le mouvement d'une planète autour du Soleil vient du fait que la force gravitationnelle entre le Soleil et la planète est remplacée par la force d'attraction coulombienne :

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

entre l'électron et le proton séparés par la distance  $r$  ;  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide ( $\epsilon_0 = 8,854 2 \times 10^{-12} \text{ J}^{-1} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ ). Notons que l'attraction gravitationnelle proton-électron, environ  $2 \times 10^{39}$  fois plus faible que l'attraction coulombienne, est tout à fait négligeable. Dans ces conditions, la théorie classique de Képler prédit pour l'électron des trajectoires qui sont soit des ellipses, soit des branches d'hyperboles ayant le proton pour foyer ; celles-ci correspondent respectivement à une énergie totale, c'est-à-dire cinétique et potentielle, négative (états liés) ou positive (états non liés). L'énergie de l'électron peut ainsi varier de façon continue de  $-\infty$  à  $+\infty$  suivant les conditions initiales. L'atome d'hydrogène étant stable aux températures ordinaires, nous sommes concernés ici par les états liés, donc par les orbites elliptiques. Cela signifie que l'énergie potentielle négative,

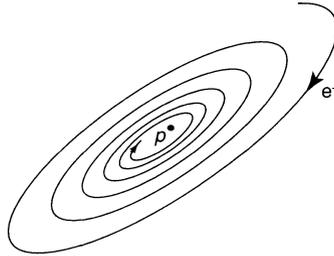
$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

est, en valeur absolue, supérieure à l'énergie cinétique de l'électron.

Considérons maintenant le point de vue de l'électromagnétisme classique. Le système proton (charge  $+e$ ) - électron (charge  $-e$ ) constitue un dipôle électrique dont les composantes sont fonctions périodiques du temps lorsque l'électron décrit sa trajectoire elliptique. L'électromagnétisme nous apprend qu'un tel système se comporte comme une antenne émettrice, c'est-à-dire qu'il émet des ondes dans toutes les directions. Dans un sens cela est satisfaisant car on explique ainsi le fait que les atomes puissent émettre des radiations électromagnétiques, en particulier de la lumière. En revanche, ce qui est grave, c'est que l'atome perd de l'énergie de façon continue, que l'ellipse ne reste pas immuable et que ses dimensions diminuent régulièrement. (Comparer avec un satellite artificiel qui perd de l'énergie par frottement avec les hautes couches de l'atmosphère et qui finit par pénétrer dans celle-ci.) D'où deux conséquences catastrophiques :

- la troisième loi de Kepler montre que si  $a$  représente le demi-grand axe de l'ellipse et  $\nu$  la fréquence de rotation, le produit  $\nu^2 a^3$  reste constant. Donc si  $a$  diminue progressivement, le spectre de la lumière émise par l'atome est un spectre continu, puisque la

fréquence de la lumière est celle du mouvement qui augmente de façon continue. Or, expérimentalement, nous savons que les atomes émettent, outre un spectre continu, un spectre de raies discrètes. Pour l'hydrogène, par exemple, on observe dans le visible plusieurs raies désignées par  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$  à des longueurs d'onde bien précises :  $\lambda_\alpha = 6\,563 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_\beta = 4\,861 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_\gamma = 4\,340 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_\delta = 4\,101 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) ;



**Figure 1.1** Schéma de la trajectoire d'un électron dans l'atome d'hydrogène prévue par la théorie classique.

- l'électron finit par « tomber » sur le proton, il y a neutralisation des charges et donc disparition de l'atome d'hydrogène (fig. 1.1), alors que nous savons que celui-ci est stable à température ordinaire.

Enfin, signalons le principe de combinaison de Ritz connu depuis 1908 : si un atome a un spectre d'émission dans lequel on observe deux raies discrètes aux fréquences  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , très souvent on observe également des raies aux fréquences  $\nu_1 + \nu_2$  ou  $\nu_1 - \nu_2$ . Ce phénomène inexplicable classiquement s'interprète, comme nous le verrons, très facilement dans le cadre quantique.

Pour tenir compte de la stabilité de l'atome, on est amené à la première conclusion que l'électron ne peut pas se rapprocher du noyau au-dessous d'un certain seuil qui correspond à l'énergie minimale  $E_0$  du système que nous désignerons par niveau fondamental.

### 1.1.2 Les chaleurs spécifiques

Un autre exemple d'échec de la théorie classique vient de l'étude des chaleurs spécifiques des gaz et des solides. La thermodynamique classique attribue à chaque degré de liberté d'un système en équilibre à la température  $T$  une énergie cinétique  $1/2 kT$ , où  $k$  est la constante de Boltzmann ( $k = 1,380\,66 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ). Rappelons que le nombre de degrés de liberté d'un système est le nombre de paramètres indépen-

dants nécessaires pour définir la position de ce système. Un point matériel a trois degrés de liberté  $x, y, z$  qui sont les coordonnées de ce point. L'énergie interne d'une mole de gaz parfait monoatomique est donc :

$$U = \frac{3}{2} \mathcal{N}kT = \frac{3}{2} RT$$

où  $R = \mathcal{N}k$  est la constante des gaz parfaits ( $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ). La chaleur spécifique à volume constant est donc :

$$C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2} R$$

en parfait accord avec l'expérience, du moins tant que l'on considère les atomes comme des points matériels. Dès que l'on pense à l'atome d'argon, qui contient un noyau positif ( $Z = 18$ ) et 18 électrons, donc en réalité 57 degrés de liberté, la théorie conduit à un échec total.

De nombreux autres phénomènes pourraient être évoqués. Nous nous bornerons à ceux qui ont permis de dégager le concept de quanta : le problème du corps noir et l'effet photoélectrique.

## 1.2 LE RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

Soit une cavité vide de tout gaz, pour simplifier, creusée dans une matière et dont les parois sont portées à une certaine température absolue  $T$ . Les atomes composant les parois émettent de façon permanente un rayonnement électromagnétique et absorbent celui émis par les autres atomes de ces parois. Ce rayonnement à spectre continu occupe toute la cavité. Un état d'équilibre est vite atteint, de sorte que, pendant une unité de temps, l'énergie émise par les atomes est égale à l'énergie absorbée. Ainsi la densité d'énergie  $\rho(T)$  est constante. Cette densité d'énergie provient de toutes les ondes de fréquence  $0 < \nu < \infty$ . On définit par  $\rho(\nu, T) d\nu$  la contribution à la densité d'énergie des ondes de fréquence comprise entre  $\nu$  et  $\nu + d\nu$ . On a ainsi :

$$\rho = \int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu \quad (1)$$

La fonction  $\rho(\nu, T)$  est la densité énergétique spectrale. L'expérience montre qu'elle est indépendante de la forme et du volume de cette cavité, ainsi que de la matière qui en constitue les parois ; c'est une fonction universelle de  $\nu$  et  $T$ . Pour mesurer  $\rho(\nu, T)$ , il suffit de percer un trou dans la cavité (un four par exemple porté à la température  $T$ ), suffisamment petit pour ne pas perturber l'équilibre de la cavité, et d'analyser le rayon-

nement issu du trou en fonction de  $\nu$  et de  $T$ . On reproduit deux courbes telles que celles obtenues par Lummer et Pringsheim en 1899 (fig. 1.2). À chaque température,  $\rho(\nu, T)$  présente un maximum prononcé et l'on remarque que la fréquence à laquelle a lieu ce maximum augmente avec  $T$ ; ceci explique le changement de couleur d'un corps qui rayonne. Le trou apparaît très brillant lorsque la cavité est à hautes températures et est totalement noir à basses températures, d'où le nom de rayonnement du corps noir donné à ce phénomène. Toutes les tentatives pour expliquer le comportement de  $\rho(\nu, T)$  avec les concepts classiques ont complètement échoué.

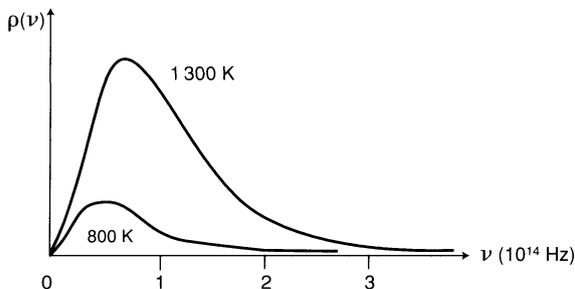
En effet, si l'on considère le cas particulier d'une cavité cubique à parois réfléchissantes, de volume unité, il se produit un phénomène d'ondes stationnaires dont les fréquences propres forment un spectre très serré caractérisé par une densité  $D(\nu)$ , où  $D(\nu) d\nu$  représente le nombre des ondes stationnaires ayant une fréquence comprise entre  $\nu$  et  $\nu + d\nu$ . On montre dans l'annexe [1] que :

$$D(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (2)$$

Si nous désignons par  $\bar{E}(\nu)$  l'énergie moyenne d'une onde stationnaire de fréquence  $\nu$ , on a :

$$\rho(\nu, T) = D(\nu) \bar{E}(\nu) \quad (3)$$

En théorie classique une onde stationnaire est assimilable à un oscillateur harmonique. Ce dernier a une énergie cinétique moyenne,  $1/2 kT$ , égale à l'énergie potentielle moyenne ; l'énergie totale de



**Figure 1.2** Densité énergétique spectrale  $\rho(\nu, T)$  du rayonnement du corps noir en fonction de la fréquence pour deux températures.

chaque oscillateur est donc  $\bar{E} = kT$ . D'après les équations (2) et (3) on obtient la formule de Rayleigh :

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (4)$$

Cette expression qui conduit d'après l'équation (1) à une valeur de  $\rho$  qui diverge à haute fréquence est donc inacceptable : c'est la « catastrophe de l'ultraviolet » qui est un des plus graves échecs de la théorie classique, mais qui a conduit Max Planck à formuler son hypothèse des quanta en 1900.

Par des considérations physiques assez complexes et qui ne sont plus justifiées avec nos connaissances actuelles, Planck fait alors une hypothèse *ad hoc* et révolutionnaire en supposant que contrairement à ce que prévoient les lois classiques où l'énergie de chaque oscillateur peut varier de façon continue entre 0 et  $\infty$ , cette énergie ne peut prendre que des valeurs discrètes proportionnelles à la fréquence  $\nu$  de chaque oscillateur, c'est-à-dire des valeurs  $E_n = nh\nu$ , où  $h$  est une constante identique pour tous les oscillateurs et  $n$  un nombre entier positif ou nul ;  $h\nu$  représente alors un quantum d'énergie. Dans ces conditions, un calcul de statistique (*cf.* annexe [1]), montre que l'énergie moyenne de chaque oscillateur devient :

$$\bar{E}(\nu) = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (5)$$

où nous notons que pour  $kT \gg h\nu$ , nous retrouvons la loi classique  $\bar{E} = kT$ . Si nous reportons l'équation (5) dans l'équation (3) nous obtenons la formule de Planck en accord remarquable avec l'expérience :

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (6)$$

Elle permet d'obtenir les deux constantes  $a = 8\pi h/c^3$  et  $b = h/k$  d'où l'on déduit la valeur de la constante de Planck :  $h = 6,626 1 \times 10^{-34}$  J.s. De plus, le rapport  $a/b$  permet de retrouver  $k$  et ainsi une évaluation inattendue du nombre d'Avogadro  $\mathcal{N} = R/k$  en parfait accord avec sa valeur connue, d'où le succès de l'hypothèse de Planck.

D'après les équations (1) et (6) on obtient la densité d'énergie du corps noir :

$$\rho = \frac{8\pi h}{c^3} \left( \frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

L'intégrale qui apparaît ci-dessus vaut  $\pi^4/15$  et l'on peut écrire :

$$\rho = \sigma T^4 \quad (7)$$

connue sous le nom de loi de Stefan-Boltzmann et découverte empiriquement en 1879. La valeur de  $\sigma$  ( $7,56 \times 10^{-16} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$ ), calculée à partir de la loi de Planck, est en accord avec l'expérience.

### 1.3. L'EFFET PHOTOÉLECTRIQUE

En 1887, Hertz découvrit que la lumière ultraviolette arrachait des électrons à divers métaux tels que le zinc. Cet effet d'émission d'électrons sous l'influence de la lumière, ou effet photoélectrique, peut être étudié grâce au montage décrit sur la figure 1.3. Dans une cellule, vide de tout gaz, une cathode en métal alcalin est éclairée par de la lumière de fréquence variable  $\nu$ . Les électrons arrachés sont collectés sur une anode portée à un potentiel variable  $V$ , positif ou négatif par rapport à la cathode, pouvant attirer ou repousser les électrons. Un galvanomètre très sensible  $G$  mesure le courant  $I$  dans le circuit, c'est-à-dire le taux de transfert des électrons de la cathode (C) vers l'anode (A).

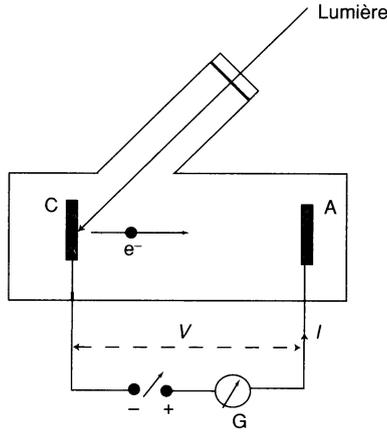
On obtient les résultats représentés sur les figures 1.4A et 1.4B. Celles-ci montrent que les électrons sont émis avec une certaine vitesse car il faut un potentiel négatif  $V_0$  pour les arrêter. À partir d'un certain potentiel positif, tous les électrons sont captés et  $I$  ne croît plus avec  $V$ , mais le palier observé dépend du flux lumineux  $\Phi$  utilisé. Lorsque l'on modifie la fréquence  $\nu$  de la lumière incidente, on constate un phénomène curieux : quelle que soit l'intensité  $\Phi$  du faisceau lumineux, **aucun** électron n'est émis ( $I = 0$ ) lorsque la fréquence  $\nu$  de la lumière est inférieure à une fréquence critique  $\nu_0$  qui dépend de la nature du métal et, accessoirement, de l'état de la surface. De plus, l'énergie cinétique initiale des électrons,  $T$ , mesurée par la valeur de  $V_0$ ,

$$T = \frac{1}{2} m\nu_0^2 = -eV_0 \quad (8)$$

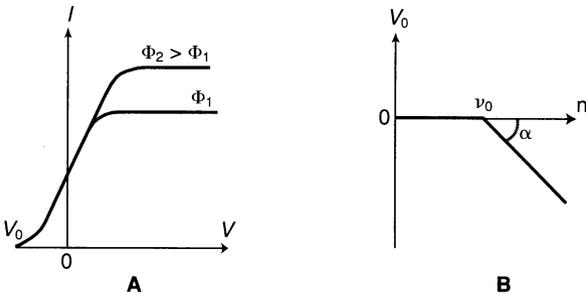
dépend de  $\nu$  mais pas du flux lumineux.

Ces deux constatations sont incompréhensibles dans l'hypothèse d'une énergie électromagnétique classique proportionnelle au flux lumineux. L'explication a été donnée par Einstein en 1905, qui a généralisé les hypothèses de Planck. C'est d'ailleurs cette découverte qui lui a valu le prix Nobel.

Reprenons l'idée de Planck selon laquelle une onde stationnaire dans une cavité a une énergie quantifiée qui vaut  $nh\nu$ . Ouvrons brusquement la cavité qui renfermait l'onde stationnaire ; celle-ci devient une onde progressive, et il est naturel de postuler que l'énergie d'une onde progressive de fréquence  $\nu$  est encore égale à  $nh\nu$ . Tout se passe



**Figure 1.3** Schéma de principe d'un montage permettant d'observer l'effet photoélectrique.



**Figure 1.4 A** : variation du courant  $I$  en fonction de la tension  $V$  appliquée pour divers flux lumineux incidents. **B** : variation de la tension négative  $V_0$  nécessaire pour arrêter les électrons en fonction de la fréquence  $\nu$  de la lumière incidente.

comme si l'énergie de cette onde était concentrée dans des particules ayant chacune l'énergie  $h\nu$ . Einstein postule ainsi l'existence de « grains de lumière », ou photons d'énergie  $h\nu$ , et interprète très simplement les lois de l'effet photoélectrique. Le processus qui est à la base de cet effet est un choc entre un photon de l'onde incidente et un électron du métal, choc au cours duquel le photon est annihilé. L'électron voit son énergie augmenter de  $h\nu$ . L'existence d'un seuil très net en fréquence s'explique sans peine. Si  $W_0$  est l'énergie de liaison de l'électron dans le métal, il est clair que pour que l'électron puisse quit-

ter le métal, il faut lui fournir une énergie supérieure ou égale à  $W_0$ , c'est-à-dire que le photon doit avoir une énergie  $h\nu \geq W_0$ , soit  $\nu \geq \nu_0$  en posant  $W_0 = h\nu_0$ . Si cette condition est remplie, l'énergie cinétique communiquée à l'électron sera donnée par la loi de conservation de l'énergie, soit :

$$T = h\nu - W_0 = h(\nu - \nu_0) \quad (9)$$

Lorsque le flux lumineux augmente, le nombre de photons croît et il y a plus d'électrons arrachés d'où l'existence de différents paliers sur la figure 1.4A. Par ailleurs, nous avons vu que  $V_0$  mesure l'énergie cinétique initiale  $T$  des électrons arrachés. D'après les équations (8) et (9), on a :

$$V_0 = -\frac{h}{e}(\nu - \nu_0) \quad (10)$$

d'où la loi linéaire représentée sur la figure 1.4B. Mais, fait remarquable, la pente de cette droite, qui est donnée par  $\text{tg}\alpha = -h/e$ , permet de déterminer  $h$  et l'on obtient exactement la même valeur que celle déterminée par Planck dans l'interprétation du rayonnement du corps noir. Notons que  $W_0$  dépend du métal considéré. Pour le sodium, le zinc et le fer, on a respectivement  $W_0 = 2,5$  eV,  $3,4$  eV et  $4,8$  eV ( $1$  eV =  $1$  électron-volt =  $1,602\ 2 \times 10^{-19}$  J).

On pourrait objecter que si, par exemple,  $h\nu = W_0/2$ , il suffirait que deux photons entrent simultanément en collision avec un électron pour l'arracher. Mais ce processus est extrêmement peu probable car même avec les sources de lumière les plus intenses, il y a beaucoup moins de photons que d'électrons.

Donnons maintenant quelques propriétés du photon. La relativité a conduit à la célèbre loi d'équivalence masse-énergie  $E = mc^2$  qui signifie qu'à toute énergie  $E$  est associée une masse d'inertie  $m$ .

On sait aussi qu'une particule de masse invariante (masse au repos)  $m_0$ , animée d'une vitesse  $v$ , a une énergie  $E = m_0c^2(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . Or, dans le vide, le photon se déplace à la vitesse de la lumière, soit  $v = c$ , ce qui impose  $m_0 = 0$  pour ne pas avoir une énergie infinie. La masse du photon est donc  $m = h\nu/c^2$  et sa quantité de mouvement :

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (11)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière.

On peut encore écrire l'énergie du photon sous la forme :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (12)$$

Numériquement, pour  $\lambda = 1 \mu = 10^{-6} \text{ m}$ ,  $E = 1,24 \text{ eV}$ . La lumière visible qui correspond à  $0,4 \mu < \lambda < 0,8 \mu$ , est constituée de photons d'énergie variant entre 1,5 eV pour le rouge et 3 eV pour le violet.

Les photons associés aux rayons X ( $\lambda \approx 10^{-10} \text{ m}$ ) et aux rayons  $\gamma$  ( $\lambda \approx 10^{-12} \text{ m}$ ) ont des énergies considérables de  $10^4$  à  $10^6 \text{ eV}$ .

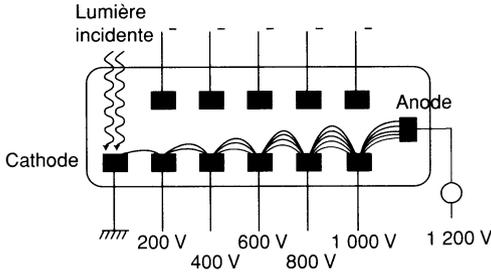
L'aspect corpusculaire de la lumière se manifeste dans de nombreux phénomènes physiques dont nous allons donner quelques exemples marquants.

## 1.4 QUELQUES APPLICATIONS DE L'EFFET PHOTOÉLECTRIQUE

Le phénomène photoélectrique est utilisé extensivement pour transformer les informations lumineuses en informations électriques. La sensibilité des cellules dépend de la manière dont les photons sont absorbés. En effet, si tout photon absorbé par la photocathode donne un électron qui peut être capturé, encore faut-il que l'absorption ait lieu, c'est-à-dire que la photocathode ne soit ni transparente, ni réfléchissante (cas des métaux). Les premières photocathodes en métal alcalin absorbaient un photon sur dix mille, celles en hydrures alcalins un sur mille. Les alliages de césium avec de l'argent ou de l'antimoine (Sb) ont fait faire un progrès décisif. Ces derniers, complétés d'une oxydation superficielle antiréfléchissante permettent d'absorber jusqu'à un photon sur cinq. Récemment des composés semi-conducteurs à base de silicium, permettant des rendements entre 80 et 90 % pour des photons visibles ( $\lambda \approx 6000 \text{ \AA}$ ), ont été commercialisés.

### 1.4.1 Le multiplicateur d'électrons

Même avec les rendements précédents, il reste très difficile de mesurer de très faibles flux lumineux conduisant à de faibles courants électroniques. On utilise alors un précieux phénomène accessoire : **l'émission secondaire**. Lorsque des électrons frappent le métal d'une plaque collectrice, ils peuvent sous le choc arracher des électrons dont le nombre dépend de la tension accélératrice  $V$ . Dans certaines conditions, où  $V$  est compris entre 100 et 500 volts, le nombre d'électrons arrachés peut être très supérieur au nombre d'électrons incidents  $n_0$  ; ces nouveaux électrons sont à leur tour accélérés, multipliés, etc. En répétant l'opération plusieurs fois (fig. 1.5), on obtient aisément une multiplication par  $10^6$ .

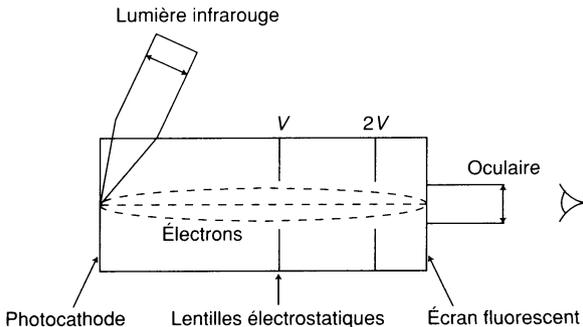


**Figure 1.5.** Principe du multiplicateur d'électrons à émission secondaire.

Les multiplicateurs d'électrons sont très utilisés en mesures optiques mais aussi en physique nucléaire. Pour détecter une particule ou un rayonnement, on l'absorbe dans un cristal convenable qui émet sous son action un photon. Le cristal est collé à un photomultiplicateur qui recueille le photon et le transforme en un courant d'électrons.

### 1.4.2 Le télescope infrarouge

Une lentille forme l'image d'un objet sur une photocathode sensible à l'infrarouge. Chaque point de celle-ci émet alors des électrons assez lents (un photon infrarouge a une énergie inférieure à 1,5 eV) proportionnellement à son éclairement. Les électrons sont alors accélérés par des lentilles électrostatiques qui reproduisent l'image sur un écran fluorescent de type télévision. L'objet qui émettait dans l'infrarouge et

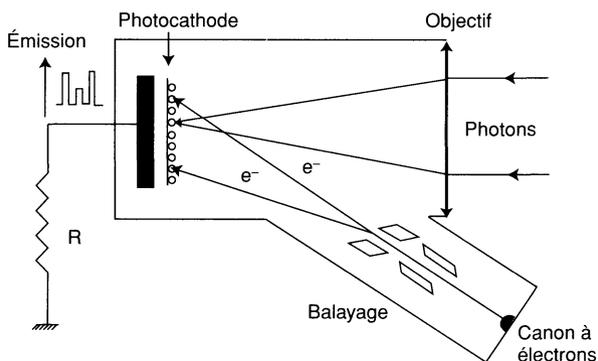


**Figure 1.6** Principe du télescope infrarouge.  $V \approx 10^4$  volts.

n'était pas visible normalement, apparaît sur l'écran (fig. 1.6). Ce type d'appareil est très utilisé en astronomie.

### 1.4.3 L'icôneoscope

C'est l'appareil de prise de vues pour la télévision ; le premier a été réalisé par Zworykin en 1934 (fig. 1.7).



**Figure 1.7** Principe de l'icôneoscope.

La phot cathode était une mosaïque de petites gouttelettes de Ag-Cs, déposées sur du mica mince, lui-même collé sur une armature métallique. Chaque gouttelette est ainsi une électrode d'un condensateur, l'autre électrode étant commune à toutes les gouttelettes. L'image de l'objet est projetée sur la phot cathode : les photons provoquent la photoélectricité et la gouttelette se charge positivement. Puis un canon à électrons auxiliaire envoie sur la phot cathode un jet d'électrons qui balaie celle-ci en synchronisme avec le canon des récepteurs de télévision. Chaque fois que le jet atteint une gouttelette, il décharge le condensateur et ceci crée une impulsion électrique dans le circuit  $R$ , proportionnelle à la brillance du point. Cette impulsion est émise en radio et reçue sur la commande de brillance du téléviseur commandant ainsi la luminosité du point correspondant de l'écran.

Dans les appareils modernes, les gouttelettes de Ag-Cs sont remplacées par des éléments semi-conducteurs beaucoup plus performants.

## 1.5 L'EFFET COMPTON

En 1923, en envoyant un faisceau monochromatique de rayons X sur une cible mince d'un élément léger tel le carbone, pour lequel les élec-

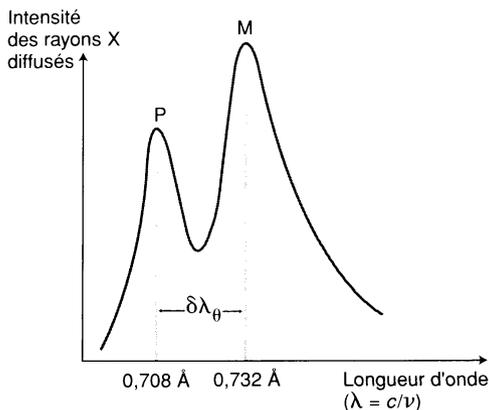
trons externes se comportent comme s'ils étaient libres, Compton observa, dans la répartition de l'intensité transmise, un pic P à la fréquence incidente  $\nu$  (rayons non diffusés), mais aussi un autre pic M à une fréquence  $\nu' < \nu$ . Cette fréquence  $\nu'$  dépend de l'angle  $\theta$  entre la direction d'incidence et la direction d'observation et correspond à des rayons X diffusés dans cette direction. Sur la figure 1.8 est représenté un spectre d'intensité typique obtenu pour  $\theta = 90^\circ$ .

Ce phénomène s'interprète très bien si l'on considère que les rayons X sont constitués de photons d'énergie  $h\nu \approx 10^4$  eV, donc très supérieure à l'énergie de liaison des électrons de l'ordre de quelques électrons-volts. Ceux-ci ont donc une énergie cinétique initiale du même ordre qui peut être considérée comme pratiquement nulle. On a alors des collisions entre les photons incidents et des électrons initialement au repos. Au cours d'une collision (fig. 1.9), le photon d'énergie  $h\nu$  perd une partie de son énergie et la transmet à l'électron sous forme d'énergie cinétique.

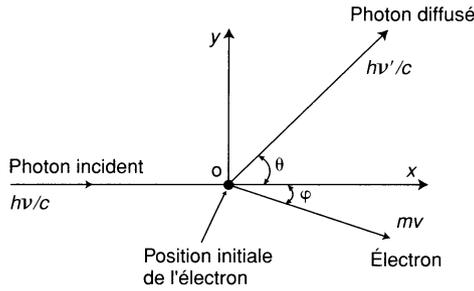
Après la collision, le photon a une énergie  $h\nu' < h\nu$ , et le rayonnement observé correspond à une longueur d'onde  $\lambda'$  supérieure à la longueur d'onde initiale  $\lambda$ .

En exprimant la conservation de l'énergie et celle de la quantité de mouvement projetée selon les axes Ox et Oy, et en considérant l'électron comme non relativiste, on obtient :

$$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2 \quad (13)$$



**Figure 1.8** Effet Compton : distribution de l'intensité du rayonnement X diffusé par les électrons libres pour  $\theta = 90^\circ$ .



**Figure 1.9** Effet Compton : collision entre un photon et un électron au repos. On indique les valeurs absolues des quantités de mouvement avant et après la collision.

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + mv \cos \varphi \tag{14a}$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta + mv \sin \varphi \tag{14b}$$

où  $m$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$  caractérisent l'électron et  $\nu'$ ,  $\theta$  caractérisent le photon diffusé.

On élimine  $\varphi$  des équations (14) en les élevant au carré et en les additionnant :  $h^2(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta) = m^2\nu^2c^2$ .

De l'équation (13) on déduit aisément :  $h^2(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu') = \frac{1}{4} m^2 \nu^4$

et en retranchant les deux dernières équations, on obtient :

$$2h^2 \nu\nu'(1 - \cos \theta) = m^2\nu^2c^2 \left(1 - \frac{\nu^2}{4c^2}\right).$$

Si  $\nu \ll c$ , on peut négliger le terme en  $\nu^2/c^2$  et on a d'après l'équation (13) :

$$h\nu\nu'(1 - \cos \theta) = mc^2(\nu - \nu').$$

En exprimant cette relation à l'aide des longueurs d'onde  $\lambda = c/\nu$  et  $\lambda' = c/\nu'$ , on obtient après un calcul élémentaire :

$$\Delta\lambda_\theta = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta) \tag{15}$$

où est introduite la longueur d'onde Compton  $\lambda_c = h/mc = 2,426 \times 10^{-12}$  m.

L'expression (15) de la différence de longueurs d'onde entre les pics P et M est en parfait accord avec les résultats expérimentaux. L'ordre de grandeur de  $\lambda_c$  montre que l'effet sur  $\Delta\lambda_\theta$  ne sera relativement sensible

que pour les faibles longueurs d'onde ( $\lambda \leq 1 \text{ \AA}$ ), c'est-à-dire pour les rayons X et les rayons  $\gamma$ . Dans ce dernier cas, le photon incident a une énergie bien plus grande, de  $10^5$  à  $10^8$  eV, et l'énergie cinétique communiquée à l'électron dans la collision est considérable. L'électron devient relativiste ; un calcul similaire au précédent conduit rigoureusement à l'équation (15).

Notons enfin que la variation maximale  $\Delta\lambda_\theta$  est obtenue pour  $\theta = \pi$ , c'est-à-dire lorsque le photon diffusé « rebondit » dans le sens opposé au photon incident.

**Remarque importante** : Dans les deux effets que nous venons de décrire, à savoir l'effet photoélectrique et l'effet Compton, un photon « frappe » un électron. Dans le premier cas, toute l'énergie du photon est transmise à l'électron, tandis que dans le second cas une partie seulement de l'énergie est transférée à l'électron et un photon moins énergétique est diffusé.

Comment le photon incident « choisit-il » entre ces deux solutions ? Si nous reprenons le calcul de l'effet Compton en supposant que le photon est totalement absorbé et que l'électron est projeté dans le sens du photon incident ( $\nu' = 0$ ,  $\varphi = 0$ ). Les équations (13) et (14a) conduisent à  $h\nu = 1/2 m\nu^2$  et  $h\nu/c = m\nu$ , soit  $\nu = 2c$ , ce qui est absurde.

Pour que l'effet photoélectrique puisse se produire, il faut tenir compte de l'énergie d'extraction  $W_0$  et écrire la conservation de l'énergie sous la forme donnée par l'équation (9). Il faudrait aussi faire intervenir, dans l'équation de conservation de l'impulsion, le recul de l'atome qui est lié à l'électron. Ainsi tant que  $W_0$  est de l'ordre de  $h\nu$  (photons visibles ou ultraviolets) l'équation (9) permet l'effet photoélectrique, et l'effet Compton qui conduit à  $\Delta\lambda_\theta \approx 10^{-2} \text{ \AA}$  est négligeable. En revanche, lorsque  $W_0$  est négligeable devant  $h\nu$  l'application de cette équation tend vers l'absurdité précédente et l'effet photoélectrique devient impossible ; c'est le domaine des rayons X et des rayons  $\gamma$ .

## 1.6 L'ANNIHILATION ET LA CRÉATION DE PAIRES ÉLECTRON-POSITRON

En 1933, Carl Anderson découvrit l'existence du positron qui est une particule de même masse que l'électron mais avec une charge  $+e$ . Il s'agit en fait de « l'antiparticule » de l'électron, un concept très général

dont nous reparlerons à la fin de cet ouvrage. D'après la loi d'équivalence masse-énergie, un électron au repos a une énergie interne :  $m_0c^2 = 511\ 000\ \text{eV} = 0,511\ \text{MeV}$  ( $1\ \text{MeV} = 10^6\ \text{eV}$ ).

Lorsqu'un électron et un positron sont en présence et tous deux animés d'une faible vitesse dans le laboratoire, l'énergie disponible est  $2m_0c^2 = 1,022\ \text{MeV}$  ; la quantité de mouvement ou impulsion totale est pratiquement nulle. L'électron et le positron peuvent se combiner, la charge résultante est nulle et l'on a émission de deux photons  $\gamma$  d'énergie  $0,511\ \text{MeV}$ , dans deux directions opposées pour assurer la conservation de la quantité de mouvement selon la réaction :



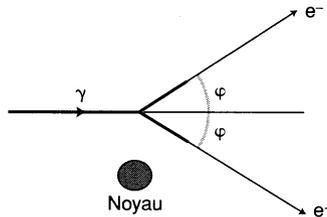
Notons bien que si un seul photon d'énergie  $2m_0c^2$  était émis, sa quantité de mouvement serait  $p_\gamma = 2m_0c$ , et le principe de conservation de l'impulsion serait violé.

On peut donc transformer de la matière en rayonnement. Réciproquement une paire électron-positron peut être créée à partir d'un photon  $\gamma$ , d'énergie  $h\nu$  supérieure à  $1,022\ \text{MeV}$ , lorsque celui-ci passe à proximité d'un noyau selon la réaction :



La charge totale nulle est ainsi conservée, et les deux électrons s'écartent l'un de l'autre pour assurer la conservation de l'impulsion (fig. 1.10). Notons que la présence du noyau est indispensable non seulement pour assurer les lois de conservation, mais parce qu'il provoque la perturbation électromagnétique nécessaire à la transformation du photon. Pour cette raison, ce phénomène de création de paires est plus fréquent au voisinage des noyaux lourds de charge  $Ze$  importante.

Vérifions, dans un traitement relativiste, que l'absence de noyau interdirait l'effet. La conservation de l'énergie et de la quantité de



**Figure 1.10** Création d'une paire  $e^-$ ,  $e^+$  à partir d'un photon  $\gamma$  d'énergie  $h\nu > 1,022\ \text{MeV}$  au voisinage d'un noyau.

mouvement conduiraient à :  $h\nu = 2mc^2$  et  $h\nu/c = 2mv \cos \varphi$ . Soit en faisant le rapport de ces deux équations,  $c = v \cos \varphi$ , ce qui est impossible vu que  $v < c$  et  $\cos \varphi \leq 1$ .

On peut donc créer une paire  $e^-$ ,  $e^+$  à partir d'un photon  $\gamma$  en présence d'un noyau chargé.

## 1.7 LES ASPECTS CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES DE LA LUMIÈRE

L'effet photoélectrique, l'effet Compton et la création de paires  $e^-$ ,  $e^+$  ne sont explicables que dans un modèle purement corpusculaire de la lumière. Au contraire, les expériences d'interférences et de diffraction s'interprètent très bien dans le cadre ondulatoire classique. Ces deux aspects complémentaires de la lumière coexistent toujours mais **ils ne se manifestent jamais simultanément**.

On peut dire que dans une expérience où l'énergie lumineuse se conserve, c'est la théorie ondulatoire qui s'applique, alors que la notion de photon intervient dans les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement. Il est possible d'établir des liens entre les deux formalismes.

L'énergie classique transportée par une onde plane quasi monochromatique, caractérisée par l'amplitude de son champ électrique  $\mathcal{E}_0$ , sa longueur d'onde  $\lambda$  et sa période  $T$ ,

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] = \mathcal{E}_0 \cos (kx - \omega t) \quad (18)$$

est proportionnelle à  $\mathcal{E}_0^2$  d'après la théorie de Maxwell. Dans le contexte corpusculaire, l'énergie transportée est proportionnelle au nombre de photons, chaque photon étant caractérisé par son énergie  $E$  et sa quantité de mouvement  $p$ . Les deux aspects sont reliés entre eux par les relations (11) et (12).

## 1.8 LES POSTULATS DE BOHR. LA QUANTIFICATION DE L'ÉNERGIE

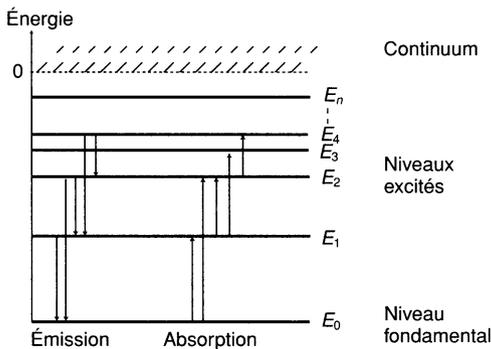
En 1913, le physicien danois Niels Bohr étend aux atomes la propriété qui avait été établie par Planck à propos de la quantification de l'énergie d'un oscillateur. Il admet, dans un premier postulat, qu'un système

mécanique à l'échelle atomique (atome, molécule, noyau) ne peut exister de manière permanente que dans un certain nombre d'états correspondant à des valeurs discontinues de l'énergie de ce système que nous désignerons par ordre croissant  $E_0, E_1, E_2, \dots, E_n$ , qui sont les niveaux d'énergie. Mais contrairement au cas de l'oscillateur harmonique, qui est un des systèmes les plus simples de la mécanique, il n'y a aucune raison que ces niveaux soient équidistants.

Lorsque le système se trouve dans l'état d'énergie le plus bas  $E_0$ , on dit qu'il est dans son état fondamental ; s'il se trouve dans un état d'énergie plus élevée, on dit qu'il est excité.

Dans le cas de l'atome, il faut cependant remarquer que la quantification de l'énergie n'a lieu que pour les états liés d'énergie totale négative. Lorsqu'un électron est très éloigné d'un ion, son énergie est essentiellement d'origine cinétique, elle est positive (état non lié) et n'est pas quantifiée : les états d'énergie possibles forment un continuum. Un schéma typique des niveaux d'énergie d'un atome est représenté sur la figure 1.11.

Bohr explique ensuite très simplement les spectres d'émission et d'absorption de la lumière. Considérons un atome dans le vide non perturbé. S'il est initialement sur son niveau fondamental, il ne peut qu'y rester. La stabilité de l'atome ne pose aucun problème dans le cadre quantique. L'existence d'une énergie minimale  $E_0$  explique pourquoi les électrons ne « tombent » pas sur le noyau. Si l'atome se trouve initialement sur un niveau excité, il peut perdre de l'énergie pour passer sur un



**Figure 1.11** Représentation des niveaux d'énergie d'un atome. On distingue les niveaux discrets d'énergie négative et le continuum d'énergie positive. On montre également quelques transitions correspondant à l'émission ou à l'absorption d'un photon.

niveau inférieur. Le second postulat de Bohr affirme qu'un tel processus que l'on appelle « transition » est possible et que l'énergie libérée apparaît sous forme d'un photon.

Si  $E_j > E_i$ , la transition  $E_j \rightarrow E_i$  s'accompagne de l'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu_{ji} = E_j - E_i \quad (19)$$

Le physicien qui observe la lumière émise par une collection d'atomes identiques n'y trouvera que les fréquences  $\nu_{ji}$  qui sont discrètes (fig. 1.11). Ainsi, dans le cadre quantique, le fait que les spectres atomiques soient, pour l'essentiel, des spectres de raies est immédiatement interprété.

À partir de l'équation (19), en faisant intervenir trois niveaux d'énergies,  $E_k > E_j > E_i$ , on voit que :

$$\nu_{kj} + \nu_{ji} = \nu_{ki} \quad (20)$$

ce qui signifie qu'il existe, dans le spectre d'émission de l'atome, certains couples de raies dont la somme des fréquences est la fréquence d'une autre raie. Ceci explique le principe de combinaison de Ritz dont nous avons parlé dans le § 1.

Le troisième postulat de Bohr concerne l'absorption, processus inverse de l'émission. Si l'atome est soumis à un rayonnement et s'il se trouve initialement sur un niveau  $E_i$ , il peut passer sur un niveau d'énergie supérieure  $E_j$  à condition que la fréquence  $\nu_{ji} = (E_j - E_i) / h$  soit présente dans le rayonnement. Au cours de cette transition, l'atome absorbe un photon dont l'énergie est donnée par l'équation (19). Des transitions de ce type sont représentées sur la figure 1.11. Notons que l'on explique ainsi que les fréquences des raies d'absorption coïncident avec celles des raies d'émission et sont caractéristiques de chaque type d'atome. Il convient de faire deux remarques importantes.

### 1.8.1 La multiplicité des niveaux

L'expérience montre que lorsque l'on soumet un atome à une perturbation statique (comme un champ magnétique ou électrique), ses niveaux, en général, se décomposent. Si la perturbation est faible, on voit apparaître  $g$  niveaux, très voisins du niveau primitif. Il est naturel de dire que le niveau initial était en réalité constitué de  $g$  niveaux confondus. On arrive ainsi à dégager, expérimentalement, la notion de niveaux simples (ou non dégénérés) qu'aucune perturbation ne peut décomposer, et celle de niveaux multiples (ou dégénérés) d'ordre  $g$ , que l'on peut décomposer en  $g$  niveaux simples par une perturbation

bien choisie. Il existe de nombreuses situations où une perturbation ne lève que partiellement la dégénérescence. Par exemple, un niveau triple peut être décomposé en un doublet et un singulet.

### 1.8.2 La durée de vie des niveaux

Bornons-nous à mettre en jeu deux niveaux, le niveau fondamental  $E_0$  et un second niveau  $E_1$ . Nous avons vu que si l'atome est sur son niveau fondamental, en l'absence de rayonnement extérieur, il va y rester indéfiniment. En revanche, s'il est à l'instant  $t$  sur le niveau excité  $E_1$ , il aura tendance à se désexciter pour retomber sur son niveau fondamental par émission d'un photon d'énergie  $h\nu = E_1 - E_0$ . La probabilité qu'il effectue la transition  $E_1 \rightarrow E_0$  entre  $t$  et  $t + dt$  est infiniment petite et s'écrit  $\lambda dt$  en supposant  $\lambda$  indépendant du temps ;  $\lambda$  est la probabilité de la transition par unité de temps.

Supposons qu'au départ ( $t = 0$ ), il y ait  $N_0$  atomes sur  $E_1$  ; aux instants ultérieurs, il y en a  $N(t)$ . Si l'on a affaire à des grands nombres, la variation  $dN$  pendant  $dt$  est  $dN = -N \lambda dt$ , d'où l'on déduit aisément que :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (21)$$

En langage de probabilité, l'équation (21) exprime le fait qu'un atome initialement sur  $E_1$  a une probabilité  $\varpi(t) = e^{-\lambda t}$  d'y être encore au temps  $t$ . Sa probabilité de transition entre  $t$  et  $t + dt$  est donc  $\varpi(t) \lambda dt$ , et la durée de vie moyenne  $\tau$  de l'état excité est donc :

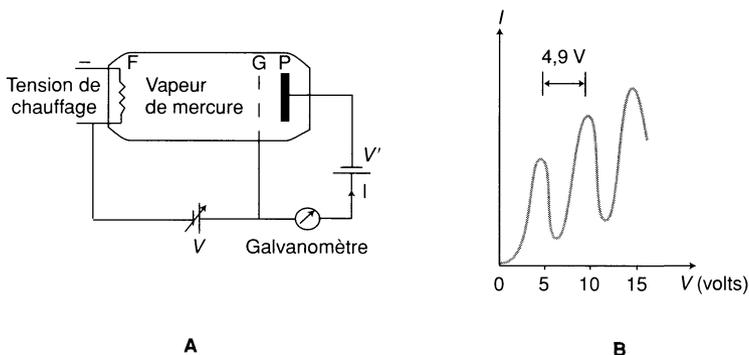
$$\tau = \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} \lambda dt = \frac{1}{\lambda} \quad (22)$$

Nous voyons que  $\tau$  est le temps au bout duquel  $N_0$  est divisé par  $e$ .

## 1.9 L'EXPÉRIENCE DE FRANCK ET HERTZ

On pourrait objecter aux postulats de Bohr, le fait que ceux-ci font appel à la notion de photon, donc à la quantification du rayonnement, pour établir la quantification de l'énergie des atomes. Dans une expérience spectaculaire, Franck et Hertz ont montré, en 1914, que la quantification de l'énergie des atomes était intrinsèque et pouvait s'observer sans utiliser la lumière, en effectuant des transitions entre les niveaux discrets à l'aide de chocs électroniques.

Le schéma de principe de cette expérience et les résultats sont représentés sur la figure 1.12. Dans une ampoule contenant de la vapeur de mercure à faible pression, un filament F, chauffé par une tension



**Figure 1.12** Expérience de Franck et Hertz.

**A** : dispositif expérimental pour analyser les collisions inélastiques des électrons.

**B** : courant électronique  $I$  en fonction du potentiel  $V$ .

externe, émet des électrons qui sont accélérés vers une grille  $G$  par une tension variable  $V$ . Entre la grille  $G$  et la plaque collectrice  $P$ , on établit un faible potentiel négatif  $V'$  d'environ 0,5 volt qui freine les électrons. Ainsi les électrons qui parviennent à la grille avec une vitesse suffisante peuvent vaincre facilement la tension de freinage et sont collectés par  $P$  ; ils contribuent alors au courant  $I$  dans le circuit mesuré par le galvanomètre. Au contraire, les électrons qui arrivent en  $G$  avec une très faible vitesse ne parviennent pas en  $P$  et ne contribuent pas au courant. Lorsque  $V$  augmente, on observe des fluctuations de  $I$  comme on le voit sur la figure 1.12B avec des pics d'intensité régulièrement espacés de 4,9 volts environ. En voici l'explication.

Lorsque  $V$  croît à partir de 0, les électrons arrivent sur  $G$  avec une énergie croissante  $eV$  et le courant  $I$  augmente régulièrement dès que  $V > |V'|$ . Lorsque  $eV$  atteint la valeur  $\Delta E = E_1 - E_0$ , correspondant à la séparation entre les deux plus bas niveaux d'énergie des atomes de mercure, un électron peut perdre toute son énergie cinétique après une collision avec un atome voisin de la grille qui subit une transition de  $E_0$  vers  $E_1$ . L'électron n'a plus assez d'énergie pour vaincre  $V'$  et ne parvient pas à la plaque, ce qui correspond à la première chute de courant à 4,9 volts. Lorsque  $V$  continue à croître, les électrons, qui ont subi une collision, ont à nouveau assez d'énergie pour arriver sur la plaque, et  $I$  augmente. La seconde chute de courant pour  $V = 9,8$  volts correspond aux électrons qui ont subi deux collisions inélastiques avec deux atomes de mercure ; une première collision au milieu de l'espace filament-grille et une autre au voisinage de la grille

où chaque fois ils perdent l'énergie  $\Delta E$ . On obtient ainsi une succession de pics séparés de  $\Delta V = \Delta E/e$ . Notons que les atomes de mercure excités reviennent à leur état fondamental en émettant un photon d'énergie 4,86 eV. On observe, effectivement, au passage des électrons, une raie d'émission ultraviolette à 2 536 Å.

Certes la détermination de  $\Delta E$  par cette expérience est beaucoup moins précise que les méthodes de spectroscopie optique mais elle permet de montrer que l'on peut effectuer une transition entre deux niveaux atomiques à condition d'apporter l'énergie nécessaire. Ici elle est fournie par l'énergie cinétique des électrons mais elle pourrait être fournie par des neutrons.

Signalons que l'énergie des noyaux est elle aussi quantifiée. Les séparations entre les niveaux d'énergie nucléaires sont très supérieures à celles des niveaux atomiques : elles sont de l'ordre du million d'électrons-volts. Les transitions entre les niveaux nucléaires donnent lieu à l'émission et à l'absorption de photons  $\gamma$ .

Nous avons donc montré, dans ce chapitre introductif, qu'à la fois le rayonnement, les atomes et les noyaux sont quantifiés.