

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	3
Introduction à la 2nde édition	9
Chapitre 1. Algorithmes des opérations arithmétiques	11
1. Divisions sumériennes	13
Tablettes de Shuruppak (2500 av. J.-C.)	
2. Un algorithme babylonien pour le calcul des inverses	15
Tablette VAT 6505 (2000-1650 av. J.-C.)	
3. Algorithmes arithmétiques égyptiens	20
Papyrus Rhind (xviii ^e siècle av. J.-C.)	
4. La multiplication à l'aide du tableau	26
Traditions arabe, chinoise et européenne	
5. Optimisation des calculs	34
<i>Hāwī l-lubāb</i> d'Ibn al-Majdī (1437)	
6. Division simple par différence sur l'abaque	37
Manuscrit (vers 1200) traduit par Chasles	
7. Division sur le boulier	42
Le <i>Suanfa tongzong</i> (1592)	
8. Écriture décimale	45
<i>La Disme</i> de Simon Stevin (1585)	
9. Arithmétique binaire	48
<i>Explication de l'arithmétique binaire</i> de Leibniz (1703)	
10. Arithmétique des ordinateurs	52
<i>A first course in Computer Technology</i> (1978)	
Post-Scriptum	56
Ruban 6935 caisse 04, (1992)	
Bibliographie	57
Chapitre 2. Les carrés magiques	59
1. Une technique de carrés à enceintes	64
Az-Zinjānī, <i>Épître sur les nombres de l'harmonie</i> , xiii ^e siècle	
2. Un procédé par pointages.	69
Ibn Qunfudh, <i>Le dévoilement des opérations du calcul</i> xiv ^e siècle	
3. Le procédé par 2 et 3	75
Manuel Moschopoulos, manuscrit du xiv ^e siècle	
4. La méthode par enceintes d'Arnauld.	82
Antoine Arnauld, <i>Nouveaux éléments de géométrie</i> , 1667	
Bibliographie	94
Chapitre 3. Autour des méthodes de fausse position	95
1. Babylone : une fausse position géométrique (xviii ^e siècle av. J.-C.)	99
E.M. Bruins & M. Rutten, <i>Textes mathématiques de Suse</i>	
2. Égypte : le problème 26 du Papyrus Rhind (xviii ^e siècle av. J.-C.)	101
A. Chace, <i>The Rhind mathematical Papyrus</i>	
3. Chine : le chapitre VII du Jiuzhang suanshu	104
Qian Baocong, <i>Suanjing shishu</i>	

4. Inde : Bhāskara formule la règle de simple fausse position (xii ^e siècle)	111
H.T. Colebrooke, <i>Algebra with arithmetic and mensuration from the sanscrit of Brahmagupta and Bhāscara</i> .	
5. Qustā ibn Lūqā : une justification géométrique (ix ^e siècle)	113
H. Suter, <i>Die Abhandlung Qustā ben Lūqās und zwei andere Anonyme über die Rechnung mit zwei Fehlern und mit der angenommenen Zahl</i>	
6. Ibn al-Bannā : la méthode des plateaux (xiii ^e siècle)	116
M. Souissi, <i>Le Talkhīṣ d'Ibn al-Bannā</i>	
7. Fibonacci : la règle <i>elchatayn</i> , (1202)	118
B. Boncompagni, <i>Il liber abaci di Leonardo Pisano</i>	
8. Pellos : règle de trois et méthode de simple fausse position	121
Francès Pellos, <i>Compendion de l'abaco</i> , 1492	
9. Clavius : résolution d'un système d'équations	123
C. Clavius, <i>Epitome arithmeticae practicae</i> , 1583	
Bibliographie	128
Chapitre 4. Autour de l'algorithme d'Euclide	129
1. L'algorithme d'Euclide	129
Euclide, Les <i>Eléments</i> , Livre VII, iii ^e siècle av. J.-C.	
2. Comparaison des rapports	134
ʿUmar al-Khayyām (v. 1040-v. 1131) <i>Seconde Épître sur l'Évocation de la Proportion</i> , xi ^e siècle	
3. L'identité de Bézout	139
Étienne Bézout, <i>Cours de Mathématiques, Algèbre</i> , 1766	
4. Les fractions continues	145
Leonhard Euler, <i>Essai sur les Fractions continues</i> , 1737	
5. Le nombre de racines d'une équation	151
Charles Sturm, <i>Mémoire sur la résolution des équations numériques</i> , 1835	
Bibliographie	157
Chapitre 5. De la mesure du cercle au calcul de π	159
Les approches géométriques	
1. Le périmètre du cercle	161
Archimède, <i>De la mesure du cercle</i> , iii ^e siècle av. J.-C.	
2. L'aire du cercle dans le <i>Jiuzhang Suanshu</i>	167
Liu Hui (iii ^e siècle), <i>Jiuzhang suanshu</i>	
3. La méthode des isopérimètres	175
René Descartes, <i>De la quadrature du cercle</i> , vers 1640	
Les approches analytiques	
4. Quadrature arithmétique	179
Gottfried Wilhelm Leibniz, Lettre à la Roque, directeur du <i>Journal des Savants</i>	
5. Utilisation des séries	184
Leonhard Euler, <i>Des Quantités transcendantes qui naissent du Cercle</i> , 1748	
Épilogue	188
Bibliographie	191

Chapitre 6. Les méthodes de Newton	193
<i>La méthode de la tangente</i>	
1. La linéarisation de l'équation	195
Isaac Newton, <i>La Méthode des Fluxions et des Suites infinies</i> , vers 1670	
2. La formule de récurrence	201
Joseph Raphson, <i>Analysis Æquationum universalis</i> , 1690	
3. Les conditions initiales	205
Jean-Raymond Mourraille, <i>Traité de la résolution des équations en général</i> , 1768	
4. La mesure de la convergence	210
Augustin-Louis Cauchy, <i>Leçons sur le Calcul différentiel</i> , 1829	
5. Les racines complexes	216
Adrien Douady, <i>L'étude dynamique des polynômes quadratiques complexes</i> , 1985	
<i>Le polygone de Newton</i>	
6. La règle et les petits parallélogrammes	220
Isaac Newton, <i>La Méthode des Fluxions et des Suites infinies</i> , vers 1670	
Bibliographie	225
Chapitre 7. Résolutions d'équations par approximations successives	227
<i>Extractions de racines carrées</i>	
1. La méthode de Héron d'Alexandrie	231
Héron d'Alexandrie, <i>Les Métriques</i> , I ^{er} siècle	
2. La méthode de Théon d'Alexandrie	232
Théon d'Alexandrie, <i>Commentaires sur l'Almageste</i> , IV ^e siècle	
3. Algorithmes binomiaux médiévaux	234
Ibn al-Bannā, Talkhīṣ, XIII ^e siècle	
<i>Résolutions numériques d'équations</i>	
4. Les tableaux d'al-Ṭūsī	237
Al-Ṭūsī, <i>Traité des équations</i> , XII ^e siècle	
5. La méthode de Viète	243
François Viète, <i>De numerosa potestatum ad exagesim resolutione</i> , 1600	
6. L'équation de Kepler	250
Johannes Kepler, <i>Epitomes astronomiæ Copernicanæ</i> , 1618	
7. La méthode des séries récurrentes de Bernoulli	254
Leonhard Euler, <i>Introductio in analysin infinitorum</i> , 1748	
8. L'approximation par fractions continues	259
Joseph-Louis Lagrange, <i>Sur la résolution des équations numériques</i> , 1769	
<i>Techniques hornériennes de transformation des équations polynomiales</i>	
9. Le schéma de Ruffini-Budan	263
Paolo Ruffini, <i>Sopra la determinazione delle radici nelle equazioni numeriche</i> , 1804	
François Budan, <i>Nouvelle Méthode pour la résolution des équations numériques</i> , 1807	

Bibliographie	269
Chapitre 8. Des algorithmes de l'arithmétique	271
<i>Diviseurs et multiples</i>	
1. Le crible d'Ératosthène	274
Nicomaque de Gérase, <i>L'Introduction Arithmétique</i> , II ^e siècle	
2. Critères de divisibilité	277
Pascal, <i>Des caractères de divisibilité des nombres déduits de la somme de leurs chiffres</i> , 1665	
3. Calcul de résidus quadratiques	281
Legendre, <i>Théorie des nombres</i> , 1798	
<i>Tests de primalité</i>	
4. La réciproque du théorème de Fermat	286
Lucas, <i>Théorie des nombres</i> , 1891	
Lehmer, <i>Tests for primality by the converse of Fermat's theorem</i> , 1927	
5. Le test de Lucas	290
Lucas, <i>Théorie des fonctions numériques simplement périodiques</i> , 1878	
6. Le test de Pépin	295
Pépin, <i>Sur la formule $2^{2^n} + 1$</i> , 1877	
<i>Algorithmes de factorisation</i>	
7. Factorisation par différence de deux carrés	300
Lettre de Fermat à Mersenne, 1643	
8. Factorisation par les résidus quadratiques	302
Gauss, <i>Recherches arithmétiques</i> , 1801	
9. Factorisation par les fractions continues	305
Lehmer et Powers, <i>On factoring large numbers</i> , 1931	
<i>L'équation de Pell-Fermat</i>	
10. Les Arithmétiques de Diophante	309
Diophante, <i>Les six livres d'arithmétique</i> , vers 250	
11. Le résultat de Lagrange	312
Lagrange, <i>Solution d'un problème d'arithmétique</i> , 1766-1769	
Bibliographie	317
Chapitre 9. Résolution de systèmes d'équations linéaires	319
1. Les formules de Cramer	321
Gabriel Cramer,	
<i>Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques</i> , 1750	
2. La méthode des moindres carrés	324
Adrien-Marie Legendre,	
<i>Nouvelles Méthodes pour la détermination des Orbites de Comètes</i> , 1805	
3. Le « pivot » de Gauss	328
Carl-Friedrich Gauss, <i>Disquisitio de Elementis Ellipticis Palladis</i> , 1810	
4. Une méthode itérative de Gauss	333
Carl-Friedrich Gauss, Lettre à Gerling du 26 décembre 1823	
5. La méthode de Jacobi	337
Carl Gustav Jacobi, <i>Sur un nouveau procédé de résolution des équations linéaires qui se présentent dans la méthode des moindres carrés</i> , 1845	
6. La méthode de Seidel	340

Ludwig Seidel, <i>Sur un procédé pour résoudre par approximations successives les équations dites normales</i> , 1874	
7. La rapidité de convergence selon Nekrasov	344
Nekrasov, <i>Détermination des inconnues par la méthode des moindres carrés pour un grand nombre d'inconnues</i> , 1885	
8. La méthode du Commandant Cholesky	347
Commandant Benoît, <i>Sur une méthode de résolution des équations normales</i> , 1923	
Épilogue	351
Bibliographie	353
Chapitre 10. Tables et interpolation	355
1. Les tables de cordes de Ptolémée	358
Ptolémée, <i>Composition Mathématique</i> (vers 150 ap. J.-C.)	
2. Les logarithmes décimaux de Briggs	365
Adrien Vlacq, <i>Arithmétique logarithmétique</i> , 1628	
3. La formule de Gregory-Newton	369
James Gregory, lettre à John Collins du 23 novembre 1670	
4. Le polynôme d'interpolation de Newton	373
Isaac Newton, <i>Philosophiæ naturalis principia mathematica</i> , 1687	
5. Le polynôme d'interpolation de Lagrange	379
Joseph-Louis Lagrange, <i>Leçons élémentaires de mathématiques données à l'École Normale</i> , 1795	
6. Majoration de l'erreur	384
Louis-Augustin Cauchy, <i>Sur les fonctions interpolaires</i> , 1840	
7. L'algorithme de Neville	387
E. H. Neville, <i>Iterative interpolation</i> , 1933	
Épilogue : l'algorithme C.O.R.D.I.C.	389
Bibliographie	391
Chapitre 11. Quadratures approchées	393
1. La formule de Gregory	395
James Gregory, <i>Lettre à Collins</i> , 1670	
2. La règle des trois-huitièmes de Newton	397
Isaac Newton, <i>Methodus differentialis</i> , 1711	
3. Les formules de Newton-Cotes	399
Roger Cotes, <i>De methodo differentiali Newtoniana</i> , 1722	
4. Les formules correctives de Stirling	401
James Stirling, <i>Tractatus de Summatione et Interpolatione Serierum</i> , 1730	
5. La méthode composite de Simpson	403
Thomas Simpson, <i>Of the Areas of Curves &c, by Approximation</i> , 1743	
6. Les formules de quadrature de Gauss	405
Carl Gustav Jacobi, <i>Ueber Gauss neue Methode die Werthe der Integrale näherungsweise zu finden</i> , 1826	
7. Le choix de Tchebychev	409
Pafnuti Tchebychev, <i>Sur les quadratures</i> , 1874	
Épilogue	412
Bibliographie	412

Chapitre 12. Résolutions approchées d'équations différentielles	415
1. La méthode d'Euler.	417
Leonhard Euler, <i>Institutionum Calculi Integralis</i> , 1768	
2. L'existence d'une solution.	421
Émile Picard, <i>Sur la théorie des équations aux dérivées partielles et la méthode des approximations successives</i> , 1890	
3. Les méthodes de Runge.	425
Carl Runge,	
<i>Sur la résolution numérique des équations différentielles</i> , 1895	
4. Les méthodes de Heun	432
Karl Heun, <i>Nouvelle méthode pour l'intégration approchée des équations différentielles d'une variable indépendante</i> , 1900	
5. Les méthodes de Kutta	436
Wilhelm Kutta,	
<i>Contribution à l'intégration approchée des équations différentielles totales</i> , 1901	
6. Les méthodes d'Adams	441
Francis Bashforth, <i>An attempt to test the theories of capillary action</i> , 1883	
Épilogue	446
Bibliographie	447
Chapitre 13. Approximation de fonctions	449
<i>Approximation uniforme</i>	
1. La formule de Taylor	452
Brook Taylor, <i>Methodus incrementorum directa et inversa</i> , 1715	
2. Le reste de Lagrange	453
Joseph-Louis Lagrange, <i>Leçons sur le calcul des fonctions</i> , 1799	
3. Le polynôme de meilleure approximation selon Tchebychev	458
Pafnuti Tchebychev, <i>Sur les questions de minima qui se rattachent à la représentation approximative des fonctions</i> , 1859	
4. Approximation par fonctions splines cubiques	464
I.-J. Schoenberg, <i>Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions</i> , 1946	
<i>Approximation en moyenne quadratique</i>	
5. La série de Fourier.	469
Charles de la Vallée-Poussin,	
<i>Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle</i> , 1919	
6. La transformée de Fourier rapide	472
James Cooley et John Tukey,	
<i>An algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series</i> , 1965	
Bibliographie	475
Chapitre 14. Accélération de convergence	477
1. La méthode de Stirling pour les séries.	478
James Stirling, <i>Methodus differentialis</i> , 1730	
2. La formule d'Euler-Maclaurin pour les intégrales	483
Colin Maclaurin, <i>A treatise of fluxions</i> , 1742	
3. Le calcul de la constante d'Euler.	488
Leonhard Euler, <i>Inventio summae cujusque seriei ex dato termino generali</i> , 1736	

4. La méthode d'Aitken pour les suites	492
A. C. Aitken, <i>On Bernoulli's Numerical Solution of Algebraic Equations</i> , 1926	
5. La méthode d'extrapolation de Richardson	497
Lewis Richardson, <i>The Defferred Approach to the Limit</i> , 1927	
6. La méthode de Romberg pour l'intégration	501
Werner Romberg, <i>Vereinfachte numerische Integration</i> , 1955	
Bibliographie	503
Chapitre 15. Vers un concept d'algorithme	505
Fonctions récursives et fonctions calculables	
1. La définition de 1931	509
Kurt Gödel, <i>Sur les propositions indécidables des Principia Mathematica</i> , 1931	
2. Fonctions récursives générales au sens de Gödel	511
Kurt Gödel, <i>Sur les propositions indécidables des systèmes mathématiques formels</i> , 1934	
3. La calculabilité effective de Church	514
Alonzo Church, <i>Sur un problème indémontrable de la théorie élémentaire des nombres</i> , 1936	
4. Fonctions récursives au sens de Kleene	518
Stephen Kleene, <i>Fonctions récursives générales d'entiers naturels</i> , 1936	
Machines	
5. La machine de Turing	521
Alan Turing, <i>Sur les nombres calculables, avec une application à l'Entscheidungsproblem</i> , 1936	
6. La machine de Post	527
Emil Post, <i>Processus Combinatoires finis. Formulation I</i> , 1936	
Conclusion	534
Bibliographie	535
Épilogue. Écriture, temps, hasard	537
1. Écriture et langages	538
2. Récursivité et complexités	541
3. Algorithmes et hasard	545
Références	551
 Annexes	
Bibliographie générale	553
Notices biographiques	556
Index des noms propres	593
Index terminologique	597