

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION.....	V
AVANT-PROPOS	5
Chapitre 0. Rappels et compléments	7
0.0 Notations. Rappels	7
0.1 Algèbre extérieure	9
0.2 Calcul différentiel	15
0.3 Formes différentielles sur un ouvert d'un espace vectoriel	24
0.4 Intégration	32
0.5 Exercices	35
Chapitre 1. Equations différentielles	36
1.1 Généralités	37
1.2 Equations différentielles indépendantes du temps : existence de solutions locales	39
1.3 Etude de l'unicité globale. Coulée globale.	45
1.4 Champs de vecteurs dépendant du temps, champs de vecteurs dépendant d'un paramètre	49
1.5 Unicité et coulée globale pour les champs de vecteurs dépendant du temps	51
1.6 Culture et équations linéaires	52
Chapitre 2. Variétés différentielles	55
2.1 Sous-variétés de \mathbf{R}^n	56
2.2 Variétés abstraites	62
2.3 Morphismes	70
2.4 Revêtements, quotients	76
2.5 Espaces tangents	84
2.6 Sous-variétés, immersions, submersions, plongements	96
2.7 Fibrés normaux, unitaires ; tubes	101
2.8 Exercices	107
Chapitre 3. Partitions de l'unité. Densités. Courbes	114
3.1 Plongement des variétés compactes	115
3.2 Partitions de l'unité	117
3.3 Densités sur une variété	121
3.4 Classification des variétés connexes de dimension un	127
3.5 Champs de vecteurs et équations différentielles sur les variétés	131
3.6 Exercices	138

Chapitre 4. Points critiques	141
4.1 Définitions, exemples	141
4.2 Points critiques non dégénérés d'une fonction numérique. Réduction de Morse	145
4.3 Théorème de Sard	157
4.4 Exercices	160
Chapitre 5. Calcul différentiel sur les variétés	162
5.1 Le fibré T^*X	163
5.2 Formes différentielles sur une variété	164
5.3 Formes de degré maximum et orientation	172
5.4 Groupes de de Rham	187
5.5 Dérivée de Lie	192
5.6 Ouverts étoilés ; lemme de Poincaré.	196
5.7 Groupes de de Rham des sphères et des projectifs	198
5.8 Groupes de de Rham des tores	202
5.9 Exercices	205
Chapitre 6. Calcul intégral sur les variétés	209
6.1 Intégrale d'une d -forme sur une variété orientée de dimension d	210
6.2 Théorème de Stokes	216
6.3 Premières applications du théorème de Stokes	221
6.4 Forme volume canonique d'une sous-variété orientée d'un espace euclidien	226
6.5 Volume d'une sous-variété orientée d'un espace euclidien	230
6.6 Densité canonique d'une sous-variété d'un espace euclidien	239
6.7 Volume des tubes I : compléments sur les formes volumes	243
6.8 Volume des tubes II	253
6.9 Volume des tubes III	259
6.10 Exercices	265
Chapitre 7. Théorie du degré	272
7.1 Lemmes préliminaires	273
7.2 Détermination de $R^q(X)$	280
7.3 Degré	283
7.4 Invariance du degré par homotopie. Applications	287
7.5 Volume des tubes (fin) et formule de Gauss-Bonnet	294
7.6 Degré des applications appartenant à $C^0(S^1; S^1)$	299
7.7 Indice d'un champ de vecteurs sur une variété abstraite	303
7.8 Exercices	306
Chapitre 8. Courbes. Théorie locale	310
8.0 Introduction	311
8.1 Définitions	312
8.2 Invariants affines : tangente, plan osculateur, concavité	317
8.3 Longueur, l. a. paramétrisations d'une courbe d'un espace euclidien ..	323
8.4 Courbure d'une courbe d'un espace euclidien	326
8.5 Courbure algébrique d'une courbe plane orientée dans un plan orienté euclidien	331
8.6 Torsion des courbes birégulières d'un espace euclidien de dimension 3 ..	334
8.7 Exercices	342

Chapitre 9. Courbes planes. Théorie globale	352
9.1 Définitions	353
9.2 Théorème de Jordan	357
9.3 L'inégalité isopérimétrique	363
9.4 Nombre d'enroulement d'une courbe plane	366
9.5 Turning tangent theorem ou Umlaufsatz	371
9.6 Convexité globale	375
9.7 Théorème des quatre sommets	379
9.8 La formule de Fabricius-Bjerre-Halpern	382
9.9 Exercices	390

Chapitre 10. Petit guide pour la théorie locale des surfaces de \mathbf{R}^3	393
10.1 Définitions	394
10.2 Exemples	395
10.3 Les deux formes fondamentales d'une surface	416
10.4 Ce que l'on peut faire avec la première forme fondamentale (géométrie riemannienne en dimension 2)	418
10.5 La courbure de Gauss	429
10.6 La deuxième forme fondamentale et ce que l'on peut faire avec ..	436
10.7 Relations entre les deux formes fondamentales d'une surface	448
10.8 A propos des hypersurfaces de \mathbf{R}^{n+1}	450

Chapitre 11. Petit guide pour la théorie globale des surfaces	451
--	------------

PREMIÈRE PARTIE : VARIÉTÉS RIEMANNIENNES GLOBALES DE DIMENSION 2	453
---	------------

11.1 Le problème global du plus court chemin	453
11.2 Les surfaces à courbure constante	455
11.3 Propriétés métriques : formules des variations première et seconde	457
11.4 Unicité des plus courts chemins et rayon d'injectivité	459
11.5 Variétés à $K \geq k$	462
11.6 Variétés à $K \leq k$	465
11.7 Formules de Gauss-Bonnet et de Hopf	466
11.8 L'inégalité isopérimétrique sur les surfaces	468
11.9 Les géodésiques périodiques et les inégalités isosystoliques	469
11.10 Les surfaces à géodésiques toutes périodiques	471
11.11 Transition entre les deux parties : problèmes de plongement et d'immersion	472

DEUXIÈME PARTIE : SURFACES PLONGÉES OU IMMERGÉES DANS \mathbf{R}^3	474
--	------------

11.12 Les surfaces à courbure nulle	474
11.13 Les surfaces à courbure positive ou nulle	475
11.14 Résultats d'unicité et de rigidité	476
11.15 Les surfaces à $K < 0$	477

11.16	Les surfaces à courbure moyenne nulle, <i>alias</i> surfaces minima	478
11.17	Les surfaces à courbure moyenne constante, <i>alias</i> bulles de savon	480
11.18	Les surfaces de Weingarten	482
11.19	Les surfaces comme enveloppes de plans : formulaire et applications . .	484
11.20	Les inégalités isopérimétriques pour les surfaces	487
11.21	Bouquet : propriétés caractéristiques de la sphère et des cyclides de Dupin	487
Bibliographie		493
Index terminologique		499
Index des notations		509