

Table des matières

1	Des entiers naturels aux nombres rationnels	11
1	Ensembles de nombres	11
1.1	Entiers naturels	11
1.2	Entiers relatifs	15
1.3	Nombres rationnels	17
1.4	Incursion dans les nombres réels	22
2	Calculs, la base	23
2.1	Calcul littéral	23
2.2	Les fractions	25
2.3	Les puissances	26
2.4	Résolution des équations du premier et second degré	27
3	Exercices	29
2	Sommes et produits - Méthodes de démonstration	33
1	Sommes	33
1.1	Définition	34
1.2	Propriétés	34
1.3	Sommes télescopiques	36
1.4	Sommes classiques	37
1.5	Sommes doubles	38
2	Produits	40
3	Démonstration par récurrence	40
4	Autres principes de démonstration	42
4.1	Méthode déductive	43
4.2	L'implication	43
4.3	L'équivalence	44
4.4	L'existence	44
4.5	Par l'absurde	45
5	Exercices	46

3	Les réels	49
1	Bases de la théorie des ensembles	49
1.1	Le produit cartésien	49
1.2	La relation d'inclusion entre parties d'un ensemble	50
1.3	Opérations sur les ensembles	51
2	Nombres réels	55
2.1	Introduction	55
2.2	Relation d'ordre dans les réels	56
2.3	Inégalités	58
2.4	Valeur absolue	62
2.5	Équations avec des racines	64
3	Exercices	64
4	Relations	69
1	Relation d'ordre - Relation d'équivalence	69
1.1	Introduction	69
1.2	Vocabulaire pour les relations sur un même ensemble	69
1.3	Relation d'ordre	71
1.4	Relation d'équivalence	71
2	Relation fonctionnelle	72
2.1	Vocabulaire	72
2.2	Applications particulières	75
2.3	Restriction et prolongement d'une application	77
2.4	Opération sur les applications	78
2.5	Composition d'applications	79
3	Exercices	80
5	Fonction numérique de la variable réelle	83
1	Rappels - Vocabulaire	83
1.1	Fonction paire, impaire	83
2	Limites - Continuité	85
2.1	Définitions	85
2.2	Théorème de la valeur intermédiaire	87
3	Dérivabilité	88
3.1	Dérivabilité en un point	88
3.2	Dérivabilité sur un intervalle - dérivée	90

3.3	Résultats classiques	91
3.4	Dérivée d'une fonction composée	92
4	Théorème de la bijection	92
5	Rappel du plan d'étude d'une fonction	93
6	Exercices	94
6	Fonctions à connaître	97
1	Fonctions puissances entières	97
1.1	Fonctions puissances entières positives	97
1.2	Fonctions puissances entières négatives	98
1.3	Résultats remarquables	99
2	Fonctions exponentielle et logarithme népérien	99
2.1	Fonction exponentielle	99
2.2	Propriétés	101
2.3	Fonction logarithme népérien	101
2.4	Propriétés	103
3	Fonctions exponentielle et logarithme de base a	104
3.1	Fonction exponentielle de base a	104
3.2	Propriétés	105
3.3	Fonction logarithme de base a	106
3.4	Propriétés	107
4	Fonctions puissances non entières	107
4.1	Fonction puissance non entière positive	107
4.2	Propriétés	108
4.3	Fonction puissance non entière négative	109
4.4	Propriétés	110
5	Fonctions circulaires	110
5.1	Fonction sinus	110
5.2	Propriétés	111
5.3	Fonction cosinus	111
5.4	Propriétés	113
5.5	Fonction tangente	113
5.6	Propriétés	114
6	Fonctions réciproques des fonctions circulaires	114
6.1	Fonction arcsinus	114
6.2	Propriétés	116

6.3	Fonction arccosinus	116
6.4	Propriétés	117
6.5	Fonction arctangente	117
6.6	Propriétés	119
7	Fonctions hyperboliques	119
7.1	Fonction sinus hyperbolique	119
7.2	Propriétés	120
7.3	Fonction cosinus hyperbolique	120
7.4	Propriétés	122
7.5	Fonction tangente hyperbolique	122
7.6	Propriétés	123
8	Exercices	123
7	Nombres complexes	127
1	Corps des nombres complexes	127
2	Module d'un nombre complexe	131
3	Affixe et plan complexe	134
4	Argument et forme trigonométrique	135
5	Exponentielle complexe et forme exponentielle	137
6	Formules et applications	140
7	Résolution d'équations avec des complexes	142
8	Racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité	144
9	Géométrie et nombres complexes	147
9.1	Caractérisations géométriques à l'aide des complexes	147
9.2	Similitudes	149
10	Exercices	150
8	Suites numériques	153
1	Généralités	153
1.1	Vocabulaire de base	153
1.2	Suite convergente et divergente	154
1.3	Opération sur les limites	158
2	Suites réelles	159
2.1	Image par une application continue	159
2.2	Passage à la limite dans les inégalités	160
2.3	Suites qui tendent (qui divergent) vers l'infini	161

2.4	Variation d'une suite réelle	162
2.5	Suites adjacentes	164
2.6	Suites équivalentes, dominées et négligeables	165
3	Exemples de suites numériques	166
3.1	Les suites arithmétiques	166
3.2	Les suites géométriques	167
3.3	Les suites définies par une fonction	168
3.4	Les suites définies par une récurrence linéaire d'ordre 1 ou suites arithmético-géométrique	169
3.5	Les suites définies par une récurrence linéaire d'ordre 2	170
4	Exercices	171
9	Méthodes de calcul intégral	175
1	Rappels sur l'intégrale	175
2	Méthodes pratiques pour le calcul d'intégrale	177
2.1	Par l'utilisation d'une primitive	177
2.2	Par changement de variable	179
2.3	Par intégration par parties	181
3	Exercices	182
10	Équations différentielles linéaires	187
1	Équations différentielles linéaires du premier ordre	187
1.1	Équation sans second membre	188
1.2	Solution particulière de l'équation différentielle	189
1.3	Solution générale de l'équation différentielle	191
1.4	Cas particulier de l'équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants	191
2	Équations différentielles linéaires du second ordre	193
2.1	Équations à coefficients constants	193
2.2	Équation sans second membre	194
2.3	Solution particulière de l'équation différentielle	195
2.4	Solution générale de l'équation différentielle	197
3	Exercices	197
	Index	199