

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Des entiers naturels aux nombres rationnels</b>	<b>11</b>
1	Ensembles de nombres . . . . .	11
1.1	Entiers naturels . . . . .	11
1.2	Entiers relatifs . . . . .	15
1.3	Nombres rationnels . . . . .	17
1.4	Incursion dans les nombres réels . . . . .	22
2	Calculs, la base . . . . .	23
2.1	Calcul littéral . . . . .	23
2.2	Les fractions . . . . .	25
2.3	Les puissances . . . . .	26
2.4	Résolution des équations du premier et second degré . . . . .	27
3	Exercices . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Sommes et produits - Méthodes de démonstration</b>	<b>33</b>
1	Sommes . . . . .	33
1.1	Définition . . . . .	34
1.2	Propriétés . . . . .	34
1.3	Sommes télescopiques . . . . .	36
1.4	Sommes classiques . . . . .	37
1.5	Sommes doubles . . . . .	38
2	Produits . . . . .	40
3	Démonstration par récurrence . . . . .	40
4	Autres principes de démonstration . . . . .	42
4.1	Méthode déductive . . . . .	43
4.2	L'implication . . . . .	43
4.3	L'équivalence . . . . .	44
4.4	L'existence . . . . .	44
4.5	Par l'absurde . . . . .	45
5	Exercices . . . . .	46

<b>3</b>	<b>Les réels</b>	<b>49</b>
1	Bases de la théorie des ensembles . . . . .	49
1.1	Le produit cartésien . . . . .	49
1.2	La relation d'inclusion entre parties d'un ensemble . . . . .	50
1.3	Opérations sur les ensembles . . . . .	51
2	Nombres réels . . . . .	55
2.1	Introduction . . . . .	55
2.2	Relation d'ordre dans les réels . . . . .	56
2.3	Inégalités . . . . .	58
2.4	Valeur absolue . . . . .	62
2.5	Équations avec des racines . . . . .	64
3	Exercices . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Relations</b>	<b>69</b>
1	Relation d'ordre - Relation d'équivalence . . . . .	69
1.1	Introduction . . . . .	69
1.2	Vocabulaire pour les relations sur un même ensemble . . . . .	69
1.3	Relation d'ordre . . . . .	71
1.4	Relation d'équivalence . . . . .	71
2	Relation fonctionnelle . . . . .	72
2.1	Vocabulaire . . . . .	72
2.2	Applications particulières . . . . .	75
2.3	Restriction et prolongement d'une application . . . . .	77
2.4	Opération sur les applications . . . . .	78
2.5	Composition d'applications . . . . .	79
3	Exercices . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Fonction numérique de la variable réelle</b>	<b>83</b>
1	Rappels - Vocabulaire . . . . .	83
1.1	Fonction paire, impaire . . . . .	83
2	Limites - Continuité . . . . .	85
2.1	Définitions . . . . .	85
2.2	Théorème de la valeur intermédiaire . . . . .	87
3	Dérivabilité . . . . .	88
3.1	Dérivabilité en un point . . . . .	88
3.2	Dérivabilité sur un intervalle - dérivée . . . . .	90

3.3	Résultats classiques . . . . .	91
3.4	Dérivée d'une fonction composée . . . . .	92
4	Théorème de la bijection . . . . .	92
5	Rappel du plan d'étude d'une fonction . . . . .	93
6	Exercices . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Fonctions à connaître</b>	<b>97</b>
1	Fonctions puissances entières . . . . .	97
1.1	Fonctions puissances entières positives . . . . .	97
1.2	Fonctions puissances entières négatives . . . . .	98
1.3	Résultats remarquables . . . . .	99
2	Fonctions exponentielle et logarithme népérien . . . . .	99
2.1	Fonction exponentielle . . . . .	99
2.2	Propriétés . . . . .	101
2.3	Fonction logarithme népérien . . . . .	101
2.4	Propriétés . . . . .	103
3	Fonctions exponentielle et logarithme de base $a$ . . . . .	104
3.1	Fonction exponentielle de base $a$ . . . . .	104
3.2	Propriétés . . . . .	105
3.3	Fonction logarithme de base $a$ . . . . .	106
3.4	Propriétés . . . . .	107
4	Fonctions puissances non entières . . . . .	107
4.1	Fonction puissance non entière positive . . . . .	107
4.2	Propriétés . . . . .	108
4.3	Fonction puissance non entière négative . . . . .	109
4.4	Propriétés . . . . .	110
5	Fonctions circulaires . . . . .	110
5.1	Fonction sinus . . . . .	110
5.2	Propriétés . . . . .	111
5.3	Fonction cosinus . . . . .	111
5.4	Propriétés . . . . .	113
5.5	Fonction tangente . . . . .	113
5.6	Propriétés . . . . .	114
6	Fonctions réciproques des fonctions circulaires . . . . .	114
6.1	Fonction arcsinus . . . . .	114
6.2	Propriétés . . . . .	116

6.3	Fonction arccosinus . . . . .	116
6.4	Propriétés . . . . .	117
6.5	Fonction arctangente . . . . .	117
6.6	Propriétés . . . . .	119
7	Fonctions hyperboliques . . . . .	119
7.1	Fonction sinus hyperbolique . . . . .	119
7.2	Propriétés . . . . .	120
7.3	Fonction cosinus hyperbolique . . . . .	120
7.4	Propriétés . . . . .	122
7.5	Fonction tangente hyperbolique . . . . .	122
7.6	Propriétés . . . . .	123
8	Exercices . . . . .	123
<b>7</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>127</b>
1	Corps des nombres complexes . . . . .	127
2	Module d'un nombre complexe . . . . .	131
3	Affixe et plan complexe . . . . .	134
4	Argument et forme trigonométrique . . . . .	135
5	Exponentielle complexe et forme exponentielle . . . . .	137
6	Formules et applications . . . . .	140
7	Résolution d'équations avec des complexes . . . . .	142
8	Racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité . . . . .	144
9	Géométrie et nombres complexes . . . . .	147
9.1	Caractérisations géométriques à l'aide des complexes . . . . .	147
9.2	Similitudes . . . . .	149
10	Exercices . . . . .	150
<b>8</b>	<b>Suites numériques</b>	<b>153</b>
1	Généralités . . . . .	153
1.1	Vocabulaire de base . . . . .	153
1.2	Suite convergente et divergente . . . . .	154
1.3	Opération sur les limites . . . . .	158
2	Suites réelles . . . . .	159
2.1	Image par une application continue . . . . .	159
2.2	Passage à la limite dans les inégalités . . . . .	160
2.3	Suites qui tendent (qui divergent) vers l'infini . . . . .	161

2.4	Variation d'une suite réelle . . . . .	162
2.5	Suites adjacentes . . . . .	164
2.6	Suites équivalentes, dominées et négligeables . . . . .	165
3	Exemples de suites numériques . . . . .	166
3.1	Les suites arithmétiques . . . . .	166
3.2	Les suites géométriques . . . . .	167
3.3	Les suites définies par une fonction . . . . .	168
3.4	Les suites définies par une récurrence linéaire d'ordre 1 ou suites arithmético-géométrique . . . . .	169
3.5	Les suites définies par une récurrence linéaire d'ordre 2 . . . . .	170
4	Exercices . . . . .	171
<b>9</b>	<b>Méthodes de calcul intégral</b>	<b>175</b>
1	Rappels sur l'intégrale . . . . .	175
2	Méthodes pratiques pour le calcul d'intégrale . . . . .	177
2.1	Par l'utilisation d'une primitive . . . . .	177
2.2	Par changement de variable . . . . .	179
2.3	Par intégration par parties . . . . .	181
3	Exercices . . . . .	182
<b>10</b>	<b>Équations différentielles linéaires</b>	<b>187</b>
1	Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . .	187
1.1	Équation sans second membre . . . . .	188
1.2	Solution particulière de l'équation différentielle . . . . .	189
1.3	Solution générale de l'équation différentielle . . . . .	191
1.4	Cas particulier de l'équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants . . . . .	191
2	Équations différentielles linéaires du second ordre . . . . .	193
2.1	Équations à coefficients constants . . . . .	193
2.2	Équation sans second membre . . . . .	194
2.3	Solution particulière de l'équation différentielle . . . . .	195
2.4	Solution générale de l'équation différentielle . . . . .	197
3	Exercices . . . . .	197
	<b>Index</b>	<b>199</b>