

Énergie électrique

Exercices et problèmes

Énergie électrique

Exercices et problèmes

Électrotechnique – Magnétisme – Machines – Réseaux

3^e édition

Luc Lasne

Professeur agrégé à l'Université de Bordeaux

DUNOD

Couverture : © tantawat – Fotolia.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2005, 2011, 2019

11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-079145-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Avant propos

L'**énergie électrique**¹ est une matière qui occupe une place importante dans la physique, les sciences de l'ingénieur, et la technologie en général. Elle requiert des bases solides en mathématiques et en physique et aborde des domaines en apparence assez différents, tels que l'étude des régimes sinusoïdaux et des circuits triphasés, l'étude du magnétisme et des « circuits magnétiques », celle des machines électriques tournantes, ou encore l'étude harmonique des courants et tensions électriques porteurs de l'énergie. De plus, c'est une matière fortement liée à l'**histoire des techniques** et, en tant que tel, elle présente des grandeurs particulières, son « vocabulaire » propre, ses « outils » incontournables. Elle nécessite en priorité des bases inébranlables en étude des circuits électriques et des connaissances sûres dans le domaine des puissances électriques, mais aussi du magnétisme (qui est assez complexe en physique générale), de la mécanique de base, et de la physique des énergies.

La troisième édition de cet ouvrage contient huit synthèses de cours, 41 exercices et 15 problèmes, tous corrigés de façon particulièrement détaillée. En effet, les « bonnes démarches » permettant de progresser dans les différents domaines liés à l'énergie électrique et magnétique ne peuvent s'acquérir qu'en se confrontant à des exercices variés avant d'aborder des sujets plus complets.

Voilà pourquoi cet ouvrage propose, pour chaque thème abordé, une progression identique : une **synthèse de cours** qui présente sans détours les notions « incontournables », puis une **série d'exercices** permettant de gagner en confiance et de cerner

1. L'étude de l'énergie électrique était précédemment appelée « électrotechnique », ce qui justifie le titre des deux premières éditions *Exercices et problèmes d'électrotechnique*.

facilement les points à éclaircir et, pour finir, un ou plusieurs **problèmes** plus ardu, du type de ceux rencontrés dans les examens. Les différents thèmes sont abordés dans une certaine idée de progression et il est vivement conseillé de respecter cet ordre afin de profiter d'une vision cohérente de la matière. Parmi ces problèmes figurent d'ailleurs cinq **sujets de synthèse** nécessitant chacun un certain recul sur les notions abordées au préalable.

Sur le seul plan de la réussite scolaire, ce travail est logiquement « fructueux » et il n'existe sûrement pas de meilleur moyen de révision pour un étudiant que de traiter une série d'exercices adaptée à son programme... Cet ouvrage, destiné aux étudiants des filières de la physique et des sciences de l'ingénieur désirant préparer correctement leurs épreuves d'énergie électrique, se révélera également un recueil intéressant de sujets permettant la préparation des concours spécialisés CAPES, CAPET et Agrégation, et des Masters de l'enseignement, ou encore permettra d'alimenter les enseignants de la matière dans la conception de leurs propres sujets d'examen.

À l'occasion de cette troisième édition, deux nouveaux problèmes de synthèse ont été rajoutés, le chapitre 2 portant sur le magnétisme a été totalement refondu et un grand nombre de points particuliers ont été mis à jour. Enfin, le chapitre 7 est tout nouveau, il traite à l'aide d'une synthèse de cours, de trois exercices et d'un problème, de l'énergie électrique en régime continu et des réseaux haute tension continus (HVDC).

Enfin, même si cet ouvrage présente des synthèses de cours permettant une lecture aisée des notions importantes, l'**ouvrage de cours** *Énergie électrique*, 3^e édition du même auteur et dans la même collection « Sciences Sup » (ISBN 978-2-10-077883-6) s'avèrera un complément très intéressant dans lequel l'intégralité des démonstrations et des démarches est traitée, ainsi que de nombreux chapitres abordant les **notions avancées** : l'étude des déséquilibres par les composantes symétriques, le magnétisme des aimants permanents, les modèles matriciels des machines tournantes, les condensateurs et isolants, les réseaux électriques AC et DC, les batteries et l'énergie photovoltaïque. Le lecteur désireux de parfaire son approche y trouvera également dans chaque chapitre des exercices corrigés, différents de ceux de ce recueil et traités dans une optique différente, plus « exploratoire ».

Remerciements

À l'occasion de cette troisième édition, je tiens plus que jamais à remercier M. Jean-Claude Gianduzzo, enseignant et chercheur retraité de l'Université de Bordeaux, pour sa permanence dans ma formation scientifique, pour ses connaissances et son élégance, et tout l'aspect humain qui va avec. Je remercie également Jacqueline, sa femme, pour son accueil et sa richesse d'âme. Il doit être assez rare dans la vie de se sentir « adopté » à ce point, et je le leur dois.

Je remercie également M. Didier Geoffroy, tout jeune retraité de l'Université de Bordeaux, historiquement pour sa contribution à l'étude de l'alternateur relié au réseau, mais surtout, après toutes ces années, pour sa formidable présence autour de moi et autour de toute l'équipe du CREEA (les deux Xavier, Myriam, Stéphane, Noëlle, que je remercie aussi) au cours de sa magnifique carrière.

Je remercie, comme dans les éditions précédentes, les anciens de l'ENS de Cachan, les collègues et enseignants de cette école où j'ai été formé à cette matière passionnante qu'est l'énergie électrique. Ils se reconnaîtront : Michel Lavabre, Alain Cunière, Bernard Multon, Gilles Feld, et j'en oublie...

Un clin d'œil malicieux à M. Paul Bourgois sans qui mes orientations scolaires auraient peut-être été très différentes... merci pour tes questions, tes réponses, et cette première image de scientifique pur qui m'a tant marqué.

Je remercie les nombreux collaborateurs de l'entreprise RTE (réseau de transport électrique) pour la confiance qu'ils m'ont apportée autour de plus de 10 ans de collaboration maintenant. Tout particulièrement, je remercie Jean-Marc Debruyne du pôle DES (RTE) pour sa confiance, la qualité de son travail, et l'ensemble des compétences qu'il m'a permis d'acquérir dans le domaine du réseau électrique.

Enfin, je remercie sincèrement Eléna Chryssos qui a travaillé sur le montage de la 3^e édition du livre de cours ainsi que sur le montage du livre que vous avez dans les mains. Sans son travail... pas de livre.

Plus intimement, je remercie mes proches pour toute la patience dont ils font preuve lorsque je « travaille sur mes livres », ce qui permet régulièrement de nous pourrir les vacances... J'embrasse Armelle, Salomé, Vadim, ma mère et ma sœur, ainsi que mes quelques amis intimes qui se comptent sur les doigts d'une main (ou deux tout au plus) : Vincent, Xavier, Hakim, François, Greg et Marianne.

Table des matières

AVANT PROPOS	V
CHAPITRE 1 • CIRCUITS MONOPHASÉS ET TRIPHASÉS, PUISSANCES ÉLECTRIQUES	1
1.1 Synthèse de cours n° 1 : Circuits monophasés et puissances électriques, cas particulier du régime sinusoïdal 1	
1.1.1 Lois de base et conventions des circuits électriques	1
1.1.2 Récepteurs électriques linéaires	2
1.1.3 Régime continu et régimes variables	3
1.1.4 Valeurs caractéristiques des régimes périodiques quelconques	4
1.1.5 Le régime sinusoïdal et sa représentation complexe	5
1.1.6 Les puissances électriques	9
1.2 Série d'exercices n° 1 : Circuits monophasés et puissances électriques	12
1.2.1 Énoncés	12
1.2.2 Correction des exercices	15
1.3 Synthèse de cours n° 2 : Systèmes triphasés	20
1.3.1 Système triphasé : les bases	20
1.3.2 Puissances en triphasé	24
1.3.3 Schéma équivalent monophasé d'un système équilibré	25
1.4 Série d'exercices n° 2 : Circuits triphasés	25
1.4.1 Énoncés	25
1.4.2 Correction des exercices	30

1.5	Problème n° 1 : Charges monophasées et triphasées	40
1.5.1	Énoncé	40
1.5.2	Correction détaillée	42
1.6	Problème n° 2 : Systèmes triphasés déséquilibrés	48
1.6.1	Énoncé	48
1.6.2	Correction détaillée	51
1.7	Problème n° 3 : Sujet de synthèse Calcul complexe, Circuits monophasés et triphasés	59
1.7.1	Énoncé	59
1.7.2	Correction détaillée	62
CHAPITRE 2 • CIRCUITS MAGNÉTIQUES ET TRANSFORMATEURS		71
2.1	Synthèse de cours n° 3 : Circuits magnétiques et transformateurs	71
2.1.1	Circuits magnétiques et énergie électromagnétique	71
2.1.2	Circuits magnétiques couplés et régime alternatif sinusoïdal	77
2.1.3	Transformateurs	80
2.1.4	Transformateurs triphasés	84
2.2	Série d'exercices n° 3 : Circuits magnétiques et transformateurs	87
2.2.1	Énoncés	87
2.2.2	Correction des exercices	92
2.3	Problème n° 4 : Caractérisation et utilisation de transformateur industriel, mise en parallèle de transformateurs	99
2.3.1	Énoncé	99
2.3.2	Correction détaillée	104
2.4	Problème n° 5 : synthèse, modèles de réseaux, impédances réduites et techniques de calculs sur les réseaux	112
2.4.1	Énoncé	112
2.4.2	Correction détaillée	116
2.5	Problème n° 6 : Sujet de synthèse, Magnétisme, circuits triphasés et adaptation d'impédances	127
2.5.1	Énoncé	127
2.5.2	Correction détaillée	130
2.6	Problème n° 7 : sujet de synthèse, énergie magnétique, dimensionnement de circuits magnétiques	136
2.6.1	Énoncé	136
2.6.2	Correction détaillée	140
CHAPITRE 3 • CHARGES NON LINÉAIRES, HARMONIQUES DE COURANTS ET RÉGIMES TRANSITOIRES		147
3.1	Synthèse de cours n° 4 : Charges non linéaires, harmoniques de courants et régimes transitoires	147
3.1.1	Charges non linéaires et puissances en régime déformé	147

3.1.2	Décomposition du courant en série de Fourier, notion d'harmoniques de courant	148
3.1.3	Les régimes transitoires en électrotechnique	151
3.2	Série d'exercices n° 4 : Grandeurs non sinusoïdales et régimes transitoires	154
3.2.1	Énoncés	154
3.2.2	Correction des exercices	157
3.3	Problème n° 8 : Charges non-linéaires, propagation et conséquences des courants non sinusoïdaux	165
3.3.1	Énoncé	165
3.3.2	Correction détaillée	168
CHAPITRE 4 • MACHINES À COURANT CONTINU		177
4.1	Synthèse de cours n° 5 : Machines à courant continu	177
4.1.1	Principe et constitution de la machine à courant continu	177
4.1.2	Schémas équivalents de la machine, fonctionnements en moteur et en génératrice	178
4.1.3	Montages série et parallèle (shunt)	180
4.2	Série d'exercices n° 5 : Machines à courant continu	181
4.2.1	Énoncés	181
4.2.2	Correction des exercices	186
4.3	Problème n° 9 : Choix et caractérisation d'une machine à courant continu pour une utilisation embarquée	193
4.3.1	Énoncé	193
4.3.2	Correction détaillée	197
4.4	Problème n° 10 : Machine à courant continu : réversibilité et régimes transitoires	202
4.4.1	Énoncé	202
4.4.2	Correction détaillée	205
CHAPITRE 5 • MACHINES SYNCHRONES		213
5.1	Synthèse de cours n° 6 : Champs tournants et Machines synchrones	213
5.1.1	Notion de champ tournant	213
5.1.2	Machines synchrones	216
5.1.3	Fonctionnements moteur et alternateur, écoulement des puissances et rendement	218
5.1.4	Alternateur couplé à un réseau	219
5.2	Série d'exercices n° 6 : Machines synchrones et alternateurs	220
5.2.1	Énoncés	220
5.2.2	Correction des exercices	225
5.3	Problème n° 11 : Étude d'un alternateur / moteur de centrale hydroélectrique	233
5.3.1	Énoncé	233
5.3.2	Correction détaillée	236

5.4	Problème n° 12 : Alternateur raccordé au réseau, compensateur synchrone	242
5.4.1	Énoncé	242
5.4.2	Correction détaillée	245
CHAPITRE 6 • MACHINES ASYNCHRONES		255
6.1	Synthèse de cours n° 7 : Moteurs asynchrones	255
6.1.1	Principe du moteur asynchrone et glissement	255
6.1.2	Construction du schéma équivalent monophasé du moteur asynchrone	256
6.1.3	Écoulement des puissances et rendement	257
6.1.4	Expression des puissances et des couples sous tension et fréquence constantes	258
6.2	Série d'exercices n° 7 : Machines asynchrones	260
6.2.1	Énoncés	260
6.2.2	Correction des exercices	263
6.3	Problème n° 13 : Motorisation asynchrone	271
6.3.1	Énoncé	271
6.3.2	Correction détaillée	274
6.4	Problème n° 14 : Synthèse sur les principaux moteurs électriques en traction	279
6.4.1	Énoncé	279
6.4.2	Correction détaillée	282
CHAPITRE 7 • ÉNERGIE ÉLECTRIQUE EN COURANT CONTINU		287
7.1	Synthèse de cours n° 8 : usage de l'énergie électrique en régime dc et réseaux DC	287
7.1.1	Énergie et puissance en régime continu	287
7.1.2	Sources d'énergie en courant continu	288
7.1.3	Réseau électrique en continu – HVDC	293
7.2	Série d'exercices n° 8 : énergie électrique en DC et réseaux DC	296
7.2.1	Énoncés	296
7.2.2	Correction des exercices	300
7.3	Problème n° 15 : liaisons HVDC réelles et comparaison de solutions AC et DC	305
7.3.1	Énoncé	305
7.3.2	Correction détaillée	310
BIBLIOGRAPHIE ET LIENS		319

Chapitre 1

Circuits monophasés et triphasés, puissances électriques

1.1 SYNTHÈSE DE COURS N° 1 : CIRCUITS MONOPHASÉS ET PUISSANCES ÉLECTRIQUES, CAS PARTICULIER DU RÉGIME SINUSOÏDAL

1.1.1 Lois de base et conventions des circuits électriques

► Loi des mailles

Fondement de l'étude des circuits, la loi des mailles s'écrit : « la somme des tensions orientées le long d'une maille de circuit électrique est nulle ». On retiendra l'exemple figurant sur la *figure 1.1*.

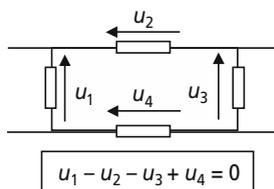


Figure 1.1 Loi des mailles.

► Loi des nœuds

Incontournable également pour l'étude des circuits électriques, la loi des nœuds s'écrit : « la somme des courants orientés à un nœud de circuit est nulle ». On retiendra l'exemple figurant sur la *figure 1.2*.

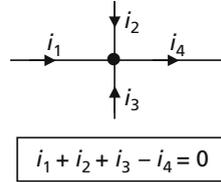


Figure 1.2 Loi des nœuds.

► Convention générateur

Lorsqu'un dipôle électrique représente le générateur de tension d'un circuit électrique, on oriente naturellement ses grandeurs électriques en « convention générateur ». On retiendra la représentation de la *figure 1.3*.

En convention générateur, la puissance électrique associée au dipôle s'écrit : $p = u \cdot i$

- Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle fournit de la puissance au reste du circuit.
- Si $p = u \cdot i < 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance du reste du circuit.

► Convention récepteur

Lorsqu'un dipôle électrique n'est pas générateur, on le dit récepteur et on oriente naturellement ses grandeurs électriques en « convention récepteur ». On retiendra la représentation de la *figure 1.3*.

En convention récepteur, la puissance électrique s'écrit également : $p = u \cdot i$

- Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance au reste du circuit.
- Si $p = u \cdot i < 0$ on dit que le dipôle fournit de la puissance du reste du circuit.

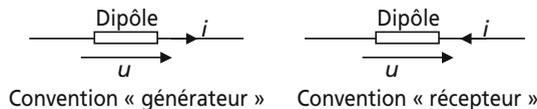


Figure 1.3 Conventions générateur et récepteur.

1.1.2 Récepteurs électriques linéaires

Il existe trois types de récepteurs électriques dits « linéaires » : les *résistances*, les *inductances* (ou *sels*) et les *condensateurs* (ou *capacités*). On résume les relations

courant/tension générales de ces dipôles de base, naturellement en convention récepteur, autour de la *figure 1.4*.

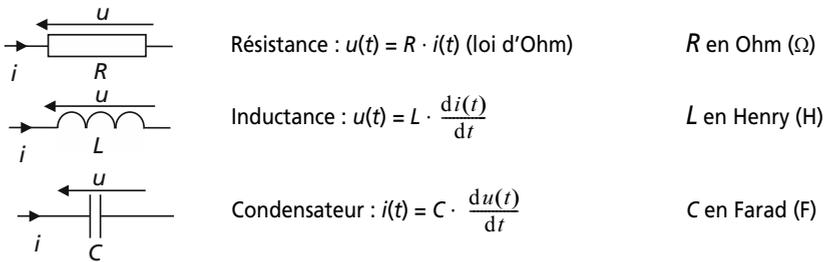


Figure 1.4 Loix générales des récepteurs linéaires.

1.1.3 Régime continu et régimes variables

➤ Régime continu

On parle de régime (permanent) continu dès lors que les grandeurs électriques (courants et tensions) d'un circuit sont indépendantes du temps. Dans ce régime particulier, les inductances représentent des court-circuits et les condensateurs des circuits ouverts. En continu les résistances sont donc les seuls récepteurs linéaires. On résume les caractéristiques à retenir des régimes continus, tout particulièrement les caractéristiques énergétiques, par la présentation classique de l'association « générateur/récepteur » représentée sur la *figure 1.5*.

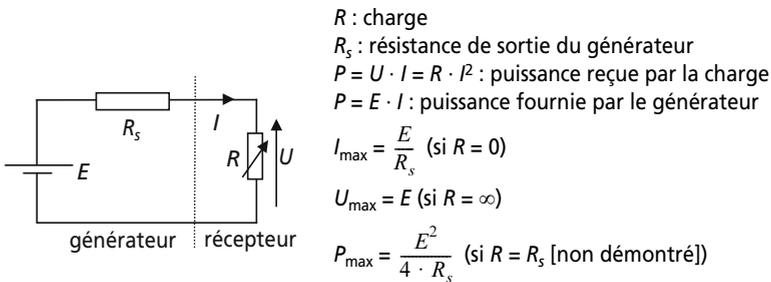


Figure 1.5 Régime continu, association générateur récepteur.

➤ Régimes variables

On distingue classiquement deux types de régimes variables, c'est-à-dire dans lesquels les grandeurs électriques dépendent du temps : les régimes transitoires et les régimes entretenus périodiques.

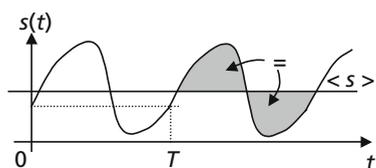
Les régimes transitoires. Ce sont les évolutions particulières des grandeurs électriques qui apparaissent lors des modifications brutales des caractéristiques d'un circuit électrique. En général ils ne se produisent pas de façon répétée, sinon on parle de régime entretenu périodique. Ils feront l'objet d'une étude particulière dans le chapitre dédié aux régimes transitoires et aux grandeurs non sinusoïdales.

Les régimes périodiques. Ils se caractérisent par le fait que les grandeurs électriques sont périodiques. La durée de répétition s'appelle la période (T en s), son inverse est appelé la fréquence (f en Hz).

1.1.4 Valeurs caractéristiques des régimes périodiques quelconques

Pour caractériser facilement les grandeurs électriques variables dans le temps des régimes périodiques, on distingue les paramètres incontournables, notés autour de la *figure 1.6*, que sont : la période, la fréquence, la valeur moyenne, la valeur efficace.

Ces notions sont des notions phares en électrotechnique et il est impératif de les maîtriser parfaitement d'autant qu'elles sont universelles dans le domaine des régimes périodiques.



Grandeur périodique quelconque : s

Période : T en secondes

Fréquence : $f = \frac{1}{T}$ en Hertz (Hz)

Pulsation : $\omega = 2\pi f$ en radians par secondes (rad/s)
(définie en sinusoïdal)

Valeur moyenne : $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_{(T)} s(t) dt$

Valeur efficace : $S_{eff} = S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{(T)} s^2(t) dt}$

Figure 1.6 Caractéristiques des grandeurs périodiques quelconques.

Remarques importantes :

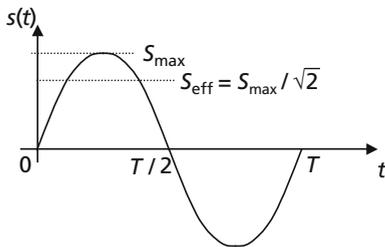
- La valeur moyenne d'un signal est la valeur qui sépare le signal sur une période en deux aires égales (voir la *figure 1.6*).
- C'est la recherche de la puissance par effet Joule due à un courant alternatif qui mène à la notion de valeur efficace. En réalité la valeur efficace d'un courant est celle qui produit la même puissance consommée par effet Joule qu'un courant continu de même valeur. En bref, la formulation des puissances sera la même en alternatif et en continu sous réserve d'utiliser la valeur efficace dans tous les cas.
- Si $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ alors $\langle s \rangle = \langle s_1 \rangle + \langle s_2 \rangle$ mais $S_{eff} \neq S_{1eff} + S_{2eff}$

1.1.5 Le régime sinusoïdal et sa représentation complexe

C'est en régime sinusoïdal que les transformateurs, les machines tournantes, etc., ont un fonctionnement optimum. C'est également en régime sinusoïdal qu'on peut transporter l'énergie électrique sous très haute tension grâce à l'utilisation des transformateurs. Ce régime correspond à la plus grande partie des configurations rencontrées dans le domaine de l'énergie électrique et donc de l'électrotechnique. Il est impératif d'en maîtriser parfaitement les notions et les méthodes d'approche qui sont incontournables pour aborder les chapitres suivants.

► Nature des grandeurs alternatives sinusoïdales

On résume autour de la *figure 1.7* les caractéristiques d'une grandeur sinusoïdale :



Grandeur sinusoïdale : $s(t) = S_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
Période : $T(s)$

Fréquence : $f = \frac{1}{T}$ (Hz)

Pulsation : $\omega = 2\pi f$ (rad/s)

Phase à l'origine : φ (ici $\varphi = 0$)

Valeur moyenne : $\langle s \rangle = 0$

Valeur efficace : $S_{\text{eff}} = S = \frac{S_{\max}}{\sqrt{2}}$ (non démontré)

Attention : ces résultats sont valables uniquement en régime sinusoïdal

Figure 1.7 Caractéristiques des grandeurs sinusoïdales.

► Nécessité d'une notation particulière des grandeurs sinusoïdales

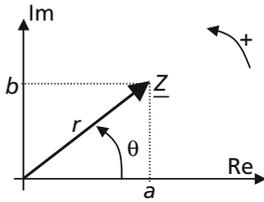
En régime sinusoïdal, les relations de maille exprimées à l'aide des relations entourant la *figure 1.4* deviennent des équations différentielles dont la résolution se complique de façon prohibitive dans les circuits comportant plus d'un ou deux récepteurs. Pourtant le régime sinusoïdal est le plus utilisé dans le domaine de l'énergie électrique. Il est donc impératif de mettre en œuvre une notation et une méthodologie particulières portant sur les grandeurs sinusoïdales. Cette notation est la « notation complexe » (ou vectorielle) des grandeurs sinusoïdales.

► Rappels élémentaires sur les nombres complexes

Soit $z \in \mathbb{C}$, l'espace en deux dimensions des nombres complexes. On peut alors écrire :

$z = a + i \cdot b$ avec i le nombre complexe unité tel que $i^2 = -1$. On préfère, en électricité, et pour ne pas confondre i avec un courant, écrire $z = a + j \cdot b$ en notant j le nombre complexe unité.

On représente les nombres complexes dans un plan appelé « plan complexe » représenté sur la *figure 1.8* :



La norme (ou module) du complexe \underline{Z} s'écrit : $r = |\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 La projection du module sur les axes donne :
 $a = r \cdot \cos \theta$ et $b = r \cdot \sin \theta$
 D'où l'écriture polaire du nombre complexe \underline{Z} :
 $\underline{Z} = a + j \cdot b = r(\cos \theta + j \cdot \sin \theta) = r \cdot e^{j\theta}$
 θ est appelé l'argument de \underline{Z} , on écrit : $\theta = \text{Arz}(\underline{Z}) = \text{Arctan}(b/a)$

Figure 1.8 Rappel sur les complexes.

► Spécificité des réseaux électriques

Dans le domaine des réseaux électriques, les récepteurs électriques sont pratiquement toujours connectés aux bornes d'une même source fournissant une tension sinusoïdale u qu'on caractérisa par sa valeur efficace U . En considérant la tension $u(t)$, comme tension d'alimentation d'un système de charges, on considérera souvent cette tension comme étant à l'origine des phases. On écrit ainsi de façon classique une tension sinusoïdale de référence sous la forme :

$$u(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$

Par ailleurs, la grande majorité des récepteurs électriques sous tension sinusoïdale sont des récepteurs à tendance inductive. Ainsi, dans la plupart des cas, le courant $i(t)$ traversant un dipôle est en retard par rapport à la tension $u(t)$. On écrira alors par convention les courants sous la forme : $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

Cette écriture (avec le signe *moins* dans le sinus) est une convention d'écriture propre à l'électrotechnique mais est rarement utilisée en électronique ou automatique. On représente l'exemple d'un dipôle quelconque adoptant ces notations sur la figure 1.9.

► Notation complexe des tensions et des courants sinusoïdaux

Pour représenter une grandeur sinusoïdale il suffit, à fréquence constante, de connaître sa valeur efficace et sa phase. En électrotechnique, l'écriture sous forme complexe des courants et des tensions permet de ne les caractériser que par ces deux grandeurs et non plus en fonction du temps.

On fera, de façon universelle, l'équivalence formulée autour de la figure 1.9 établie par convention pour un récepteur inductif :

Les nombres complexes \underline{U} et \underline{I} sont les « phaseurs » (ou amplitudes complexes) de la tension u et du courant i . Ce sont des grandeurs complexes fixes dans le plan complexe qui n'apportent que les valeurs efficaces et les déphasages respectifs comme informations. Travailler sur ces nombres complexes revient à travailler sur les grandeurs caractéristiques des grandeurs temporelles, à la différence que les relations de maille et les lois des nœuds deviennent des relations linéaires (et non plus des équations différentielles).

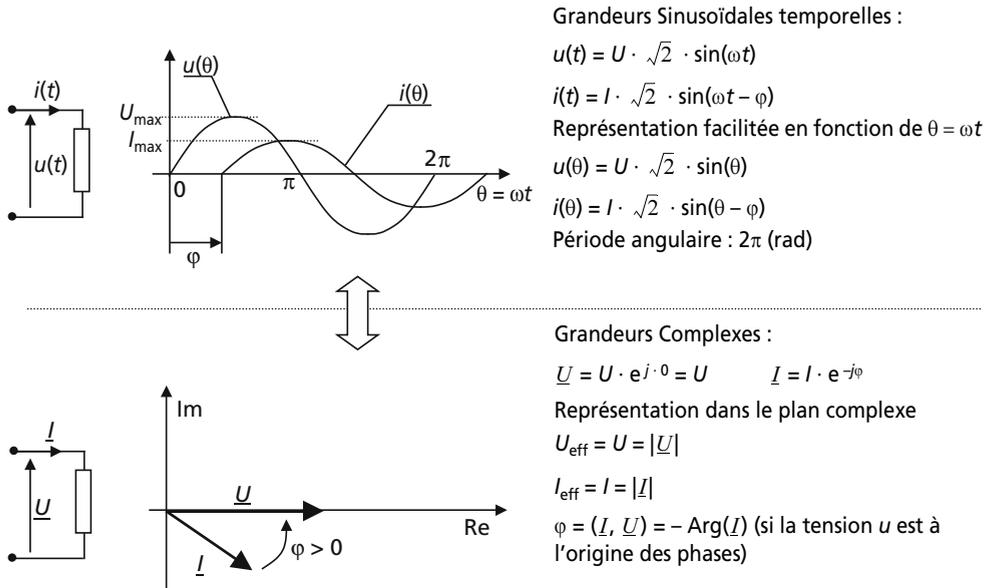


Figure 1.9 Notation complexe des courants et des tensions sinusoïdaux (exemple du récepteur inductif).

➤ Application de la notation complexe aux dipôles linéaires communs : notions d'impédance

On représente autour de la figure 1.10 l'application de la notation complexe aux dipôles linéaires rencontrés en électrotechnique :

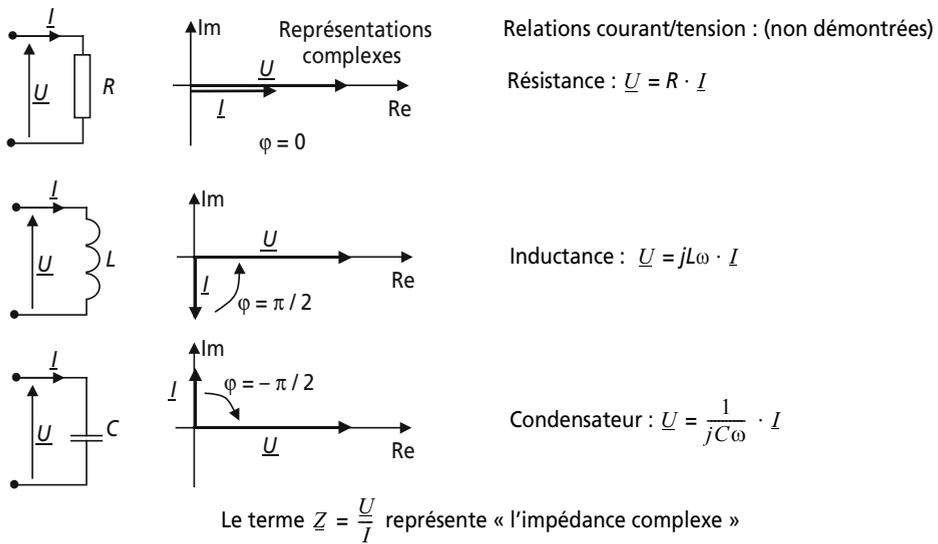


Figure 1.10 Courants et tensions complexes des principaux dipôles.

Remarques importantes : La notion d'impédance est très importante puisqu'elle reflète une proportionnalité entre les courants et les tensions et non plus une relation différentielle. On retiendra :

- ▶ Impédance complexe d'un dipôle : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$, Impédance d'un dipôle : $Z = |\underline{Z}|$ en Ohms (Ω).
- ▶ Admittance d'un dipôle : $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$ et $Y = |\underline{Y}|$ en Siemens (S).
- ▶ Les impédances complexes sont des nombres complexes. Classiquement, si $\underline{Z} = R + jX$, R représente la résistance série de l'impédance et X sa réactance série.
- ▶ De même : si $\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX}$, R représente la résistance parallèle de l'impédance et X sa réactance parallèle.
- ▶ Les impédances complexes bénéficient des règles d'associations classiques des résistances. On retiendra les associations mises en évidence sur la *figure 1.11*.

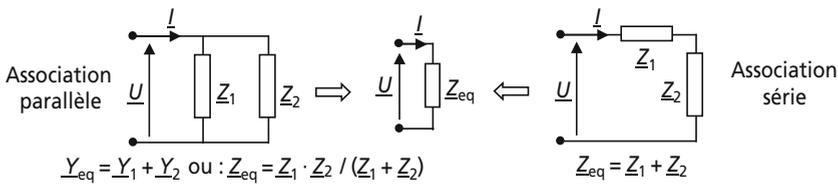


Figure 1.11 Règles d'association des impédances.

▶ Dipôles inductifs et capacitifs

À partir de ces associations on distinguera classiquement les dipôles à réactance et déphasage positif et ceux à réactance et déphasage négatifs, respectivement appelés inductifs et capacitifs. Ces dipôles sont représentés sur la *figure 1.12*.

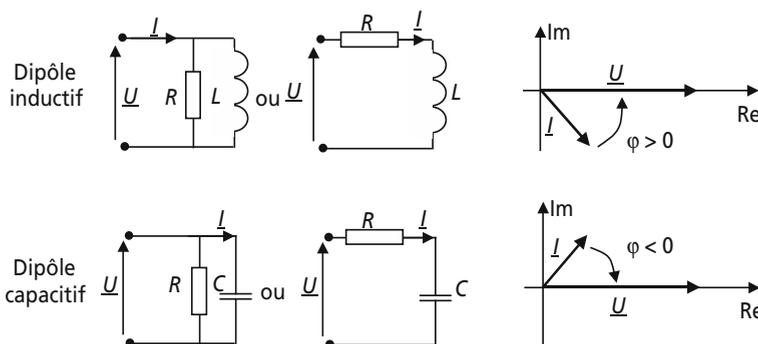


Figure 1.12 Dipôles capacitifs et inductifs.

► Méthodologie propre aux circuits en alternatif sinusoïdal

Lors de l'étude d'un circuit en régime sinusoïdal, on considérera toutes les grandeurs du circuit en notation complexe. Autant les tensions et courants que les impédances. On travaillera ensuite sur ces grandeurs avec les mêmes méthodes qu'en continu. La détermination des grandeurs inconnues consistera toujours dans la détermination de sa notation complexe, ce qui en général est facile. Pour revenir ensuite aux formes temporelles ou aux grandeurs caractéristiques, il suffira de calculer le module et l'argument de la grandeur pour en déduire sa valeur efficace et sa phase à l'origine.

1.1.6 Les puissances électriques

En physique, une puissance représente une quantité d'énergie par unité de temps. Son unité est le *Watt* ($1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$). En règle générale, la puissance qui motive les systèmes de conversion d'énergie est la puissance moyenne des systèmes, on l'appelle aussi *puissance active*. Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d'ailleurs souvent d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances. Outre la définition théorique de la puissance dite *active*, on retiendra la formulation pratique énoncée autour de la *figure 1.13* et faisant apparaître directement la notion de *facteur de puissance*.

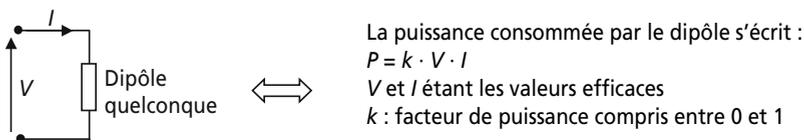


Figure 1.13 Formulation générale de la puissance et du facteur de puissance.

► Puissance électrique en régime continu

Le régime continu représente le cas le plus simple de calcul de puissance électrique puisque le facteur de puissance vaut 1. Le seul récepteur passif étant la résistance, on peut résumer l'expression des puissances en continu aux informations de la *figure 1.14*.

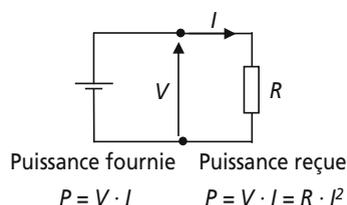


Figure 1.14 Puissance en régime continu.

► Puissances électriques en régime alternatif sinusoïdal

En régime alternatif sinusoïdal, on s'intéresse toujours à la puissance moyenne consommée par les récepteurs électriques. On parle, pour la nommer, de puissance active. Pourtant on distinguera plusieurs autres types de puissance électriques, qui correspondent à des notions liées aux aspects technologiques de la distribution de l'énergie électrique.

On s'intéresse au cas général d'un dipôle sous la tension $v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ et parcouru par le courant $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$. On distingue alors les puissances suivantes :

La puissance instantanée. C'est le produit courant tension à tout instant :

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Après simplification du produit, on trouve :

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot V + I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

La puissance fluctuante. C'est la partie variable de la puissance instantanée :

$$p_f(t) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

La puissance active. C'est la valeur moyenne de la puissance instantanée :

$$P = \langle p(t) \rangle = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

C'est la puissance qui correspond à un travail physique effectif, son unité est le *Watt* (W).

La puissance apparente. C'est le produit des valeurs efficaces : $S = V \cdot I$

Cette puissance est souvent appelée « *puissance de dimensionnement* », elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est-à-dire des dimensions des appareillages. Son unité est le *Volt-Ampère* (VA).

La puissance réactive. C'est la puissance sans effet physique en terme de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant. Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal et s'écrit : $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$

Son unité est le *Volt-Ampère-Réactif* (VAR).

Une fois ces puissances définies, il est impératif de savoir par cœur les définitions et les relations résumées sur la *figure 1.15*.

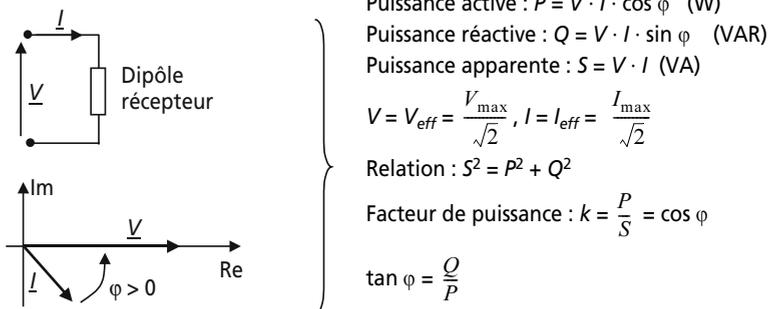


Figure 1.15 Puissances en régime sinusoïdal.

► Puissance apparente complexe

Pour déterminer analytiquement les diverses puissances, on forme la puissance apparente complexe :

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \text{ où } \underline{I}^* \text{ est le complexe conjugué de } \underline{I}.$$

On montre que $\underline{S} = P + j \cdot Q$ et que $|\underline{S}| = S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Cette puissance est uniquement une expression calculatoire destinée à la détermination brute des diverses puissances par identification des parties réelle et imaginaire.

On utilise, à titre d'exemple, la puissance apparente complexe sur la figure 1.16 qui fait apparaître de façon synthétique les expressions des puissances actives et réactives des dipôles les plus communs rencontrés en électrotechnique. Il est impératif de maîtriser parfaitement les données de cet encadré et, au pire, de savoir les retrouver sans peine.

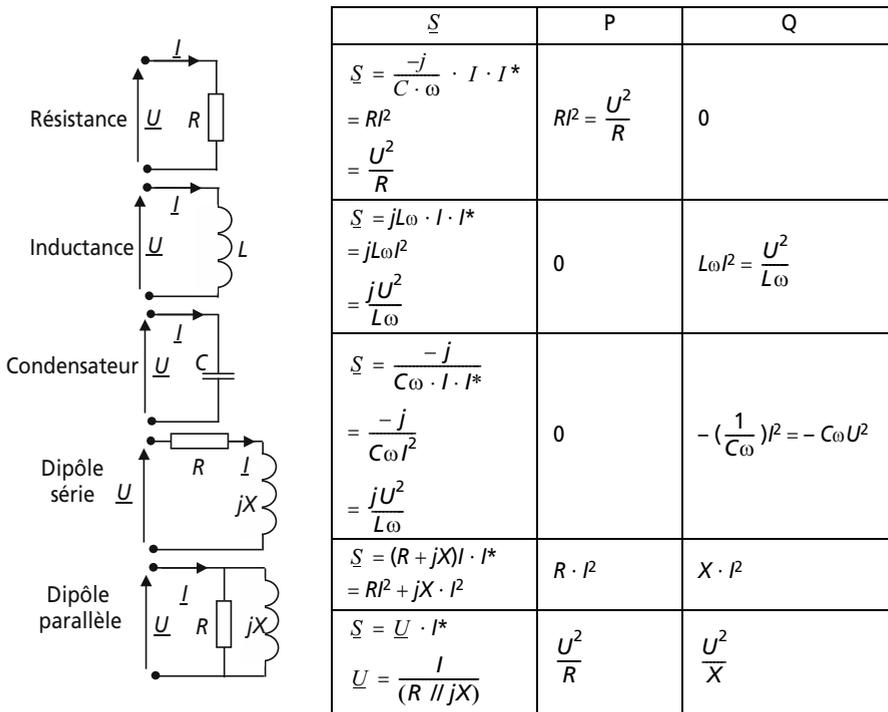


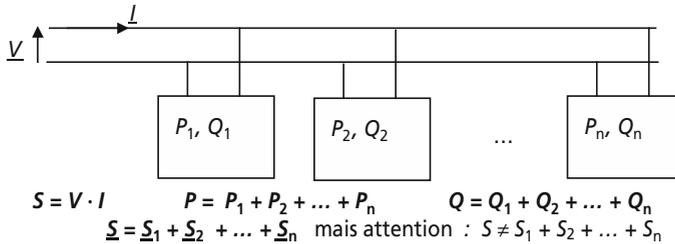
Figure 1.16 Puissances associées aux dipôles communs.

► Théorème de Boucherot et triangle des puissances

C'est le théorème incontournable qui régit les raisonnements portant sur les diverses puissances en électrotechnique. On résume ce théorème et ses corollaires autour de la figure 1.17.

Théorème de Boucherot. La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la

puissance apparente complexe. En revanche, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente.



Représentation de la conservation des puissances sous la forme de triangles des puissances :

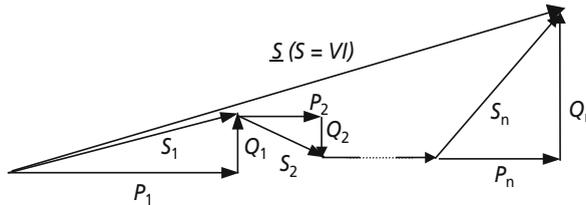


Figure 1.17 Théorème de Boucherot et triangles des puissances.

1.2 SÉRIE D'EXERCICES N° 1 : CIRCUITS MONOPHASÉS ET PUISSANCES ÉLECTRIQUES

1.2.1 Énoncés

Exercice 1.1 : Charge monophasée

On considère la charge monophasée représentée sur la *figure 1.18*, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 230$ V et de fréquence 50 Hz.

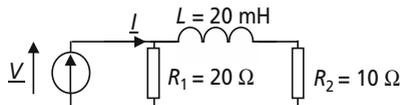


Figure 1.18

- 1) Calculer la valeur efficace I_1 du courant circulant dans la résistance R_1 .
- 2) Calculer la valeur efficace I_2 du courant circulant dans la résistance R_2 .
- 3) Calculer la valeur efficace I du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 4) Calculer la valeur des puissances active P , réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
- 5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 1.2 : Représentation vectorielle des courants et tensions

On considère le circuit représenté sur la *figure 1.19* où \underline{V} est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 100$ V et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par les valeurs de leurs impédances complexes.



Figure 1.19

- 1) Calculer la valeur efficace I du courant \underline{I} .
- 2) Calculer la phase du courant \underline{I} si on considère la tension \underline{V} à l'origine des phases. Écrire alors l'expression temporelle de la tension v et du courant i .
- 3) Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.
- 4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

Exercice 1.3 : Diviseur de courant

Du circuit représenté sur la *figure 1.20*, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé : $I = 2,5$ A ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.

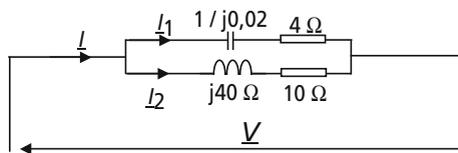


Figure 1.20

- 1) Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge.
- 2) En déduire les valeurs de I_1 et I_2 .
- 3) En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.

Exercice 1.4 : Puissance apparente complexe

On considère ici la charge monophasée sous 127 V représentée sur la *figure 1.21*.

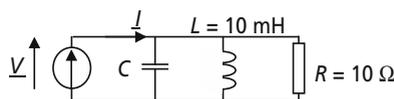


Figure 1.21

- 1) Calculer l'expression littérale de la puissance apparente complexe $\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$ en fonction de V, R, L et C .
- 2) En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.
- 3) Calculer la valeur de la capacité C permettant d'annuler la valeur de Q .
- 4) Calculer, en utilisant la valeur de C obtenue, la valeur efficace I du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 5) À quoi est alors équivalent ce circuit pour cette valeur particulière de la capacité ?

Exercice 1.5 : Tracés dans le plan complexe et compensation de puissance réactive

Un atelier monophasé est constitué de trois ensembles de machines, constituant les charges 1, 2 et 3, mises en parallèle sur la même tension sinusoïdale à 50 Hz de valeur efficace $V = 230$ V. On récapitule dans le *tableau 1.1* ci-dessous les mesures faites sur chacune de ces charges.

Tableau 1.1

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20$ kW $Q_1 = 15$ kVAR	$S_2 = 45$ kVA $\cos \varphi_2 = 0,6$ AR	$S_3 = 10$ kVA $Q_3 = -5$ kVAR

- 1) Calculer pour chaque charge l'ensemble des grandeurs électriques la caractérisant : courant absorbé, puissances actives réactives et apparente, facteur de puissance. On notera ces grandeurs I_1, I_2, I_3, P_1, P_2 , etc.
- 2) En déduire la valeur de la puissance active totale P et de la puissance réactive totale Q consommées par la charge totale. calculer également la puissance apparente totale S , le facteur de puissance global ainsi que le courant total absorbé : I .
- 3) Représenter dans le plan complexe les courants $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ et \underline{I} . On réalisera un diagramme sans échelle mais sur lequel les amplitudes et déphasages des vecteurs seront notés. On prendra comme référence de phase la tension \underline{V} .
- 4) Représenter la construction du triangle des puissances de l'ensemble de ces charges.
- 5) On désire, en plaçant un condensateur C' en parallèle sur l'installation relever le facteur de puissance à la valeur : $\cos \varphi' = 0,9$ AR. Calculer la valeur de C' .
- 6) Calculer également la valeur C'' d'un condensateur permettant d'obtenir un facteur de puissance $\cos \varphi'' = 0,9$ AV
- 7) Le facteur de puissance ayant la même valeur dans les deux cas, quel condensateur choisit-on en pratique ?