

Pierre **Mayé**

AIDE-MÉMOIRE

Électrotechnique

3^e édition

DUNOD

DU MÊME AUTEUR

Problèmes corrigés d'électronique de puissance, Dunod, 2013

Problèmes corrigés d'électrotechnique, Dunod, 2012

Moteurs électriques industriels - 3^e édition, Dunod, 2021

Électronique analogique en 20 fiches, Dunod, 2010

Générateurs électrochimiques, Dunod, 2010

Aide-mémoire Composants électroniques - 6^e édition, Dunod, 2021

L'Électronique par l'expérience - 2^e édition, Dunod, 2007

Moteurs électriques pour la robotique - 2^e édition, Dunod, 2006

Création graphique de la couverture : Nicolas Hubert

Photo de couverture : © Menna/Shutterstock.com

Illustrations intérieures : Alain et Ursula Bouteville

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2006, 2014, 2023

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-084999-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^e et 3^e a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Introduction	1
1 ■ Grandeurs et unités	3
1.1 Grandeurs physiques	3
1.2 Unités	7
2 ■ Électromagnétisme	17
2.1 Lois générales	17
2.2 Circuits magnétiques et aimants	25
2.3 Équations de Maxwell	47
3 ■ Circuits en régime sinusoïdal permanent	51
3.1 Représentation des signaux sinusoïdaux	51
3.2 Dipôles linéaires passifs	55
3.3 Puissances	57
4 ■ Circuits en régime périodique permanent	63
4.1 Définitions	63
4.2 Séries de Fourier	65
4.3 Circuits en régime périodique permanent	73
4.4 Puissances	75
5 ■ Circuits en régime sinusoïdal permanent triphasé	79
5.1 Systèmes triphasés équilibrés	79
5.2 Systèmes triphasés déséquilibrés	102

6 ■ Circuits en régime périodique permanent triphasé	109
6.1 Courants dans une charge non linéaire équilibrée branchée sur un réseau triphasé	109
6.2 Puissances	115
7 ■ Bobines et transformateurs	119
7.1 Bobine à noyau de fer monophasée	119
7.2 Bobine à noyau de fer triphasée	128
7.3 Transformateur monophasé	134
7.4 Transformateur triphasé	157
7.5 Autotransformateur	168
8 ■ Tension magnétique d'entrefer d'une machine alternative	175
8.1 Enroulements triphasés	175
8.2 Création de la tension magnétique d'entrefer	183
8.3 Tension magnétique tournante	198
9 ■ Machines synchrones	211
9.1 Généralités	211
9.2 Principe	220
9.3 Modélisation en régime permanent	222
9.4 Bilan des puissances et rendement	228
9.5 Puissances et couple à partir du schéma monophasé équivalent	232
9.6 Mise en œuvre des machines synchrones	235
10 ■ Machines asynchrones	243
10.1 Généralités	243
10.2 Principe	248
10.3 Modélisation en régime permanent	249
10.4 Puissances et rendement	259
10.5 Couple électromagnétique	262
10.6 Cage d'écureuil	270
10.7 Mise en œuvre des machines asynchrones	273

11 ■ Machines à réductance variable à commutation électronique	305
11.1 Généralités	305
11.2 Principe	309
11.3 Modélisation	312
11.4 Alimentation électronique	319
12 ■ Machines à courant continu	321
12.1 Généralités	321
12.2 Principe	325
12.3 Modélisation	337
12.4 Étude énergétique	341
12.5 Caractéristiques suivant le mode d'excitation	342
Bibliographie	349
Index	353

Introduction

L'électrotechnique est de manière générale l'application de l'électricité dans le domaine industriel, et particulièrement, la production, le transport, la transformation et l'utilisation de l'énergie électrique. C'est plus spécifiquement aux machines électriques, domaine « classique » de l'électrotechnique, que se consacre cet ouvrage.

Les premiers chapitres rappellent quelques notions utilisées : les grandeurs et les unités, l'électromagnétisme et les circuits monophasés et triphasés. On aborde ensuite les bobines et les transformateurs dont le rôle est fondamental dans le transport de l'énergie électrique. Viennent ensuite les machines alternatives, avec un chapitre consacré aux tensions magnétiques tournantes créées par leurs enroulements, suivi de l'étude des machines synchrones, si utiles comme générateurs, mais également comme moteurs, et de l'étude des machines asynchrones, assez complète du fait de l'importance pratique de leurs applications en moteur. Un chapitre traite des machines à réluctance variable à commutation électronique qui se développent depuis quelques années. Le dernier chapitre est consacré aux machines à courant continu, en déclin, mais encore présentes dans les installations existantes.

1

Grandeurs et unités

1.1 Grandeurs physiques

1.1.1 Définitions

Une grandeur physique est une propriété quantifiable de la matière, de l'espace ou d'un phénomène : elle est mesurable ou repérable. Pour un état donné du système, la grandeur est constituée d'un ou plusieurs nombres et d'une unité. Une grandeur est qualifiée de scalaire quand elle est décrite par un seul nombre, de vectorielle si elle est définie par plusieurs nombres que l'on peut numéroter avec un seul indice (les composantes d'un vecteur), et de tensorielle quand elle est décrite par un ensemble de nombres avec plusieurs indices.

1.1.2 Symboles

Les symboles littéraux des grandeurs sont formés à partir de caractères latins ou grecs (*tableau 1.1*). On évite toutefois certaines lettres grecques qui peuvent se confondre avec des lettres latines.

Tableau 1.1 Alphabet grec

Nom	Minuscules	Majuscules
alpha	α	A
bêta	β	B
gamma	γ	Γ



delta	δ	Δ
epsilon	ε	E
dzêta	ζ	Z
êta	η	H
thêta	θ	Θ
iota	ι	I
kappa	κ	K
lambda	λ	Λ
mu	μ	M
nu	ν	N
xi	ξ	Ξ
omicron	\omicron	O
pi	π	Π
rhô	ρ	P
sigma	σ	Σ
tau	τ	T
upsilon	υ	Y
phi	ϕ	Φ
khi	χ	X
psi	ψ	Ψ
oméga	ω	Ω

1.1.3 Équations aux dimensions

La **dimension** caractérise la nature propre d'une grandeur physique. La dimension d'une grandeur G se note soit $\dim G$, soit par une majuscule entre crochets : $[G]$. Une **équation aux dimensions** exprime symboliquement les relations entre les différentes grandeurs. Elle peut servir à vérifier l'homogénéité des formules littérales, ce qui permet de détecter un certain nombre d'erreurs dans les calculs. Une formule est homogène si elle exprime l'égalité de deux grandeurs de même dimension. Les différents termes d'une somme sont de même dimension. La dimension d'un produit est le produit des dimensions. Il en est de même pour un quotient. Les variables des fonctions cos, sin, tan, exp, ln, lg, ch, sh, th sont sans dimension, tout comme leur image.

Toutes les dimensions s'expriment à partir de sept grandeurs fondamentales :

- ▶ la longueur L ;
- ▶ la masse M ;
- ▶ le temps T ;
- ▶ l'intensité I ;
- ▶ la température thermodynamique Θ ;
- ▶ la thermodynamique ;
- ▶ l'intensité lumineuse J .

La dimension de toute grandeur physique s'écrit sous la forme suivante, où a, b, c, d, e, f et g sont des exposants rationnels :

$$[G] = L^a M^b T^c I^d \Theta^e N^f J^g$$

Nous nous limitons ici aux dimensions des grandeurs rencontrées en électrotechnique (*tableau 1.2*).

Tableau 1.2 Dimensions des grandeurs utilisées en électrotechnique

Grandeur	Dimension
Intensité	I
Tension, force électromotrice	$L^2MT^{-3}I^{-1}$
Charge	TI
Charge volumique	$L^{-3}TI$
Densité de courant	$L^{-2}I$
Résistance, réactance, impédance	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Conductance, susceptance, admittance	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$
Inductance	$L^2MT^{-2}I^{-2}$
Capacité	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$
Résistivité	$L^3MT^{-3}I^{-2}$
Champ électrique	$LMT^{-3}I^{-1}$
Déplacement électrique	$L^{-2}TI$
Permittivité diélectrique	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$
Champ magnétique	$MT^{-2}I^{-1}$
Excitation magnétique	$L^{-1}I$
Perméabilité magnétique	$LMT^{-2}I^{-2}$
Flux magnétique	$L^2MT^{-2}I^{-1}$
Tension magnétique, force magnétomotrice	I
Réductance	$L^{-2}M^{-1}T^2I^2$
Fréquence	T^{-1}
Longueur, distance	L
Aire	L^2
Angle	1 (sans dimension)

Volume	L^3
Temps	T
Vitesse	LT^{-1}
Vitesse ou fréquence de rotation	T^{-1}
Masse	M
Force	LMT^{-2}
Moment d'un couple	L^2MT^{-2}
Moment d'inertie	L^2M
Énergie, travail	L^2MT^{-2}
Puissance	L^2MT^{-3}

1.2 Unités

1.2.1 Système international d'unités (SI)

Les unités dont l'usage est obligatoire en France depuis le décret du 3 mai 1961 sont celles du Système international d'unités (SI). Ce dernier s'est progressivement imposé dans le monde entier (à quelques exceptions près) grâce à l'activité du Bureau international des poids et mesures (BIPM).

Pendant longtemps, le Système international d'unités a été construit à partir de sept unités de base dont découlaient toutes les autres unités. Les définitions des unités de base ont évolué au cours du temps pour tenir compte des progrès scientifiques et techniques qui exigeaient une précision de plus en plus grande. Cependant, en 2019, des changements plus profonds sont intervenus afin d'assurer la stabilité du SI dans le futur. Lors de la Conférence générale des poids et mesures du 13 au 16 novembre 2018, toutes les unités du Système international ont été définies à partir de sept constantes physiques dont la valeur exacte est fixée. Cette réforme est entrée en vigueur le 20 mai 2019.

Les nouvelles règles sont détaillées dans la neuvième édition de la brochure intitulée « Le Système international d'unités » publiée par le BIPM. Nous allons donner la définition de ce nouveau système.

Le Système international d'unités (SI) est le système d'unités selon lequel :

- ▶ la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, est égale à 9 192 631 770 Hz ;
- ▶ la vitesse de la lumière dans le vide, c , est égale à 299 792 458 m/s ;
- ▶ la constante de Planck, h , est égale à $6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s ;
- ▶ la charge élémentaire, e , est égale à $1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C ;
- ▶ la constante de Boltzmann, k , est égale à $1,380\,649 \times 10^{-23}$ J/K ;
- ▶ la constante d'Avogadro, N_A , est égale à $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ mol⁻¹ ;
- ▶ l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} Hz, K_{cd} , est égale à 683 lm/W.

où les unités hertz, joule, coulomb, lumen et watt, qui ont respectivement pour symbole Hz, J, C, lm et W, sont reliées aux unités seconde, mètre, kilogramme, ampère, kelvin, mole et candela, qui ont respectivement pour symbole s, m, kg, A, K, mol et cd, selon les relations $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$, $\text{J} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$, $\text{C} = \text{A s}$, $\text{lm} = \text{cd m}^2 \text{m}^{-2} = \text{cd sr}$, et $\text{W} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$.

1.2.2 Unités de base

Avant la révision de 2019, le SI était défini à partir de sept unités de base (*tableau 1.3*) qui avaient été choisies pour des raisons historiques et qui étaient considérées, par convention, comme indépendantes du point de vue dimensionnel.

Tableau 1.3 Unités de base

Grandeur	Unité	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s

Intensité de courant électrique	ampère	A
Température	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

Les unités de base ont été conservées dans l'actuel SI, même s'il est maintenant défini à partir des sept constantes précédemment mentionnées.

1.2.3 Unités dérivées

Les unités dérivées sont formées à partir de produits ou de quotients de puissances des unités de base. Certaines unités dérivées s'expriment directement à partir des unités de base (*tableau 1.4*), d'autres ont reçu un nom spécifique et un symbole particulier (*tableau 1.5*), ces dernières pouvant être combinées pour former une dernière catégorie d'unités dérivées (*tableau 1.6*).

Tableau 1.4 Exemples d'unités dérivées exprimées à partir des unités de base

Grandeur	Unité	Symbole
Aire	mètre carré	m ²
Volume	mètre cube	m ³
Vitesse	mètre par seconde	m s ⁻¹
Accélération	mètre par seconde carrée	m s ⁻²
Masse volumique	kilogramme par mètre cube	kg m ⁻³
Moment d'inertie	kilogramme mètre au carré	kg m ²

Tableau 1.5 Exemples d'unités dérivées
ayant des noms spécifiques et des symboles particuliers

Grandeur	Unité	Symbole	Expression en d'autres unités
Angle	radian	rad	
Angle solide	stéradian	sr	
Fréquence	hertz	Hz	s^{-1}
Force	newton	N	$m\ kg\ s^{-2}$
Pression	pascal	Pa	$N\ m^{-2}$
Énergie, travail	joule	J	$N\ m$
Puissance	watt	W	$J\ s^{-1}$
Quantité de charge	coulomb	C	$A\ s^{-1}$
Tension	volt	V	$W\ A^{-1}$
Flux magnétique	weber	Wb	$V\ s$
Champ magnétique	tesla	T	$Wb\ m^{-2}$
Résistance	ohm	W	$V\ A^{-1}$
Conductance	siemens	S	Ω^{-1}
Capacité	farad	F	$C\ V^{-1}$
Inductance	henry	H	$Wb\ A^{-1}$
Flux lumineux	lumen	lm	$cd\ sr$
Éclairement	lux	lx	$lm\ m^{-2}$

Tableau 1.6 Exemples d'unités dérivées exprimées à partir des unités de base et des unités dérivées ayant des noms spécifiques

Grandeur	Unité	Symbole
Moment d'une force	newton mètre	N m
Vitesse angulaire	radian par seconde	rad s ⁻¹
Accélération angulaire	radian par seconde carrée	rad s ⁻²
Éclairement énergétique	watt par mètre carré	W m ⁻²
Résistance thermique	kelvin par watt	K W ⁻¹
Capacité thermique	joule par kelvin	J K ⁻¹
Conductivité thermique	watt par mètre-kelvin	W m ⁻¹ K ⁻¹
Intensité énergétique	watt par stéradian	W sr ⁻¹
Luminance énergétique	watt par mètre carré-stéradian	W m ⁻² sr ⁻¹
Champ électrique	volt par mètre	V m ⁻¹
Déplacement électrique	coulomb par mètre carré	C m ⁻²
Permittivité	farad par mètre	F m ⁻¹
Perméabilité	henry par mètre	H m ⁻¹

1.2.4 Écriture des noms des unités

Le nom d'une unité est un nom commun. Il ne porte donc pas de majuscule et prend un s au pluriel sauf s'il se termine par s, x ou z. Par exemple :

- ▶ une intensité d'un ampère ;
- ▶ une tension de cent volts ;
- ▶ une conductance de dix siemens ;
- ▶ un éclairement de quarante lux ;
- ▶ une fréquence de cinquante hertz.

La multiplication est indiquée par un trait d'union (c'est l'usage majoritaire en France) ou par une espace insécable (c'est le choix du BIPM et des normes ISO).

L'unité SI de moment d'une force est le newton-mètre ou newton mètre.

Pour les unités les plus courantes s'écrivant comme produit de deux unités, le trait d'union ou l'espace insécable peut être omis, l'ensemble étant considéré comme un nom commun.

L'unité SI de puissance apparente est le volt-ampère ou voltampère et l'unité hors système de consommation électrique est le watt-heure ou wattheure.

Ce choix est adopté par les dictionnaires depuis la réforme de l'orthographe de 1990, qui demande de privilégier la graphie soudée. Cependant, il n'est passé dans l'usage que pour un nombre très limité d'unités. En effet, il peut être source de confusion en particulier quand la seconde unité est le mètre car le nom de beaucoup d'appareils de mesure est formé du nom de l'unité de la grandeur mesurée suivi du suffixe *-mètre*.

L'unité de résistivité est l'ohm-mètre ou ohm mètre, mais l'appareil de mesure de résistance électrique est un ohmmètre.

La division est indiquée à l'aide de la préposition *par*.

L'unité SI de vitesse est le mètre par seconde.

1.2.5 Écriture des symboles des unités

Les unités sont représentées par des symboles (et non des abréviations) qui n'ont donc pas à être suivis d'un point et ne prennent pas la marque du pluriel. La première lettre d'un symbole est en minuscule pour les unités qui dérivent d'un nom commun et en majuscule pour les unités qui dérivent d'un nom propre.

Le symbole du mètre est m, mais le symbole du volt est V car il découle du nom du savant italien Alessandro Volta.

La multiplication est indiquée par un point à mi-hauteur (\cdot) ou par une espace insécable.

Le symbole du newton-mètre est $N\cdot m$ ou $N\ m$.

Pour les unités les plus courantes s'écrivant comme produit de deux unités, le point ou l'espace insécable peut être omis si aucune confusion n'est possible.

Le symbole du newton-mètre peut s'écrire Nm (c'est d'ailleurs la forme la plus fréquente). Cette unité pourrait également être appelée mètre-newton (même si ce n'est pas l'usage courant), mais le symbole ne peut pas s'écrire mN puisqu'il y aurait alors confusion avec le symbole du millinewton.

En électricité, on utilise couramment cette possibilité pour le symbole du volt-ampère (VA plutôt que $V\cdot A$ ou $V A$) et celui du watt-heure (Wh plutôt que $W\cdot h$ ou $W h$).

La division est indiquée par une barre de fraction oblique ($/$), une barre de fraction horizontale ou un exposant -1 .

Le symbole du mètre par seconde est m/s ou $m\ s^{-1}$. Dans ce cas, on utilise rarement la barre horizontale à cause de son encombrement. Cette possibilité n'est exploitée que pour l'écriture de symboles complexes comportant plusieurs multiplications et divisions.

1.2.6 Préfixes

L'usage des préfixes simplifie l'écriture des nombres (*tableau 1.7*). Pour les préfixes introduits par le décret du 18 germinal an III (7 avril 1795), ceux qui correspondent à des puissances négatives ont des racines latines (milli, centi et déci), tandis que ceux qui correspondent à des puissances positives ont des racines grecques (déca, hecto et kilo). Les lettres qui symbolisent ces préfixes d'origine sont toutes des minuscules. En revanche, pour les préfixes introduits ultérieurement, les lettres symboles s'écrivent en minuscule quand ils représentent une puissance négative de 10 et en majuscules quand ils correspondent à une puissance positive de 10.

Tableau 1.7 Multiples et sous-multiples des unités

Facteur multiplicatif	Préfixe à placer devant le nom de l'unité	Symbole à placer devant celui de l'unité
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	téra	T
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Remarque

Il y a une exception à l'emploi de ces préfixes : pour l'unité de masse, on utilise les multiples et les sous-multiples du gramme et non ceux du kilogramme, qui est pourtant l'unité de base du Système international. Par exemple, 10^{-6} kg correspond à 1 mg et non à 1 μ kg.

1.2.7 Unités hors SI

Certaines unités ne faisant pas partie du Système international sont néanmoins autorisées. Nous pouvons en citer quelques-unes (*tableau 1.8*).

Tableau 1.8 Unités Hors SI

Grandeur	Dénomination	Symbole	Valeur en unités SI
Volume	litre	L ou l	1 L = 1 dm ³
Temps	minute	min	1 min = 60 s
	heure	h	1 h = 60 min
	jour	d	1 d = 24 h
Angle plan	degré	°	1° = $\frac{\pi}{180}$ rad
	minute	'	1' = $\left(\frac{1}{60}\right)^\circ$
	seconde	"	1" = $\left(\frac{1}{60}\right)'$
Énergie	watt-heure	Wh	1 Wh = 3 600 J

Remarquons ici une exception à la règle de la minuscule pour la première lettre d'un symbole d'une unité qui dérive d'un nom commun : le litre peut être désigné par L ou l. Le symbole l a été adopté par le Comité international des poids et mesures en 1879. La Conférence générale des poids et mesures de 1979 a autorisé l'emploi de la majuscule pour éviter un risque de confusion entre la lettre l et le chiffre 1 qui se ressemblent beaucoup



dans certaines polices de caractères. À l'avenir, un seul des deux symboles devrait être retenu, mais le Comité international n'a toujours pas fait le choix d'un symbole unique du litre. Les discussions sont vives entre les partisans du maintien de la règle générale et ceux qui préconisent l'introduction d'une exception et la question n'a pas été tranchée.

2

Électromagnétisme

Tous les dispositifs rencontrés en électrotechnique sont constitués de conducteurs, d'isolants et de matériaux magnétiques, et leur fonctionnement est régi par les lois de l'électromagnétisme.

2.1 Lois générales

2.1.1 Champ magnétique

■ Définition

Le champ magnétique est caractérisé par ses effets. En chaque point de l'espace, on définit un vecteur champ magnétique, noté \mathbf{B} . Sa direction et son sens sont repérés en plaçant une petite aiguille aimantée au point considéré. Sa norme est exprimée à partir de l'action exercée sur une particule chargée en mouvement. La force \mathbf{F} exercée par un champ magnétique \mathbf{B} sur une particule de charge q se déplaçant à la vitesse \mathbf{v} a les caractéristiques suivantes :

- ▶ sa direction est orthogonale au plan défini par \mathbf{v} et \mathbf{B} ;
- ▶ son sens est tel que la base $(q\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{F})$ soit directe (*figure 2.1*) ;
- ▶ sa norme $\|\mathbf{F}\|$ est proportionnelle à $|q|$, $\|\mathbf{v}\|$ et $|\sin \alpha|$, α étant l'angle entre \mathbf{v} et \mathbf{B} .

Par définition, le coefficient de proportionnalité est $\|\mathbf{B}\|$, norme du vecteur champ magnétique :

$$\|\mathbf{F}\| = |q| \cdot \|\mathbf{v}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot |\sin \alpha|$$

L'unité de $\|\mathbf{B}\|$ est le tesla (T). L'ensemble des propriétés précédentes montre que le résultat peut s'écrire sous forme d'un produit vectoriel :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

F est appelée force de Lorentz.

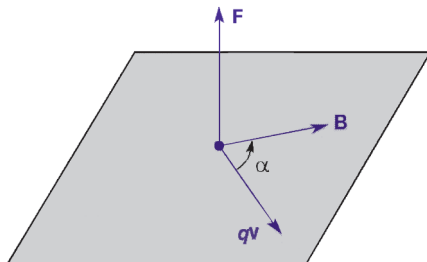


Figure 2.1 Direction et sens de la force exercée par un champ magnétique sur une particule chargée

■ Lignes de champ

On appelle **ligne de champ magnétique** une courbe tangente au vecteur \mathbf{B} en chacun de ses points. Il y a une infinité de lignes de champ pour un dispositif donné, mais on se contente d'en tracer quelques-unes pour avoir une idée de la topographie du champ magnétique. Le tracé des lignes de champ est nécessaire pour une étude détaillée du fonctionnement interne des machines. Hormis dans des dispositifs très simples, leur détermination est difficile, mais il existe heureusement des logiciels permettant d'effectuer cette tâche.

■ Flux magnétique

Le flux magnétique φ à travers une surface (S) est défini par :

$$\varphi = \iint_{(S)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$d\mathbf{S}$ est le vecteur surface élémentaire. Sa norme est égale à la surface élémentaire dS . Sa direction et son sens sont ceux de la normale orientée au point considéré. Si la surface est fermée, la normale est orientée par convention

vers l'extérieur. Si la surface est limitée par un contour fermé (C), on fixe le sens du vecteur unitaire normal \mathbf{n} en concordance avec l'orientation de (C) (figure 2.2). Pratiquement, on utilise la règle de Maxwell : un tire-bouchon, tournant comme le montre la flèche placée sur le contour, progresse dans le sens de la normale orientée.

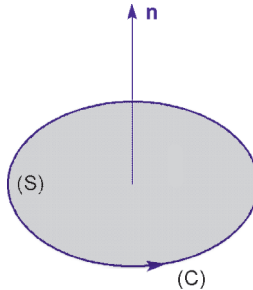


Figure 2.2 Orientation de la normale

L'unité de flux magnétique est le weber (Wb). Une propriété importante de \mathbf{B} est d'être un champ à flux conservatif, c'est-à-dire que le flux magnétique à travers une surface fermée quelconque est nul. Un cas particulier important est celui où la surface considérée est un tube de champ, c'est-à-dire un ensemble de lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé (figure 2.3). Le flux sortant du tube de champ est nul puisque \mathbf{B} est toujours tangent aux lignes de champ. Il en résulte que les flux magnétiques à travers deux sections (S_1) et (S_2) d'un même tube de champ sont égaux.

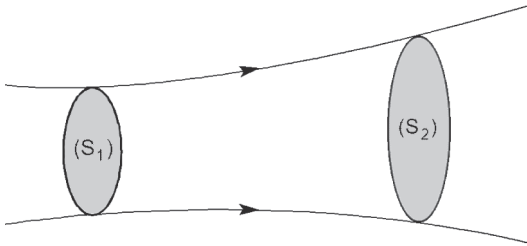


Figure 2.3 Tube de champ magnétique

2.1.2 Forces magnétiques

■ Loi de Laplace

Un circuit parcouru par un courant est soumis à une force quand il est placé dans un champ magnétique : c'est la force de Laplace. Un élément $d\mathbf{l}$ d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité i et placé dans un champ magnétique \mathbf{B} (figure 2.4) est soumis à une force :

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

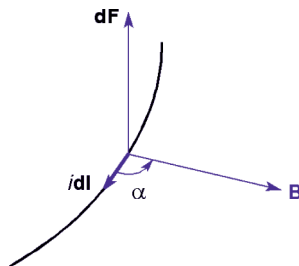


Figure 2.4 Direction et sens de la force de Laplace

■ Travail des forces magnétiques

Considérons le déplacement d'un circuit fermé (C) dans un champ magnétique \mathbf{B} . Si le conducteur est parcouru par un courant d'intensité i , un de ses éléments $d\mathbf{l}$ est soumis à une force de Laplace $d\mathbf{F}$. Le travail de cette force au cours d'un déplacement élémentaire $d\mathbf{r}$ est :

$$\delta^2 \mathcal{E} = d\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = i(d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r}$$

Le travail des forces de Laplace sur l'ensemble du circuit est obtenu en intégrant, après avoir modifié l'ordre des termes du produit mixte :

$$\delta \mathcal{E} = \int_{(C)} i \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{r} \wedge d\mathbf{l})$$

Le vecteur $\mathbf{dr} \wedge \mathbf{dl}$ a pour norme l'aire balayée par l'élément \mathbf{dl} au cours de son déplacement. Par définition, le flux coupé par le circuit (C) est :

$$\delta\varphi_c = \int_{(C)} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{dr} \wedge \mathbf{dl})$$

Le travail des forces électromagnétiques s'écrit ainsi :

$$\delta\mathcal{E} = i\delta\varphi_c$$

Si le champ magnétique est permanent, on peut modifier l'expression précédente. On considère pour cela le tube engendré par le déplacement du circuit (figure 2.5). Soit φ le flux à travers une surface s'appuyant sur le contour (C) dans sa position initiale. Après le déplacement, ce flux est devenu $\varphi + d\varphi$ pour la position finale. $\delta\varphi_c$ est le flux à travers la surface latérale du tube, orientée vers l'intérieur (à cause du produit vectoriel). Le flux magnétique étant conservatif, on peut écrire :

$$-\varphi - \delta\varphi_c + \varphi + d\varphi = 0$$

On en déduit :

$$\delta\varphi_c = d\varphi$$

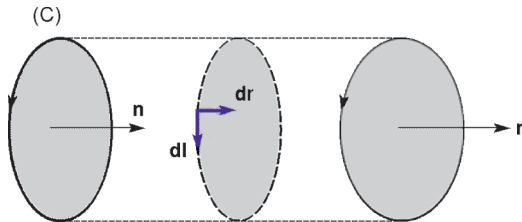


Figure 2.5 Flux coupé par le déplacement d'un circuit

et donc :

$$\delta\mathcal{E} = id\varphi$$

Remarque

Le travail élémentaire et le flux coupé élémentaire sont notés avec le symbole δ alors que pour la force ou le flux, on utilise la lettre d . Cette distinction est due au fait que $\delta \mathcal{T}$ et $\delta \varphi_c$ ne sont pas les différentielles d'une fonction.

Si le courant est constant, on peut exprimer le travail pour un déplacement fini :

$$\mathcal{T} = i(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi. On peut donc définir une énergie potentielle (ou énergie mutuelle du circuit et du champ magnétique) :

$$E_p = -i\varphi$$

Un équilibre stable correspond à une énergie potentielle minimale, et donc à un flux maximal puisque le courant est constant. On en déduit la règle suivante : un circuit abandonné à lui-même dans un champ magnétique se déplace sous l'effet des forces de Laplace jusqu'à ce que le flux qui le traverse soit maximal.

2.1.3 Induction électromagnétique

■ Phénomènes observés

Quand on approche ou qu'on éloigne un aimant d'une bobine, on constate qu'il apparaît un courant si le circuit est fermé, une tension entre les deux bornes si le circuit est ouvert. La même chose se produit si c'est la bobine qu'on déplace. Par ailleurs, quand on met une bobine dans un champ magnétique variable (obtenue par exemple en modifiant le courant dans un solénoïde inducteur), on observe également l'apparition du courant ou de la tension.

■ Loi de Faraday

Les expériences précédentes recouvrent deux aspects du phénomène d'induction électromagnétique. Celui-ci consiste en l'apparition d'une force électromotrice lors d'une variation de flux :

$$e = - \frac{d\varphi}{dt}$$

La variation de flux peut être due à une modification du champ magnétique pour un circuit fixe (cas de Neumann) ou à un déplacement relatif du circuit par rapport à un champ magnétique permanent (cas de Lorentz). Les deux causes peuvent se combiner (déplacement d'un circuit dans un champ magnétique variable). La formule s'applique également en cas de déformation du circuit. Il faut toutefois s'assurer que les variations des paramètres du circuit ne sont pas discontinues. Cela exclut le cas où il existe des commutations dans le dispositif.

Pour une bobine de N spires, la force électromotrice par spire est :

$$e_1 = - \frac{d\varphi}{dt}$$

Dans cette formule, φ est le flux à travers la spire considérée. En admettant que ce flux est identique pour toutes les spires (pas de fuites), et comme ces éléments sont en série, la force électromotrice induite dans la bobine est :

$$e = - N \frac{d\varphi}{dt}$$

Définissons alors le flux total dans la bobine :

$$\psi = N\varphi$$

ce qui conduit à :

$$e = - \frac{d\psi}{dt}$$

Dans les moteurs, ou plus généralement les récepteurs, la force électromotrice induite s'oppose à la force électromotrice du générateur. Pour éviter des

signes – dans les équations, il est souvent intéressant de définir la notion de force contre-électromotrice :

$$e' = \frac{d\phi}{dt}$$

Une force électromotrice positive tend à faire circuler un courant positif (c'est-à-dire dans le sens de parcours de (C)) tandis qu'une force contre-électromotrice positive tend à faire circuler un courant négatif.

Dans un certain nombre de cas pratiques, on ne connaît pas précisément les variations du flux en fonction du temps et il n'est donc pas possible de calculer la force électromotrice à chaque instant. Par contre, on peut le plus souvent déterminer la variation de flux $\Delta\Phi$ obtenue pendant une durée finie Δt . On calcule alors une force électromotrice moyenne :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Dans le cas particulier du circuit qui se déplace dans un champ magnétique permanent, il est en général plus commode d'évaluer le flux Φ_c coupé pendant la durée Δt et d'exprimer la force électromotrice moyenne par :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Phi_c}{\Delta t}$$

Pour les moteurs, on utilisera aussi la force contre-électromotrice moyenne :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Ainsi, dans le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique permanent :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Phi_c}{\Delta t}$$