

# TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos .....	V
--------------------	---

## INTRODUCTION : PROBLÈMES DE MÉTHODE

<b>1. L'histoire des sciences entre épistémologie et histoire .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Lire les anciens textes mathématiques : le cinquième livre des Coniques d'Apollonius .....</b>	<b>19</b>
<b>3. Actes fondateurs et principaux tournants des mathématiques arabes .....</b>	<b>43</b>

## PREMIÈRE PARTIE

### I. ALGÈBRE

<b>1. L'algèbre et son rôle unificateur .....</b>	<b>65</b>
1. Le commencement de l'algèbre : al-Khwārizmī .....	67
2. Les successeurs d'al-Khwārizmī : interprétation géométrique et développement du calcul algébrique .....	73
3. L'arithmétisation de l'algèbre : al-Karajī et ses successeurs .....	78
4. La géométrisation de l'algèbre : al-Khayyām .....	86
5. La transformation de la théorie des équations algébriques : Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī .....	96
6. La destinée de la théorie des équations .....	106
<b>2. Algèbre et linguistique. Les débuts de l'analyse combinatoire .....</b>	<b>111</b>
1. Linguistique et combinatoire .....	112
2. Calcul algébrique et combinatoire .....	122
3. Recherches arithmétiques et combinatoire .....	124
4. Philosophie et combinatoire .....	126
5. Un traité sur l'analyse combinatoire .....	127
6. De l'histoire de l'analyse combinatoire .....	131
<b>3. Les premières classifications des courbes .....</b>	<b>133</b>
1. Introduction .....	133
2. Courbes simples et courbes mixtes .....	138

3. Géométries et mécanique : la caractérisation des sections coniques .....	149
4. Transformation géométrique et classification des courbes .....	155
5. L'intervention des algébristes : équation polynomiale et courbe algébrique ....	159
6. Mécaniques et géométries : la classification des courbes algébriques .....	164
7. Développements de la classification cartésienne des courbes algébriques .....	182
8. Conclusion.....	191
Appendice : Simplicius, Sur la définition euclidienne de la droite et sur les lignes courbes .....	194

<b>4. La Géométrie de Descartes et la distinction entre courbes géométriques et courbes mécaniques .....</b>	<b>195</b>
1. Théorie géométrique des équations algébriques : l'achèvement du programme d'al-Khayyām .....	197
2. De la géométrie à l'algèbre : les courbes et les équations .....	204
<b>5. Les ovales de Descartes .....</b>	<b>215</b>
<b>6. Fermat et la géométrie algébrique .....</b>	<b>237</b>
1. Les lieux géométriques et les transformations ponctuelles .....	239
2. Les équations des lieux géométriques .....	246
3. Résolution des équations par l'intersection de deux courbes .....	252
4. Résolution des équations algébriques et étude des courbes algébriques .....	254

## II. ARITHMÉTIQUE

<b>1. Arithmétiques euclidienne, néopythagoricienne et diophantienne : nouvelles méthodes en théorie des nombres.....</b>	<b>267</b>
1. La théorie classique des nombres .....	267
1.1. L'arithmétique euclidienne et néo-pythagoricienne .....	268
1.2. Les nombres amiables et la découverte des fonctions arithmétiques élémentaires .....	270
1.3. Les nombres parfaits .....	274
1.4. Les nombres équivalents .....	275
1.5. Les nombres polygones et les nombres figurés .....	277
1.6. La caractérisation des nombres premiers .....	280
2. L'analyse indéterminée .....	281
2.1. L'analyse diophantienne rationnelle .....	281
2.2. L'analyse diophantienne entière .....	290
2.3. Méthodes arithmétiques en théorie des nombres .....	298
<b>2. Les méthodes algorithmiques.....</b>	<b>301</b>
1. Les équations numériques .....	304
1.1. L'extraction des racines .....	304
1.2. L'extraction des racines et l'invention des fractions décimales .....	313
1.3. Les équations polynômes numériques.....	315
2. Les méthodes d'interpolation .....	326

3. Thābit ibn Qurra et les nombres amiables .....	335
4. Fibonacci et les mathématiques arabes .....	347
5. Fibonacci et le prolongement latin des mathématiques arabes .....	361
6. Al-Yazdī et l'équation $\sum_{i=1}^n x_i^2 = x^2$ .....	381
7. Fermat et les débuts modernes de l'analyse diophantienne .....	389

## DEUXIÈME PARTIE : GÉOMÉTRIE

<b>1. Les Archimédiens et les problèmes infinitésimaux</b> .....	409
1. Calcul des aires et des volumes infinitésimaux .....	411
1.1. Les fondateurs .....	411
1.2. Les héritiers.....	435
1.3. Les derniers développements.....	442
2. La quadrature des lunules .....	454
3. Les isopérimètres et les isépiphanes : une recherche des <i>extrema</i> .....	461
3.1. Al-Khāzin : Introduction mathématique de l' <i>Almageste</i> .....	463
3.2. Ibn al-Haytham : une théorie des isopérimètres et des isépiphanes .....	467
4. La théorie de l'angle solide .....	474
<b>2. Les traditions des Coniques et le début de la recherche sur les projections</b> .....	489
1. Les projections cylindriques .....	491
1.1. Le témoignage d'al-Bīrūnī et sa revendication de priorité.....	491
1.2. L'étude d'al-Ḥasan ibn Mūsā sur l'ellipse .....	493
1.3. Le traité de Thābit sur le cylindre .....	494
1.4. L'étude d'Ibn al-Samḥ sur les sections planes du cylindre et la détermination de leurs aires .....	499
1.5. La théorie des projections : al-Qūhī et Ibn Sahl .....	505
2. Les projections coniques .....	509
2.1. Le <i>Planisphère</i> de Ptolémée .....	509
2.2. Le traité <i>al-Kāmil fī ṣan'at al-aṣṭurlāb</i> d'al-Farghānī .....	512
2.3. Le traité d'al-Qūhī et son commentaire par Ibn Sahl .....	517
2.4. L'étude d'al-Ṣāghānī sur la projection de la sphère .....	526
2.5. La construction des <i>sumūt</i> .....	531
<b>3. Le tracé continu des courbes coniques et la classification des courbes</b> .....	535
1. Introduction .....	535
2. Ibn Sahl : un dispositif mécanique pour tracer les sections coniques .....	539
3. Al-Qūhī : le compas parfait.....	542
4. Al-Sijzī : le compas parfait amélioré .....	548
5. Tracé continu et classification des courbes.....	552

<b>4. Le cinquième postulat d'Euclide : Thābit ibn Qurra</b> .....	555
1. Introduction .....	555
2. Le premier traité de Thābit ibn Qurra .....	559
3. Le second traité de Thābit ibn Qurra .....	564

## TROISIÈME PARTIE : APPLICATION DES MATHÉMATIQUES

### I. ASTRONOMIE

<b>1. La cinématique céleste d'Ibn al-Haytham</b> .....	571
1. Introduction .....	571
1.1. L'œuvre d'Ibn al-Haytham en astronomie .....	571
1.2. La Configuration des mouvements de chacun des sept astres errants .....	578
2. La structure de <i>La Configuration des mouvements</i> .....	583
2.1. Recherches sur les variations .....	583
2.2. La théorie planétaire .....	593
<b>2. Al-Qūhī : de la météorologie à l'astronomie</b> .....	615
<b>3. Al-Qūhī contre Aristote : sur le mouvement</b> .....	635

### II. OPTIQUE

<b>1. Miroirs ardents, anaclastique et dioptrique</b> .....	653
1. Introduction .....	653
2. Les miroirs ardents dans la tradition grecque en arabe : Dioclès, « Dtrūms », Anthémios .....	654
2.1. Le miroir parabolique .....	654
2.2. Autres miroirs ardents : sphérique, ellipsoïdal, etc. ....	660
3. Les miroirs ardents aux IX <sup>e</sup> -XI <sup>e</sup> siècles : de l'anaclastique à la dioptrique.....	661
3.1. Al-Kindī, Ibn Lūqā et leurs successeurs.....	661
3.2. Ibn Sahl et Ibn al-Haytham .....	664
3.3. La postérité de la recherche anaclastique d'Ibn al-Haytham en arabe et en latin .....	671
4. Ibn Sahl : la théorie géométrique des lentilles .....	673
5. Ibn al-Haytham et le développement de la dioptrique.....	681
6. La sphère ardente et l'introduction des méthodes algorithmiques : Kamāl al-Dīn al-Fārisī .....	690
7. Conclusion .....	699
<b>2. De la géométrie du regard aux mathématiques des phénomènes lumineux</b> .....	701
<b>3. Fūthūṭos (?) et al-Kindī sur l'« illusion lunaire »</b> .....	715
1. Introduction .....	715

2. Fūthīṭos et Théon d'Alexandrie .....	718
3. Al-Kindī, Ibn 'Īsā et le Pseudo-Ibn al-Haytham.....	724
Appendice I : Commentaire de Fūthīṭos du propos de Ptolémée.....	730
Appendice II : Al-Kindī : Les grandeurs des figures immergées dans l'eau.....	733
Appendice III : Ptolémée : <i>Livre des Hypothèses</i> .....	735

## **CONCLUSION : Philosophie des mathématiques..... 737**

1. Les mathématiques comme conditions et modèles de l'activité philosophique : al-Kindī, Maïmonide.....	741
2. Les mathématiques dans la synthèse philosophique et l'infléchissement « formel » de l'ontologie : Ibn Sinā et Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī.....	750
3. De l' <i>ars inveniendi</i> à l' <i>ars analytica</i> .....	768

## **INDEX**

Index des noms propres .....	775
Index des traités.....	784