

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Espaces probabilisés</b>	<b>9</b>
1.1	Généralités . . . . .	9
1.2	Espaces probabilisés finis et dénombrables . . . . .	16
1.3	Probabilités conditionnelles . . . . .	19
1.4	Événements indépendants . . . . .	23
1.5	Construction d'une probabilité : cas général . . . . .	26
1.6	Fonction de répartition d'une probabilité sur $\mathbb{R}$ . . . . .	29
1.7	Exercices du Chapitre 1 . . . . .	39
1.8	Indications pour les exercices du Chapitre 1 . . . . .	44
1.9	Corrigés des exercices du Chapitre 1 . . . . .	49
<b>2</b>	<b>Variables aléatoires</b>	<b>67</b>
2.1	Généralités . . . . .	67
2.2	Variables aléatoires à valeurs réelles . . . . .	71
2.3	Variables aléatoires indépendantes . . . . .	77
2.4	Exercices du Chapitre 2 . . . . .	83
2.5	Indications pour les exercices du Chapitre 2 . . . . .	89
2.6	Corrigés des exercices du Chapitre 2 . . . . .	94
<b>3</b>	<b>Vecteurs aléatoires</b>	<b>121</b>
3.1	Généralités . . . . .	121
3.2	Espérance et matrice de covariance . . . . .	125
3.3	Changement de variables . . . . .	126
3.4	Exercices du Chapitre 3 . . . . .	129
3.5	Indications pour des exercices du Chapitre 3 . . . . .	133
3.6	Corrigés des exercices du Chapitre 3 . . . . .	136

<b>4</b>	<b>Fonctions caractéristiques</b>	<b>157</b>
4.1	Cas d'une variable aléatoire . . . . .	157
4.2	Cas d'un vecteur aléatoire . . . . .	169
4.3	Vecteurs aléatoires gaussiens . . . . .	170
4.4	Exercices du Chapitre 4 . . . . .	177
4.5	Indications pour les exercices du Chapitre 4 . . . . .	184
4.6	Corrigés des exercices du Chapitre 4 . . . . .	189
<b>5</b>	<b>Convergence de variables aléatoires</b>	<b>211</b>
5.1	Types de convergence . . . . .	211
5.2	Relations entre convergences . . . . .	214
5.3	Convergence presque sûre . . . . .	219
5.4	Convergence en loi . . . . .	221
5.5	Lois des grands nombres . . . . .	224
5.6	Théorème Central Limite . . . . .	227
5.7	Exercices du Chapitre 5 . . . . .	231
5.8	Indications pour les exercices du Chapitre 5 . . . . .	239
5.9	Corrigés des exercices du Chapitre 5 . . . . .	245
<b>6</b>	<b>Annexe : L'intégrale de Lebesgue</b>	<b>267</b>
6.1	Construction de l'intégrale de Lebesgue . . . . .	267
6.2	Propriétés de l'intégrale de Lebesgue . . . . .	269
6.3	Convergence monotone et dominée. Lemme de Fatou. . . . .	270
6.4	Théorème de Fubini . . . . .	271
<b>7</b>	<b>Annexe : Théorème de Lévy</b>	<b>273</b>
7.1	Familles tendues . . . . .	273
7.2	Preuve du théorème de Lévy . . . . .	273
	<b>Bibliographie</b>	<b>277</b>
	<b>Index</b>	<b>279</b>
	<b>Table des symboles</b>	<b>283</b>