

TABLE DES MATIÈRES.

ALGÈBRE.

CHAPITRE I.

ENSEMBLES.

	Pages.
1.1. Appartenance.....	1
1.2. Inclusion.....	2
1.3. Opérations élémentaires.....	2
1.4. Propriétés des opérations élémentaires.....	3
1.5. Produit d'ensembles.....	4
1.6. Fonctions.....	5
1.7. Composition des applications.....	7
1.8. Applications injectives, surjectives, bijectives.....	8
1.9. Image directe, image réciproque.....	10
1.10. Familles.....	10
1.11. Relations d'équivalence.....	11
1.12. Décomposition canonique d'une application.....	14
1.13. Relations d'ordre.....	15
1.14. Majorant, plus grand élément, borne supérieure.....	16
1.15. Analyse combinatoire.....	18
1.16. Équipotence des ensembles.....	21
1.17. Opérations logiques élémentaires.....	23
1.18. Quantificateurs.....	24

CHAPITRE II.

LOIS DE COMPOSITION.

2.1. Définition.....	27
2.2. Lois associatives.....	28
2.3. Lois commutatives.....	30
2.4. Élément neutre.....	30
2.5. Éléments inverses.....	31
2.6. Homomorphismes.....	31

CHAPITRE III.

GROUPES.

3.1. Définition.....	37
3.2. Sous-groupes d'un groupe.....	38
3.3. Classes suivant un sous-groupe.....	40
3.4. Groupe quotient d'un groupe commutatif.....	41

	Pages.
3.5. Homomorphismes de groupes.....	43
3.6. Décomposition canonique d'un homomorphisme.....	41
3.7. Groupes opérant dans un ensemble.....	46

CHAPITRE IV.

ANNEAUX.

4.1. Définition.....	49
4.2. Sous-anneaux, idéaux.....	51
4.3. Anneau quotient d'un anneau commutatif.....	52
4.4. Homomorphismes d'anneaux.....	54
4.5. Corps.....	55
4.6. Anneaux intègres.....	67
4.7. Construction de l'anneau \mathbf{Z}	59

CHAPITRE V.

POLYNÔMES A UNE VARIABLE.

5.1. Définition.....	61
5.2. Degré d'un polynôme.....	63
5.3. Division des polynômes suivant les puissances décroissantes.....	64
5.4. Divisibilité des polynômes.....	65
5.5. Polynômes premiers entre eux.....	67
5.6. Multiples communs à deux polynômes.....	68
5.7. Polynômes irréductibles.....	69
5.8. Fonctions polynômes.....	71
5.9. Racines d'un polynôme.....	72
5.10. Formule d'interpolation de Lagrange.....	74
5.11. Cas du corps \mathbf{C}	75
5.12. Cas du corps \mathbf{R}	77
5.13. Dérivée d'un polynôme.....	79
5.14. Division suivant les puissances croissantes.....	81
5.15. Nombres complexes.....	83

CHAPITRE VI.

FRACTIONS RATIONNELLES A UNE VARIABLE.

6.1. Définition.....	89
6.2. Partie entière d'une fraction rationnelle.....	91
6.3. Décomposition en éléments simples.....	92
6.4. Cas du corps \mathbf{C}	94
6.5. Cas du corps \mathbf{R}	96

CHAPITRE VII.

POLYNÔMES A PLUSIEURS VARIABLES.

7.1. Définition.....	101
7.2. Relation avec les polynômes à une variable.....	102
7.3. Degrés.....	103

	Pages.
7.4. Fonctions polynômes.....	104
7.5. Autre définition des polynômes homogènes.....	105
7.6. Dérivées.....	105

CHAPITRE VIII.

ESPACES VECTORIELS.

8.1. Définition.....	109
8.2. Sous-espaces vectoriels.....	111
8.3. Espaces vectoriels quotients.....	113
8.4. Applications linéaires.....	114
8.5. Sous-espaces vectoriels supplémentaires.....	116
8.6. Produit d'espaces vectoriels.....	119
8.7. Indépendance linéaire.....	121
8.8. Bases d'un espace vectoriel.....	123
8.9. Existence de bases.....	126
8.10. Dimension.....	128
8.11. Rang d'une application linéaire.....	131
8.12. L'espace vectoriel $\mathcal{L}(E, F)$	132
8.13. Dual d'un espace vectoriel.....	134
8.14. Formes bilinéaires.....	137
8.15. Formes bilinéaires non dégénérées.....	139
8.16. Bases duales.....	142
8.17. Orthogonalité.....	144
8.18. Transposition.....	149
8.19. Formes multilinéaires.....	152

CHAPITRE IX.

MATRICES.

9.1. Définition.....	153
9.2. Matrice d'une application linéaire.....	154
9.3. Opérations sur les matrices.....	156
9.4. Matrices carrées.....	158
9.5. Matrices lignes, matrices colonnes.....	159
9.6. Transposée d'une matrice.....	161
9.7. Matrices inversibles.....	162
9.8. Changement de base.....	163
9.9. Matrices équivalentes.....	164
9.10. Matrices semblables.....	166
9.11. Matrice d'une forme bilinéaire.....	166

CHAPITRE X.

DÉTERMINANTS.

10.1. Signature d'une permutation.....	169
10.2. Formes multilinéaires alternées.....	172
10.3. Formes n -linéaires alternées sur un espace vectoriel de dimension n	174
10.4. Déterminant d'un système de vecteurs par rapport à une base.....	176
10.5. Déterminant d'une application linéaire de E dans E	177
10.6. Déterminant d'une matrice carrée.....	178

	Pages.
10.7. Calcul d'un déterminant par blocs.....	182
10.8. Développement d'un déterminant suivant les éléments d'une ligne ou d'une colonne.....	181
10.9. Critère pour que des vecteurs soient linéairement indépendants.....	186
10.10. Calcul du rang d'une matrice.....	187
10.11. Orientation des espaces vectoriels réels.....	188
10.12. Produit mixte dans l'espace ordinaire orienté.....	189
10.13. Produit vectoriel dans l'espace ordinaire orienté.....	191

CHAPITRE XI.

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES.

11.1. Définition.....	195
11.2. Systèmes de Cramer.....	196
11.3. Systèmes linéaires quelconques.....	197

CHAPITRE XII.

NOTIONS AFFINES.

12.1. Sous-espaces affines.....	199
12.2. Équations d'un sous-espace affine.....	200
12.3. Représentation paramétrique d'un sous-espace affine.....	202
12.4. Applications affines.....	203
12.5. Barycentre.....	205
12.6. Ensembles convexes.....	208
12.7. Espaces affines.....	210

ANALYSE.

CHAPITRE XIII.

CONSTRUCTION DES NOMBRES RÉELS.

13.1. Entiers rationnels, nombres rationnels.....	215
13.2. Suites de Cauchy, équivalence des suites de Cauchy.....	215
13.3. Addition des nombres réels.....	217
13.4. Multiplication des nombres réels.....	218
13.5. Identification des nombres rationnels à des nombres réels.....	220
13.6. Comparaison des nombres réels.....	220

CHAPITRE XIV.

LIMITES.

14.1. Limite d'une suite de nombres.....	223
14.2. Suites de Cauchy.....	227
14.3. Suites monotones.....	229
14.4. Limites infinies.....	230
14.5. Limite d'une fonction.....	232

	Pages.
14.6. Équivalence.....	238
14.7. Partie principale d'un infiniment petit.....	241
14.8. Les notations o et O	242
14.9. Fonctions continues.....	243
14.10. Fonctions uniformément continues.....	247
14.11. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone...	248
14.12. Application : fonctions réciproques des fonctions circulaires.....	250
14.13. Limite simple, limite uniforme d'une suite de fonctions.....	253

CHAPITRE XV.

DÉRIVÉES.

15.1. Définition.....	257
15.2. Extensions de la notion de dérivée.....	259
15.3. Dérivées successives.....	259
15.4. Règles de calcul.....	259
15.5. Dérivées des fonctions réciproques des fonctions circulaires.....	262
15.6. Formule de Leibniz.....	263
15.7. Théorème des accroissements finis.....	263
15.8. Fonctions convexes.....	266

CHAPITRE XVI.

INTÉGRALES.

16.1. Intégrale des fonctions en escalier.....	269
16.2. Intégrale des fonctions continues.....	272
16.3. Premières propriétés de l'intégrale.....	275
16.4. Propriétés relatives à l'intervalle d'intégration.....	278
16.5. Primitives.....	279
16.6. Intégration par parties.....	282
16.7. Changement de variables.....	282
16.8. Application : formule de Wallis.....	285
16.9. Valeur moyenne d'une fonction.....	286

CHAPITRE XVII.

FONCTION LOGARITHMIQUE ET FONCTIONS ASSOCIÉES.

17.1. Définition de la fonction logarithmique.....	289
17.2. Logarithme d'un produit.....	290
17.3. Fin de l'étude des variations de $\text{Log } x$	291
17.4. Logarithmes de base a	292
17.5. Fonction exponentielle.....	293
17.6. Généralisation.....	295
17.7. L'exponentielle définie comme limite.....	298
17.8. Fonctions hyperboliques.....	298
17.9. Fonctions réciproques des fonctions hyperboliques.....	302
17.10. Fonction $y = x^a$	305
17.11. Variations de x^a	306
17.12. Ordres de croissance.....	309

CHAPITRE XVIII.

CALCUL DES PRIMITIVES.

Pages.

18.1. Primitives usuelles.....	311
18.2. Intégration des fractions rationnelles.....	312
18.3. Primitives se ramenant à des primitives de fractions rationnelles. I.....	315
18.4. Primitives se ramenant à des primitives de fractions rationnelles. II.....	316
18.5. Primitives se ramenant à des primitives de fractions rationnelles. III.....	318
18.6. Primitives se ramenant à des primitives de fractions rationnelles. IV.....	319

CHAPITRE XIX.

FORMULE DE TAYLOR.

19.1. Démonstration de la formule de Taylor.....	321
19.2. Recherche de la partie principale d'un infiniement petit.....	321
19.3. Allure d'un graphe au voisinage d'un point.....	324

CHAPITRE XX.

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS.

20.1. Définition.....	327
20.2. Développements limités usuels.....	329
20.3. Opérations sur les développements limités.....	331
20.4. Parties principales d'infinités petits usuels.....	336
20.5. Généralisations des développements limités.....	337
20.6. Applications des développements limités à la recherche de limites.....	340

CHAPITRE XXI.

NORMES. DISTANCES.

21.1. Normes.....	343
21.2. Distances.....	345
21.3. Limite d'une suite de points dans un espace métrique.....	347
21.4. Limite d'une application d'un espace métrique dans un autre.....	350
21.5. Applications continues d'un espace métrique dans un autre.....	352
21.6. Ensembles ouverts, ensembles fermés.....	354

CHAPITRE XXII.

DÉRIVÉES DES FONCTIONS VECTORIELLES.

22.1. Définition.....	357
22.2. Dérivées successives.....	359
22.3. Règles de calcul.....	359
22.4. Formule de Taylor-Young.....	361

CHAPITRE XXIII.

DÉRIVÉES PARTIELLES.

23.1. Définition.....	363
23.2. Dérivée d'une fonction composée.....	364

	Pages
23.3. Dérivées partielles secondes.....	367
23.4. Dérivées partielles successives.....	369
23.5. Dérivées successives d'une fonction composée.....	370
23.6. Formule de Taylor.....	371

CHAPITRE XXIV.

DIFFÉRENTIELLES.

24.1. Différentielle d'une fonction en un point.....	375
24.2. Différentielle d'une fonction.....	378
24.3. Différentielle d'une fonction composée.....	379
24.4. Calcul des différentielles.....	381
24.5. Fonctions stationnaires.....	382
24.6. Gradient d'une fonction.....	384

CHAPITRE XXV.

FONCTIONS IMPLICITES.

25.1. Définition et existence.....	387
25.2. Première généralisation.....	391
25.3. Deuxième généralisation.....	392

CHAPITRE XXVI.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE.

26.1. Définition.....	395
26.2. Interprétation géométrique.....	397
26.3. Théorème général d'existence et d'unicité.....	398
26.4. Équations à variables séparées.....	398
26.5. Équations linéaires.....	402
26.6. Application à un problème géométrique.....	405

GÉOMÉTRIE.

CHAPITRE XXVII.

COURBES PARAMÉTRÉES DANS LE PLAN.

27.1. Définition.....	407
27.2. Tangente.....	410
27.3. Forme au voisinage d'un point.....	412
27.4. Branches infinies.....	414
27.5. Concavité.....	417
27.6. Construction des courbes paramétrées planes.....	418

CHAPITRE XXVIII

COURBES PARAMÉTRÉES DANS L'ESPACE.

	Pages
28.1. Définition.....	425
28.2. Tangente.....	425
28.3. Plan osculateur.....	426
28.4. Forme au voisinage d'un point.....	428

CHAPITRE XXIX.

SURFACES PARAMÉTRÉES DANS L'ESPACE.

29.1. Définition.....	431
29.2. Exemples de surfaces paramétrées.....	432
29.3. Plan tangent.....	435

CHAPITRE XXX.

ÉQUATIONS DES COURBES ET DES SURFACES.

30.1. Équation d'une courbe dans le plan.....	439
30.2. Équation d'une surface dans l'espace.....	440
30.3. Équations d'une courbe dans l'espace.....	441
30.4. Exemples de recherche d'équations de surface.....	441
30.5. Ellipsoïde.....	445
30.6. Hyperboloïde à une nappe.....	447
30.7. Hyperboloïde à deux nappes.....	448
30.8. Paraboloïde elliptique.....	449
30.9. Paraboloïde hyperbolique.....	450

CHAPITRE XXXI.

COORDONNÉES POLAIRES.

31.1. Définition.....	453
31.2. Équation polaire d'une courbe.....	455
31.3. Tangente à une courbe définie paramétriquement en coordonnées polaires.....	459
31.4. Concavité d'une courbe définie paramétriquement en coordonnées polaires.....	461
31.5. Constructions de courbes définies par une équation $r = f(\theta)$	462
31.6. Coordonnées cylindriques.....	466
31.7. Coordonnées sphériques.....	467

EXERCICES.....	469
QUELQUES RÉPONSES ET SUGGESTIONS.....	579

INDEX DES NOTATIONS.....	617
INDEX TERMINOLOGIQUE.....	619