
Table des matières

1	Ce qu'on ne peut ignorer	1
1.1	Les environnements MATLAB et Octave	1
1.2	Nombres réels	3
1.2.1	Comment les représenter	3
1.2.2	Comment calculer avec des nombres à virgule flottante	6
1.3	Nombres complexes	8
1.4	Matrices	10
1.4.1	Vecteurs	15
1.5	Fonctions réelles	17
1.5.1	Les zéros	19
1.5.2	Polynômes	21
1.5.3	Intégration et dérivation	23
1.6	L'erreur n'est pas seulement humaine	25
1.6.1	Parlons de coûts	29
1.7	Le langage MATLAB	31
1.7.1	Instructions MATLAB	33
1.7.2	Programmer en MATLAB	35
1.7.3	Exemples de différences entre les langages MATLAB et Octave	38
1.8	Ce qu'on ne vous a pas dit	39
1.9	Exercices	39
	Equations non linéaires	43
2.1	Quelques problèmes types	43
2.2	Méthode de dichotomie (ou bisection)	46
2.3	Méthode de Newton	49
2.3.1	Tests d'arrêt pour les itérations de Newton	52
2.3.2	Méthode de Newton pour des systèmes d'équations	54

2.4	Méthode de point fixe	56
2.4.1	Test d'arrêt des itérations de point fixe	62
2.5	Accélération par la méthode d'Aitken	63
2.6	Polynômes	67
2.6.1	Algorithme de Hörner	68
2.6.2	Méthode de Newton-Hörner	70
2.7	Ce qu'on ne vous a pas dit	72
2.8	Exercices	74
3	Approximation de fonctions et de données	77
3.1	Quelques problèmes types	77
3.2	Approximation par polynômes de Taylor	79
3.3	Interpolation	80
3.3.1	Polynôme d'interpolation de Lagrange	81
3.3.2	Stabilité de l'interpolation polynomiale	86
3.3.3	Interpolation aux noeuds de Chebyshev	87
3.3.4	Interpolation trigonométrique et FFT	90
3.4	Interpolation linéaire par morceaux	95
3.5	Approximation par fonctions splines	96
3.6	La méthode des moindres carrés	100
3.7	Ce qu'on ne vous a pas dit	105
3.8	Exercices	106
4	Intégration et différentiation numérique	109
4.1	Quelques problèmes types	109
4.2	Approximation des dérivées	111
4.3	Intégration numérique	113
4.3.1	Formule du point milieu	114
4.3.2	Formule du trapèze	116
4.3.3	Formule de Simpson	117
4.4	Quadratures interpolatoires	119
4.5	Formule de Simpson adaptative	123
4.6	Ce qu'on ne vous a pas dit	127
4.7	Exercices	128
5	Systèmes linéaires	131
5.1	Quelques problèmes types	131
5.2	Systèmes linéaires et complexité	136
5.3	Factorisation LU	137
5.4	Méthode du pivot	147
5.5	Quelle est la précision de la solution d'un système linéaire ?	149
5.6	Comment résoudre un système tridiagonal	153
5.7	Systèmes sur-déterminés	154
5.8	Ce qui se cache sous la commande MATLAB \	157

5.9	Méthodes itératives	159
5.9.1	Comment construire une méthode itérative	161
5.10	Méthode de Richardson et du gradient	165
5.11	Méthode du gradient conjugué	169
5.12	Quand doit-on arrêter une méthode itérative?	172
5.13	Pour finir : méthode directe ou itérative?	174
5.14	Ce qu'on ne vous a pas dit	180
5.15	Exercices	180
6	Valeurs propres et vecteurs propres	185
6.1	Quelques problèmes types	186
6.2	Méthode de la puissance	188
6.2.1	Analyse de convergence	191
6.3	Généralisation de la méthode de la puissance	192
6.4	Comment calculer le décalage	195
6.5	Calcul de toutes les valeurs propres	198
6.6	Ce qu'on ne vous a pas dit	201
6.7	Exercices	202
7	Equations différentielles ordinaires	205
7.1	Quelques problèmes types	205
7.2	Le problème de Cauchy	208
7.3	Méthodes d'Euler	209
7.3.1	Analyse de convergence	212
7.4	Méthode de Crank-Nicolson	216
7.5	Zéro-stabilité	218
7.6	Stabilité sur des intervalles non bornés	221
7.6.1	Région de stabilité absolue	223
7.6.2	La stabilité absolue contrôle les perturbations ...	224
7.7	Méthodes d'ordre élevé	232
7.8	Méthodes prédicteur-correcteur	238
7.9	Systèmes d'équations différentielles	241
7.10	Quelques exemples	247
7.10.1	Le pendule sphérique	247
7.10.2	Le problème à trois corps	250
7.10.3	Des problèmes raides	253
7.11	Ce qu'on ne vous a pas dit	257
7.12	Exercices	257
8	Approximation numérique des problèmes aux limites ..	261
8.1	Quelques problèmes types	262
8.2	Approximation de problèmes aux limites	264
8.2.1	Approximation par différences finies du problème de Poisson monodimensionnel	265

8.2.2	Approximation par différences finies d'un problème à convection dominante	267
8.2.3	Approximation par éléments finis du problème de Poisson monodimensionnel	269
8.2.4	Approximation par différences finies du problème de Poisson bidimensionnel	272
8.2.5	Consistance et convergence de la discrétisation par différences finies du problème de Poisson	278
8.2.6	Approximation par différences finies de l'équation de la chaleur monodimensionnelle	280
8.2.7	Approximation par éléments finis de l'équation de la chaleur monodimensionnelle	285
8.3	Equations hyperboliques : un problème d'advection scalaire	287
8.3.1	Discrétisation par différences finies de l'équation d'advection scalaire	289
8.3.2	Analyse des schémas aux différences finies pour l'équation d'advection scalaire	291
8.3.3	Éléments finis pour l'équation d'advection scalaire	297
8.4	Equation des ondes	299
8.4.1	Approximation par différences finies de l'équation des ondes	301
8.5	Ce qu'on ne vous a pas dit	305
8.6	Exercices	306
9	Solutions des exercices	309
9.1	Chapitre 1	309
9.2	Chapitre 2	312
9.3	Chapitre 3	318
9.4	Chapitre 4	322
9.5	Chapitre 5	326
9.6	Chapitre 6	333
9.7	Chapitre 7	336
9.8	Chapitre 8	346
	Références	353