

# Calcul mental

125 astuces pour le maîtriser  
et défier les calculatrices

- 25 chapitres
- 800 entraînements
- Moyen mnémotechnique :  
codage chiffres-sons « Système Majeur »
- Tours de Mathémagie



# Chiffres et nombres

## Numération décimale

- ▶ Les chiffres 1, 2, ..., 9 ont été inventés en Inde vers 300 ans avant J.-C. et transmis par les Arabes à partir du 9<sup>e</sup> siècle.
- ▶ En Occident, le 0 n'apparut qu'au 12<sup>e</sup> siècle.
- ▶ La numération décimale permet, à l'aide des 10 chiffres, de nommer et d'écrire tous les nombres possibles.
- ▶ L'origine vient du « calcul digital ».
- ▶ Il faut : 10 unités pour former une dizaine, 10 dizaines pour former une centaine, 10 centaines pour former un millier, etc.

## Ensembles de nombres

- ▶ Les nombres **entiers naturels** sont les nombres entiers positifs ou nuls (0 inclus). Le chiffre le plus à droite est celui des unités, le chiffre placé à gauche de celui des unités est celui des dizaines, etc.

**Par exemple, 254 ; 65 ; 1 152 ; 3 562 387 et 81 956 sont des nombres entiers naturels.**

- ▶ Les nombres **entiers relatifs** sont les nombres entiers naturels et les nombres entiers négatifs (précédés du signe -). Deux nombres relatifs sont **opposés** quand ils ont la même distance à zéro mais des signes contraires.

**Par exemple, -2 ; -5 ; 0 ; -3 et 5 sont des nombres entiers relatifs.**

**Par exemple, 2 et -2 sont deux nombres relatifs opposés.**

- ▶ Les nombres **décimaux** sont les quotients de nombres entiers par une puissance de dix, c'est à dire les nombres à virgule. Ils comportent une partie entière et une partie décimale finie.

**Par exemple, 25,48 ; -2,3 ; -1 et -9,85 sont des nombres décimaux.**

Partie entière				,	Partie décimale													
milliards			millions			mille			unités									
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	millionièmes
					1	2	3	4	,	5	6							

Par exemple, le nombre 1 234,56 se lit « mille deux cent trente-quatre virgule cinquante-six ». Sa partie entière est 1 234 et sa partie décimale est 56.

### Conseil

↳ Ne confondez pas chiffre et nombre : un chiffre est un caractère, alors qu'un nombre représente une quantité !

Par exemple, dans 1 234,56 : le chiffre des dizaines est 3, alors que le nombre de dizaines est 123.

### Remarque

↳ Vous pouvez supprimer ou rajouter des 0 à droite de la partie décimale et à gauche de la partie entière sans changer le nombre.

Par exemple,  $5,3 = 5,300$  ;  $82,9 = 082,90$  ;  $12 = 12,000$  ;  $025,4 = 25,4$ .

Par contre,  $0,82 \neq 82$  ;  $609 \neq 69$  ;  $920,3 \neq 92,3$  ;  $2\ 540 \neq 254$ .

▷ Les nombres **rationnels** sont les quotients de deux entiers relatifs. L'ensemble des nombres rationnels contient l'ensemble des nombres décimaux, qui comprend l'ensemble des entiers relatifs, qui comprend l'ensemble des entiers naturels.

Par exemple,  $-3/5$  ; 0 ;  $-1$  et 0,182 sont des nombres rationnels.

▷ Les nombres **irrationnels** sont les nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme fractionnaire.

Par exemple,  $\pi$  et  $\sqrt{2}$  sont des nombres irrationnels.

▷ Les nombres **réels** sont les nombres entiers, décimaux, rationnels et irrationnels.

Par exemple, 254 ;  $-6,72$  ;  $3/2$  ;  $\pi$  et  $\sqrt{2}$  sont des nombres réels.

### Remarques

↳ L'orthographe de mille est invariable.

↳ L'orthographe de cent et de vingt est invariable quand ils sont suivis d'un autre nombre.

Par exemple, on écrit : trois mille, quatre-vingts, trois cents, mais : quatre-vingt-deux et trois cent un.

# Additionner mentalement

Ce chapitre présente diverses méthodes pour additionner de tête des nombres :

- ▶ additionner en opérant de la gauche vers la droite : méthode qui utilise l'ordre inverse adopté dans le calcul écrit enseigné à l'école ;
- ▶ découper des grands nombres en blocs de deux chiffres ;
- ▶ regrouper les nombres pour former 10 ou 100 ;
- ▶ ajouter un nombre se terminant par 9, par 8, par 7 ou par 6.

## Rappels

- 👉 Les nombres que l'on additionne sont appelés **termes** et le résultat d'une addition est appelé **somme**.

## Astuce 1 : additionner mentalement en opérant de la gauche vers la droite

Pour effectuer mentalement une addition énoncée à l'oral, il faut opérer dans l'ordre selon lequel les nombres sont énoncés, en allant des chiffres d'ordre de grandeur supérieur aux chiffres d'ordre de grandeur inférieur.

### Par exemple, pour calculer $356 + 478$ :

- ✓ Vous calculez :  $300 + 400 = 700$ , que vous mémorisez.
- ✓ Vous calculez :  $50 + 70 = 120$ , que vous additionnez à 700 :  
 $700 + 120 = 820$ , que vous mémorisez.
- ✓ Vous calculez :  $6 + 8 = 14$ , que vous additionnez à 820 pour obtenir le résultat final :  $820 + 14 = 834$ .

## Entraînement 1

a.  $876 + 923 =$

b.  $1\ 564 + 3\ 752 =$

c. Avec un billet de 50 € et un billet de 5 €, on peut acheter une chemise à 26 €, un pantalon à 18 € et une écharpe à 13 € : vrai ou faux ?

d. Calculez le montant de l'achat d'un canapé à 725 €, d'un téléviseur à 581 € et d'un ordinateur à 647 €.

**Remarque**

- ✎ Un nombre possédant six chiffres peut être découpé en trois blocs de 2 chiffres.

**Par exemple, le nombre 214 758 peut s'écrire 21 | 47 | 58.**

**Astuce 2 : découper avant d'additionner**

Pour additionner facilement, on peut découper les nombres en blocs de deux chiffres. On additionne les blocs correspondants. On termine en écrivant, de gauche à droite, deux chiffres par bloc résultat.

**Par exemple, pour calculer 214 758 + 163 523 :**

- ✓ Vous découpez le premier nombre :  $214\ 758 = 21|47|58$ .
- ✓ Vous découpez le second nombre :  $163\ 523 = 16|35|23$ .
- ✓ Vous additionnez les blocs :  
 $21 + 16 = 37$  ;  $47 + 35 = 82$  et  $58 + 23 = 81$ .
- ✓ Le résultat est :  $21|47|58 + 16|35|23 = 37|82|81 = 378\ 281$ .

**Conseil**

- ✎ Attention à l'existence d'une retenue !

**Par exemple, pour calculer 214 758 + 863 551 :**

- ✓ Vous découpez chacun des deux nombres :  $21|47|58$  et  $86|35|51$ .
- ✓ Vous additionnez les blocs :  
 $21 + 86 = 107$  ;  $47 + 35 = 82$  et  $58 + 51 = 109$ .
- ✓ Vous ne devez conserver que deux chiffres : le chiffre des centaines (1) de 109 vient s'ajouter à 82 :  $82 + 1 = 83$ .
- ✓ Le résultat est :  $21|47|58 + 86|35|51 = 107|83|09 = 1\ 078\ 309$ .

**Entraînement 2**

- |    |                            |
|----|----------------------------|
| e. | <b>521 745 + 214 937 =</b> |
| f. | <b>412 385 + 264 832 =</b> |
| g. | <b>230 127 + 871 764 =</b> |

### *Astuce 3 : additionner en regroupant les nombres pour faire apparaître des dizaines*

On repère les chiffres des unités que l'on peut regrouper pour former 10 :  $1 + 9$  ;  $2 + 8$  ;  $3 + 7$  ;  $4 + 6$  et  $5 + 5$ .

On regroupe ainsi les nombres deux par deux.

On termine en additionnant les résultats intermédiaires.

**Par exemple, pour calculer  $37 + 29 + 42 + 31 + 28 + 43 + 16$  :**

- ✓ Vous regroupez 37 et 43 :  $37 + 43 = 30 + 40 + 10 = 80$ .
- ✓ Vous regroupez 29 et 31 :  $29 + 31 = 20 + 30 + 10 = 60$ .
- ✓ Vous regroupez 42 et 28 :  $42 + 28 = 40 + 20 + 10 = 70$ .
- ✓ Le résultat est :  $80 + 60 + 70 + 16 = 226$ .

### *Astuce 4 : additionner en regroupant les nombres pour faire apparaître des centaines*

On repère les chiffres des dizaines et unités que l'on peut regrouper pour former 100 :  $15 + 85$  ;  $25 + 75$  ;  $35 + 65$ ...

On regroupe ainsi les nombres deux par deux.

On termine en additionnant les résultats intermédiaires.

**Par exemple, pour calculer  $35 + 46 + 125 + 215 + 165 + 75 + 85$  :**

- ✓ Vous regroupez 35 et 165 :  $35 + 165 = 200$ .
- ✓ Vous regroupez 125 et 75 :  $125 + 75 = 200$ .
- ✓ Vous regroupez 215 et 85 :  $215 + 85 = 300$ .
- ✓ Le résultat est :  $200 + 200 + 300 + 46 = 746$ .

### *Entraînement 3*

- h.  $35 + 82 + 97 + 58 + 45 + 23 =$
- i.  $45 + 25 + 15 + 75 + 55 + 85 =$
- j.  $73 + 88 + 27 + 36 + 12 + 64 =$
- k.  $115 + 275 + 35 + 125 + 265 + 85 =$

### Astuce 5 : ajouter un nombre se terminant par 9

Pour additionner un nombre entier se terminant par 9, on commence par ajouter 1 à ce nombre, afin d'obtenir la dizaine immédiatement supérieure.  
On retranche 1 à l'autre nombre.  
On termine en additionnant les résultats intermédiaires.

#### Par exemple, pour calculer $43 + 29$ :

- ✓ Vous ajoutez 1 à 29 :  $29 + 1 = 30$ .
- ✓ Vous retranchez 1 à 43 :  $43 - 1 = 42$ .
- ✓ Le résultat est :  $43 + 29 = 30 + 42 = 72$ .

#### Conseils

- ✎ Si le nombre se termine par 8, vous ajoutez et retranchez 2.
- ✎ Si le nombre se termine par 7 vous ajoutez et retranchez 3.

#### Par exemple, pour calculer $143 + 58$ :

- ✓ Vous ajoutez 2 à 58 :  $58 + 2 = 60$ .
- ✓ Vous retranchez 2 à 143 :  $143 - 2 = 141$ .
- ✓ Le résultat est :  $143 + 58 = 60 + 141 = 201$ .

#### Par exemple, pour compléter l'égalité $24 + \square = 83$ :

- ✓ Les chiffres des unités sont : 4 et 3, l'écart entre les deux est : 1.
- ✓ Vous ajoutez 1 à  $\square$  et retranchez 1 à 24 :  $24 - 1 = 23$ .
- ✓ De 23 à 83, l'écart est : 60.
- ✓ Pour trouver  $\square$ , vous retranchez 1 à 60 :  $\square = 60 - 1 = 59$ .

#### Entraînement 4

- l.  $1\ 234 + 68 =$
- m.  $3\ 824 + 97 =$
- n.  $5\ 423 + 159 =$
- o. Complétez l'égalité :  $123 + \square = 192$ .
- p. Complétez l'égalité :  $534 + \square = 612$ .

### Conseils

- ↳ Pour additionner des nombres décimaux, on commence par additionner les parties entières. On additionne les parties décimales en écrivant d'éventuels 0 inutiles. On termine en faisant attention aux retenues.
- ↳ Vous pouvez combiner les astuces !

#### Par exemple, pour calculer $354,8 + 71,97$ :

- ✓ Vous commencez par calculer :  $354 + 71 = 425$ .
- ✓ Vous écrivez un 0 à droite du 8 pour pouvoir additionner les parties décimales :  $80 + 97 = 80 + 100 - 3 = 177$ .
- ✓ Le chiffre des centaines de 177 s'ajoute à 425 :  $425 + 1 = 426$ .
- ✓ Le résultat final est :  $354,8 + 71,97 = 426,77$ .

#### Par exemple, pour calculer $53,75 + 24,11 + 46,25 + 87,89$ :

- ✓ Vous commencez par calculer :  $53 + 87 + 24 + 46 = 140 + 70 = 210$ .
- ✓ Vous calculez :  $75 + 25 + 11 + 89 = 100 + 100 = 200$ .
- ✓ Le chiffre des centaines de 200 s'ajoute à 210 :  $210 + 2 = 212$ .
- ✓ Le résultat final est :  $53,75 + 24,11 + 46,25 + 87,89 = 212$ .

### Entraînement 5

- |    |  |
|----|--|
| q. | $871,5 + 93,79 =$  |
| r. | $2\,738,25 + 4\,962,3 =$   |
| s. | $1\,624,85 + 3\,486,9 + 1\,245,15 + 4\,835,1 =$  |
| t. | Calculez le montant de l'achat d'un livre à 17,25 €, d'un tee-shirt à 51,89 € et d'un pull-over à 24,72 €. |

### Correction des entraînements

#### Entraînement 1

- a.  $876 + 923 = 1\,799$ .                      b.  $1\,564 + 3\,752 = 5\,316$ .
- c. **Faux**, car :  $50 + 5 = 55$  € et  $26 + 18 + 13 = 57$  €.
- d.  $725 + 581 + 647 = 1\,953$  €.



*Entraînement 2*

e.  $52|17|45 + 21|49|37 = \mathbf{736\ 682}$ . f.  $41|23|85 + 26|48|32 = \mathbf{677\ 217}$ .

g.  $23|01|27 + 87|17|64 = \mathbf{1\ 101\ 891}$ .

*Entraînement 3*

h.  $35 + 45 + 97 + 23 + 82 + 58 = \mathbf{340}$ . i.  $45 + 55 + 25 + 75 + 15 + 85 = \mathbf{300}$ .

j.  $73 + 27 + 88 + 12 + 36 + 64 = \mathbf{300}$ .

k.  $115 + 85 + 275 + 125 + 35 + 265 = \mathbf{900}$ .

*Entraînement 4*

l.  $1\ 234 + 68 = 1\ 234 - 2 + 70 = 1\ 232 + 70 = \mathbf{1\ 302}$ .

m.  $3\ 824 + 97 = 3\ 824 - 3 + 100 = 3\ 821 + 100 = \mathbf{3\ 921}$ .

n.  $5\ 423 + 159 = 5\ 423 - 1 + 160 = 5\ 422 + 160 = \mathbf{5\ 582}$ .

o.  $123 + \square = 192$  : les chiffres des unités sont : 3 et 2, l'écart entre les deux est : 1. Vous ajoutez 1 à  $\square$  et retranchez 1 à 123 :  $123 - 1 = 122$ . De 122 à 192, l'écart est : 70. Vous retranchez 1 à 70, donc :  $\square = \mathbf{69}$ .

p.  $534 + \square = 612$  : les chiffres des unités sont : 4 et 2, l'écart entre les deux est : 2. Vous ajoutez 2 à  $\square$  et retranchez 2 à 534 :  $534 - 2 = 532$ . De 532 à 612, l'écart est : 80. Vous retranchez 2 à 80, donc :  $\square = \mathbf{78}$ .

*Entraînement 5*

q.  $871 + 93 = 964$  et  $50 + 79 = 129$  (astuce 5)  $\rightarrow 964 + 1 = 965 \rightarrow 871,5 + 93,79 = \mathbf{965,29}$ .

r.  $27|38 + 49|62$  (astuce 2)  $\rightarrow 27 + 49 = 27 - 1 + 50 = 76$  (astuce 5)  
 $\rightarrow 38 + 62 = 100$  et  $76 + 1 = 77$  (astuce 4)  $\rightarrow 27|38 + 49|62 = 77|00$   
 $\rightarrow 25 + 30 = 55 \rightarrow 2\ 738,25 + 4\ 962,3 = \mathbf{7\ 700,55}$ .

s.  $16|24 + 34|86 + 12|45 + 48|35 \rightarrow 16 + 34 + 12 + 48 = 50 + 60 = 110$   
 $\rightarrow 24 + 86 + 45 + 35 = 110 + 80 = 190$  (astuce 3) et  $110 + 1 = 111$   
 $\rightarrow 16|24 + 34|86 + 12|45 + 48|35 = 11\ 190$  (astuce 2)  
 $\rightarrow 85 + 15 + 90 + 10 = 100 + 100 = 200$  (astuce 4) et  $90 + 2 = 92$   
 $\rightarrow 1\ 624,85 + 3\ 486,9 + 1\ 245,15 + 4\ 835,1 = \mathbf{11\ 192}$ .

t.  $17 + 51 + 24 = 92 \rightarrow 25 + 89 + 72 = 25 - 1 + 90 + 72 = 186$  et  $92 + 1 = 93$   
 $\rightarrow 17,25 + 51,89 + 24,72 = \mathbf{93,86\ €}$ .