

# TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION .....	1
<b>CHAPITRE 1 Définitions et rappel de mathématiques élémentaires .....</b>	<b>7</b>
1.1 L'élément .....	8
1.2 La population statistique .....	8
1.3 L'échantillon .....	10
1.4 Le tirage aléatoire .....	11
1.5 Les variables .....	12
1.6 Les chiffres significatifs .....	15
1.7 Le système de notation .....	16
1.8 <b>Rappel de mathématiques élémentaires .....</b>	<b>18</b>
1.8.1 Puissance, racines et logarithmes .....	18
1.8.2 Les factorielles .....	20
1.8.3 Dérivées et intégrales de fonctions .....	20
1.8.4 Rudiments de calcul matriciel .....	21
1.8.5 Interpolation et approximation polynomiale .....	24
1.8.5.1 Interpolation linéaire .....	24
1.8.5.2 Interpolation polynomiale de Lagrange .....	24
1.8.5.3 Interpolation spline cubique .....	25
EXERCICES .....	27
RÉFÉRENCES .....	30
<b>CHAPITRE 2 Statistique et protocole de recherche .....</b>	<b>31</b>
2.1 La question et son contexte .....	32
2.1.1 Primauté de la question .....	32
2.1.2 Problématique et position du problème .....	34
2.1.3 Hypothèse scientifique de travail .....	35
2.1.4 Modèle spéculatif d'explication et rationnel .....	35
2.1.5 Hypothèses statistiques .....	36
2.1.6 Retour à la question .....	38
2.2 <b>Notion de reproductibilité et de validité .....</b>	<b>40</b>
2.2.1 Reproductibilité .....	40
2.2.2 Validité interne .....	40

2.2.3	Validité externe	41	2.7.2	Plan factoriel	69
<b>2.3</b>	<b>Choix du type d'étude</b>	41	2.7.2.1	Définition	69
2.3.1	Choix de la finalité	41	2.7.2.2	Construction	69
2.3.1.1	Étude descriptive	41	2.7.2.3	Propriétés	70
2.3.1.2	Étude explicative	41	2.7.2.4	Données et modèle	70
2.3.2	Choix de l'approche	42	2.7.3	Plan pyramidal	72
2.3.2.1	Étude exploratoire	42	2.7.3.1	Définition	72
2.3.2.2	Étude confirmative	42	2.7.3.2	Construction	72
2.3.2.3	Études de validité de concept, méthodologique et pilote	42	2.7.3.3	Propriétés	73
2.3.3	Choix d'intervention	44	2.7.3.4	Données et modèles	73
2.3.3.1	Étude expérimentale	44	2.7.4	Plan en blocs et plan stratifié	75
2.3.3.2	Étude observationnelle	44	2.7.4.1	Définition	75
2.3.3.3	Étude quasi expérimentale	44	2.7.4.2	Plan en blocs complets	75
2.3.4	Choix de la période de temps	45	2.7.4.3	Plan en blocs complets généralisé	77
2.3.4.1	Étude transversale	45	2.7.4.4	Plan en blocs incomplets	77
2.3.4.2	Étude longitudinale	45	2.7.4.5	Plan factoriel en blocs complets	78
<b>2.4</b>	<b>Choix de la population</b>	47	2.7.4.6	Plans stratifiés	78
2.4.1	Choix du matériel biologique	47	2.7.4.7	Construction	78
2.4.2	Choix de l'élément	47	2.7.4.8	Données et modèles	79
2.4.3	Choix de la population statistique	48	2.7.4.9	Propriétés	80
2.4.3.1	Principes généraux	48	2.7.5	Plans en groupes parallèles et croisés	81
2.4.3.2	Les trois types d'inférence	49	2.7.5.1	Définitions	81
<b>2.5</b>	<b>Choix du schéma de l'étude</b>	51	2.7.5.2	Le plan croisé 2 × 2	81
2.5.1	Définitions et choix des situations	51	2.7.5.3	Le carré latin	81
2.5.2	Méthodes de constitution de groupes comparables	52	2.7.5.4	Le carré gréco-latin	82
2.5.2.1	Blocage des facteurs de confusion dans le système en fonction	53	2.7.5.5	Plan en blocs incomplets	82
2.5.2.2	Choix d'une population statistique homogène	53	2.7.5.6	Autres plans	83
2.5.2.3	Confinement dans un même environnement	53	2.7.5.7	Données et modèles	83
2.5.2.4	L'insu ou l'étude en aveugle	54	2.7.5.8	Propriétés	84
2.5.2.5	Appariement et constitution de blocs	54	2.7.6	Plans factoriels en unités divisées	85
2.5.2.6	Unités utilisées comme leur propre témoin	55	2.7.6.1	Définition	85
2.5.2.7	La stratification	56	2.7.6.2	Construction	85
2.5.2.8	Covariables	56	2.7.6.3	Données et modèle	86
2.5.2.9	La randomisation (ou aléation)	57	2.7.6.4	Propriétés	87
<b>2.6</b>	<b>Choix des variables et des facteurs</b>	58	2.7.7	Autres plans	87
2.6.1	Choix du nombre et de la nature des variables et des facteurs	58	<b>2.8</b>	<b>L'échantillonnage</b>	87
2.6.2	Choix des niveaux et des combinaisons de niveaux de facteurs	60	2.8.1	Échantillonnage pragmatique	88
2.6.3	Notion d'effet principal	62	2.8.1.1	Échantillonnage commode	88
2.6.4	Notion d'interaction	62	2.8.1.2	Échantillonnage à l'aveuglette	88
2.6.5	Notion d'interaction de deuxième ordre	65	2.8.1.3	Échantillonnage d'unités « représentatives »	89
<b>2.7</b>	<b>Principaux plans d'expérience et d'échantillonnage</b>	66	2.8.1.4	Échantillonnage par quota	89
2.7.1	Plan à un facteur	66	2.8.1.5	Échantillonnage à choix raisonné	90
2.7.1.1	Définition	66	2.8.2	Échantillonnage probabiliste	90
2.7.1.2	Construction	66	2.8.2.1	Échantillonnage aléatoire simple (EAS)	90
2.7.1.3	Propriétés	67	2.8.2.2	Échantillonnage systématique (E.Sys.)	91
2.7.1.4	Données et modèle	67	2.8.2.3	Échantillonnage stratifié (E.Strat.)	94
			2.8.2.4	Échantillonnage par degré (E.D.)	98
			2.8.2.5	Échantillonnage à différentes occasions	101
			<b>2.9</b>	<b>Choix du dispositif de mesure et de classification</b>	102
			2.9.1	Validité d'un dispositif de classification	102
			2.9.1.1	Validité intrinsèque	102
			2.9.1.2	Fiabilité ou fidélité	103
			2.9.1.3	Validité prédictive	103

2.9.2	Validité d'une échelle	105	3.4.1.2	Le stéréogramme	149
2.9.2.1	Validité interne d'une échelle	105	3.4.1.3	Le diagramme de dispersion	149
2.9.2.2	Validité par rapport à un critère	106	3.4.1.4	La surface de densité de probabilité	151
2.9.2.3	Validité externe d'une échelle	107	3.4.1.5	Le graphique d'isodensité	151
2.9.3	Validité d'une méthode de mesure	108	3.4.2	Séries statistiques doubles à deux variables qualitatives	153
2.9.3.1	Limites de la gamme de mesure	109	3.4.2.1	Tableau de contingence	153
2.9.3.2	Sensibilité	109	3.4.2.2	Le diagramme en blocs	154
2.9.3.3	Justesse	109	3.4.2.3	Le diagramme en bâtons horizontaux	154
2.9.3.4	Répétabilité	110	3.4.2.4	Le diagramme en lignes pointillées	155
2.9.3.5	Reproductibilité	110	3.4.3	Série statistique double à variable qualitative et quantitative	155
2.9.3.6	Précision	110	3.4.3.1	Classement des données	155
2.9.3.7	Efficacité	110	3.4.3.2	Représentation graphique	155
<b>2.10</b>	<b>Analyse statistique</b>	110	<b>3.5</b>	<b>Séries statistiques multiples</b>	156
2.10.1	Types d'analyse	110	EXERCICES		158
2.10.1.1	Analyse confirmative	111	RÉFÉRENCES		160
2.10.1.2	Analyse de validité	111	<b>CHAPITRE 4</b>	<b>Description de séries statistiques et mesures d'amplitude d'effet</b>	163
2.10.1.3	Analyse de sensibilité	112	<b>4.1</b>	<b>Les indicateurs de position</b>	164
2.10.1.4	Analyse de soutien et secondaire	112	4.1.1	Série statistique simple, variables quantitatives et ordinales	164
2.10.1.5	Analyse exploratoire	112	4.1.1.1	La moyenne arithmétique	164
2.10.1.6	Crédibilité des analyses	113	4.1.1.2	La médiane	166
2.10.2	Planification des analyses	113	4.1.1.3	Le mode	168
2.10.3	La modélisation	114	4.1.1.4	Les fractiles et pourcentiles	169
2.10.3.1	Caractérisation du modèle	117	4.1.1.5	Moyenne $\beta$ tronquée ou moyenne tronquée d'ordre $k$	170
2.10.3.2	Sélection du modèle	120	4.1.1.6	Moyenne de winsor ou « winsorisée » d'ordre $k$	170
2.10.4	Le problème général de l'autocorrélation et des pseudo-répétitions	121	4.1.1.7	Moyenne pondérée	172
2.10.4.1	Autocorrélation	121	4.1.1.8	Moyenne géométrique	172
2.10.4.2	Pseudo-répétition	125	4.1.1.9	Moyenne quadratique	173
<b>2.11</b>	<b>Bonnes pratiques statistiques et méthodologiques</b>	127	4.1.1.10	Moyenne de rapports	173
RÉFÉRENCES		129	4.1.1.11	Moyenne attendue	175
<b>CHAPITRE 3</b>			4.1.1.12	Moyenne conditionnelle observée	175
<b>Présentation des données</b>		133	4.1.1.13	Moyenne conditionnelle estimée	176
<b>3.1</b>	<b>Notion de série statistique</b>	134	4.1.1.14	Moyenne ajustée	176
<b>3.2</b>	<b>Le tableau de données brutes</b>	134	4.1.1.15	Moyenne mobile	176
<b>3.3</b>	<b>Série statistique simple</b>	135	4.1.2	Série statistique simple, variables qualitatives	176
3.3.1	Tableaux de distribution de fréquences	135	4.1.3	Série statistique double et multiple	176
3.3.1.1	Variables quantitatives	135	4.1.3.1	Le centroïde	176
3.3.1.2	Variables qualitatives	137	4.1.3.2	Mode multidimensionnel	177
3.3.2	Définitions	137	<b>4.2</b>	<b>Les indicateurs de dispersion</b>	178
3.3.3	Représentations graphiques	138	4.2.1	Série statistique simple, variable quantitative	178
3.3.3.1	Le diagramme en bâtons	138	4.2.1.1	La variance, l'écart type et le coefficient de dispersion	178
3.3.3.2	Polygone de fréquences	139	4.2.1.2	Le coefficient de variation	180
3.3.3.3	L'histogramme	140	4.2.1.3	Amplitude ou étendue de variation	181
3.3.3.4	Courbe lissée de fréquences et fonction kernel	141	4.2.1.4	Écart interfractile	181
3.3.3.5	Le diagramme en tige et feuilles	144	4.2.1.5	Variance et écart type winsorisés	182
3.3.3.6	Le diagramme à moustache	144			
3.3.3.7	Le diagramme en gouttes d'eau	146			
3.3.3.8	Le diagramme en parts de tarte	147			
3.3.3.9	L'idéogramme	147			
<b>3.4</b>	<b>Série statistique double</b>	148			
3.4.1	Série à deux variables quantitatives	148			
3.4.1.1	Tableaux de distribution de fréquences	148			

4.2.1.6	Variance et écart type pondérés . . . . .	182	5.2.5	Notion de probabilité <i>a posteriori</i> . . . . .	214
4.2.2	Série statistique simple :		<b>5.3</b>	<b>Analyse combinatoire</b> . . . . .	215
	variable qualitative . . . . .	183	5.3.1	Arrangement de $n$ éléments pris $p$ à $p$ . . . . .	215
4.2.2.1	La richesse . . . . .	183	5.3.2	Arrangement avec répétitions : $Ar_n^p$ . . . . .	215
4.2.2.2	La diversité . . . . .	184	5.3.3	Permutation de $n$ éléments : $P_n$ . . . . .	216
4.2.2.3	La régularité . . . . .	185	5.3.4	Permutation avec répétitions : $Pr_n$ . . . . .	216
4.2.2.4	La concentration et la diversité		5.3.5	Combinaison de $n$ éléments pris	
	de Simpson . . . . .	186		$p$ à $p$ : $C_n^p$ . . . . .	217
4.2.3	Série statistique double et multiple :		5.3.6	Combinaison avec répétitions de $n$	
	variable qualitative . . . . .	187		éléments pris $p$ à $p$ : $Cr_n^p$ . . . . .	217
<b>4.3</b>	<b>Les indicateurs de forme</b> . . . . .	187	<b>5.4</b>	<b>Propriétés et calcul des probabilités.</b> . . . . .	218
4.3.1	Moment centré d'ordre trois et		<b>5.5</b>	<b>Notions de variables aléatoires et</b>	
	coefficient d'asymétrie . . . . .	187		<b>de distribution de probabilité</b> . . . . .	223
4.3.2	Moment centré d'ordre quatre et		5.5.1	Notion de variable aléatoire . . . . .	223
	coefficient d'aplatissement . . . . .	187	5.5.2	Distribution de probabilité . . . . .	225
<b>4.4</b>	<b>Les indicateurs de corrélation et</b>		5.5.3	Fonction de masse . . . . .	225
	<b>d'association</b> . . . . .	189	5.5.4	Fonction de densité de probabilité . . . . .	225
4.4.1	Covariance et matrice de variances et		5.5.5	Fonction de répartition . . . . .	226
	covariances . . . . .	189	5.5.6	Distribution de probabilité conjointe . . . . .	226
4.4.2	Le coefficient de corrélation de Pearson . . . . .	191	5.5.7	Distribution de probabilité marginale . . . . .	227
4.4.3	Le rapport de cotes et le risque relatif . . . . .	193	5.5.8	Distribution conditionnelle . . . . .	227
<b>4.5</b>	<b>Les indicateurs de quantité totale</b> . . . . .	195	<b>5.6</b>	<b>Les moments d'une distribution</b>	
<b>4.6</b>	<b>Les mesures d'amplitude d'effet</b> . . . . .	195		<b>de probabilité</b> . . . . .	228
4.6.1	Écart absolu . . . . .	195	5.6.1	L'espérance mathématique . . . . .	228
4.6.1.1	Différence de moyennes . . . . .	195	5.6.2	La variance . . . . .	229
4.6.1.2	Différence de pourcentages		5.6.3	Fonction génératrice des moments . . . . .	230
	(probabilités) . . . . .	196	5.6.4	Covariance et corrélation . . . . .	231
4.6.2	Écart relatif . . . . .	196	5.6.5	Inégalités remarquables et loi des grands	
4.6.2.1	Différence relative de moyennes . . . . .	196		nombre . . . . .	231
4.6.2.2	Différence relative de pourcentages . . . . .	197	EXERCICES . . . . .		232
4.6.3	Écart calibré . . . . .	197	RÉFÉRENCES . . . . .		234
4.6.4	Rapport ou facteur multiplicatif . . . . .	198	<b>CHAPITRE 6 Distributions discrètes : uniforme,</b>		
4.6.4.1	Le rapport de moyennes . . . . .	198	<b>de Bernoulli, binomiale et multinomiale</b> . . . . .		235
4.6.4.2	La pente . . . . .	198	<b>6.1</b>	<b>Distribution uniforme : U (N)</b> . . . . .	236
4.6.4.3	Le rapport de cotes . . . . .	198	6.1.1	Définition . . . . .	236
4.6.4.4	Le rapport de proportions		6.1.2	Espérance mathématique et variance . . . . .	237
	(risque relatif) . . . . .	199	<b>6.2</b>	<b>Distribution de Bernoulli : B (1, p)</b> . . . . .	237
4.6.5	Une probabilité . . . . .	200	6.2.1	Définition . . . . .	237
4.6.6	Pertinence et équivalences selon		6.2.2	Espérance mathématique et variance . . . . .	238
	les modes d'expression . . . . .	201	<b>6.3</b>	<b>Distribution binomiale : B (n, p)</b> . . . . .	238
EXERCICES . . . . .		202	6.3.1	Définition . . . . .	238
RÉFÉRENCES . . . . .		206	6.3.2	Moments de la distribution binomiale . . . . .	239
<b>CHAPITRE 5 Notions élémentaires de calculs</b>			6.3.3	Distribution d'un pourcentage ou	
<b>de probabilité</b> . . . . .		207		d'une proportion . . . . .	241
<b>5.1</b>	<b>Rappel de la théorie des ensembles</b> . . . . .	208	<b>6.4</b>	<b>Distribution multinomiale M</b>	
5.1.1	Définitions . . . . .	208		<b>(n, p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>3</sub>, p<sub>4</sub>)</b> . . . . .	242
5.1.2	Opérations sur les ensembles . . . . .	209	6.4.1	Définition . . . . .	242
5.1.3	Notions d'événement, d'expérience		6.4.2	Espérance mathématique et variance . . . . .	243
	aléatoire et d'ensemble fondamental . . . . .	211	EXERCICES . . . . .		244
<b>5.2</b>	<b>Définitions de la notion de probabilité</b> . . . . .	212	RÉFÉRENCES . . . . .		246
5.2.1	Définition axiomatique des probabilités . . . . .	212	<b>CHAPITRE 7 Distributions discrètes :</b>		
5.2.2	Notion de probabilité empirique . . . . .	213	<b>de Poisson, géométrique, binomiale négative,</b>		
5.2.3	Notion de probabilité <i>a priori</i> . . . . .	214	<b>hypergéométrique et de polya</b> . . . . .		247
5.2.4	Notion de probabilité conditionnelle . . . . .	214			

<b>7.1</b>	<b>Distribution de Poisson : P (<math>\lambda</math>)</b> . . . . .	248	8.2.6	Calcul d'une distribution de probabilité obéissant à N ( $\mu, \sigma$ ) . . . . .	278
7.1.1	Définition . . . . .	248	8.2.6.1	Utilisation de la table des aires (table IV) . . . . .	278
7.1.2	Moments de la distribution de Poisson . . . . .	248	8.2.6.2	Utilisation de la table des ordonnées . . . . .	278
7.1.3	Propriétés de la distribution de Poisson . . . . .	250	8.2.7	Propriétés de la distribution normale . . . . .	281
7.1.4	Le processus poissonien . . . . .	250	8.2.8	Approximation de la loi binomiale par la loi normale . . . . .	282
<b>7.2</b>	<b>Distribution géométrique ou de Furry : G (<math>p</math>)</b> . . . . .	253	8.2.9	Approximation d'une loi de Poisson par une loi normale . . . . .	283
7.2.1	Définition . . . . .	253	<b>8.3</b>	<b>La loi log-normale : LogN (<math>\mu, \sigma</math>)</b> . . . . .	283
7.2.2	Moments de la distribution géométrique . . . . .	254	8.3.1	Définition . . . . .	283
7.2.3	Propriétés de la loi géométrique . . . . .	255	8.3.2	Espérance mathématique et variance de la distribution . . . . .	284
<b>7.3</b>	<b>Distribution binomiale négative : B N (<math>p, k</math>)</b> . . . . .	255	8.3.3	Propriétés de la distribution log-normale . . . . .	284
7.3.1	Définitions . . . . .	255	<b>8.4</b>	<b>La loi binormale : N (<math>\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho</math>)</b> . . . . .	285
7.3.2	Exemples et interprétation du paramètre $k$ . . . . .	256	8.4.1	Définition . . . . .	285
7.3.3	Les moments de la distribution binomiale négative . . . . .	257	8.4.2	Les paramètres de la distribution binormale . . . . .	286
7.3.4	Estimation des paramètres $p$ et $k$ . . . . .	258	8.4.3	Caractéristiques de la distribution binormale . . . . .	286
<b>7.4</b>	<b>Distribution hypergéométrique H (<math>N, n, p</math>)</b> . . . . .	261	EXERCICES . . . . .	287	
7.4.1	Définition . . . . .	261	RÉFÉRENCES . . . . .	290	
7.4.2	Les moments de la distribution hypergéométrique . . . . .	263	<b>CHAPITRE 9</b> Autres distributions continues : exponentielle, gamma, khi carré, Fisher-Snedecor, Student, logistique, bêta, Weibull, Laplace et Cauchy . . . . .	291	
<b>7.5</b>	<b>Distribution de Polya ou hypergéométrique généralisée</b> . . . . .	264	<b>9.1</b>	<b>La distribution exponentielle : Exp (<math>\theta, v</math>)</b> . . . . .	292
7.5.1	Définition du cas général . . . . .	264	9.1.1	Définition . . . . .	292
7.5.2	Moments de la distribution hypergéométrique généralisée . . . . .	265	9.1.2	Les moments de la distribution exponentielle . . . . .	293
7.5.3	Autre définition de la distribution hypergéométrique généralisée . . . . .	266	9.1.3	Propriétés de la loi exponentielle . . . . .	294
EXERCICES . . . . .	267	<b>9.2</b>	<b>La distribution gamma : <math>\Gamma(\alpha, \beta)</math></b> . . . . .	294	
RÉFÉRENCES . . . . .	270	9.2.1	Définition . . . . .	294	
<b>CHAPITRE 8</b> Distributions continues : uniforme, normale, log-normale et binormale . . . . .	273	9.2.2	Les moments de la loi gamma . . . . .	296	
<b>8.1</b>	<b>Distribution uniforme ou rectangulaire : R (<math>a, b</math>)</b> . . . . .	274	9.2.3	Propriétés de la loi gamma . . . . .	296
8.1.1	Définition . . . . .	274	<b>9.3</b>	<b>La loi du khi carré : <math>\chi^2(v)</math></b> . . . . .	297
8.1.2	Espérance et variance de la distribution . . . . .	274	9.3.1	Définitions . . . . .	297
<b>8.2</b>	<b>Distribution normale : N (<math>\mu, \sigma</math>)</b> . . . . .	274	9.3.2	Les moments de la distribution du khi carré . . . . .	298
8.2.1	Définition . . . . .	274	9.3.3	Propriétés de la loi du khi carré . . . . .	298
8.2.2	Espérance, variance et coefficients de forme . . . . .	276	9.3.4	Limite de la loi du khi carré . . . . .	299
8.2.3	Caractéristiques de la distribution normale . . . . .	276	9.3.5	Fonction de répartition . . . . .	299
8.2.4	Fonctions de répartition et de densité de probabilité . . . . .	277	<b>9.4</b>	<b>La distribution de Fisher-Snedecor : F (<math>v_1, v_2</math>)</b> . . . . .	300
8.2.5	Tables de la distribution normale centrée réduite . . . . .	277	9.4.1	Définition . . . . .	300
8.2.5.1	Table des aires de la courbe normale centrée réduite . . . . .	277	9.4.2	Les moments de la distribution de F . . . . .	301
8.2.5.2	Table des ordonnées de la courbe normale centrée réduite . . . . .	278	9.4.3	Propriétés de la loi de Fisher-Snedecor . . . . .	301
			<b>9.5</b>	<b>La distribution de Student : T (<math>v</math>)</b> . . . . .	301
			9.5.1	Définition . . . . .	301
			9.5.2	Les moments de la distribution de Student . . . . .	303
			9.5.3	Propriétés de la loi de Student . . . . .	303

9.6	<b>La distribution logistique : <math>\text{Log}(a, b)</math></b>	303	10.4.3.4	Répartition aléatoire, approximation de la loi de Poisson	332
9.6.1	Définition	303	10.4.3.5	Répartition contagieuse ou surdispersée	332
9.6.2	Espérance et variance de la distribution logistique	304	10.4.3.6	Modèle linéaire généralisé	333
9.7	<b>La distribution bêta : <math>\beta(\alpha, \beta)</math></b>	305	10.4.4	Intervalle de confiance de la moyenne de rapports	336
9.7.1	Définition	305	10.4.5	Intervalle de confiance de la moyenne $\beta$ tronquée	337
9.7.2	Les moments de la loi bêta	305	10.5	<b>Intervalle de confiance de la médiane et des fractiles</b>	339
9.8	<b>La distribution de Weibull : <math>W(a, b, c)</math></b>	305	10.5.1	Intervalle de confiance paramétrique de la médiane	339
9.8.1	Définition	305	10.5.2	Estimateur de Hodges-Lehmann et intervalle de confiance	340
9.8.2	Les moments de la distribution de Weibull	306	10.5.3	Intervalle de confiance non paramétrique de la médiane ou d'un fractile	341
9.8.3	Processus weibullien	306	10.5.3.1	Principe de calcul pour la médiane	341
9.8.4	Propriétés de la loi de Weibull	306	10.5.3.2	Principe de calcul pour un quelconque fractile	342
9.9	<b>La distribution de Laplace : <math>L(a, b)</math></b>	306	10.5.4	Choix de la méthode de calcul de l'intervalle de confiance de la médiane	343
9.10	<b>La distribution de Cauchy : <math>C(a, b)</math></b>	307	10.6	<b>Intervalle de confiance de la variance</b>	345
9.11	<b>Liens mutuels entre les lois de probabilité</b>	307	10.7	<b>Intervalle de confiance par rééchantillonnage</b>	346
EXERCICES		308	10.7.1	Technique du <i>jackknife</i>	346
RÉFÉRENCES		310	10.7.2	<i>Bootstrap</i>	348
10.7.2.1			10.7.2.1	Calcul d'un intervalle de confiance par la technique du <i>bootstrap</i> non paramétrique	348
10.7.2.2			10.7.2.2	Calcul d'un intervalle de confiance par la technique du <i>bootstrap</i> paramétrique	349
CHAPITRE 10	<b>Théorie de l'estimation : intervalle de confiance des paramètres d'une distribution</b>	311	10.8	<b>Intervalle de confiance d'une proportion ou d'un pourcentage</b>	353
10.1	<b>Principe général de l'estimation : approche fréquentiste</b>	312	10.8.1	Échantillons aléatoires simples	353
10.2	<b>Estimateur</b>	312	10.8.1.1	Intervalle de confiance de Wald	353
10.2.1	Définition d'une statistique et d'un estimateur	312	10.8.1.2	Intervalle de confiance d'Agresti-Coull	354
10.2.2	Propriétés recherchées d'une statistique et d'un estimateur	313	10.8.1.3	Intervalle de confiance de Wilson	355
10.2.2.1	Estimateur sans biais	313	10.8.1.4	Intervalle de confiance logit	355
10.2.2.2	Estimateur convergent	314	10.8.1.5	Intervalle de confiance lié à $F$	355
10.2.2.3	Estimateur efficace	314	10.8.1.6	Intervalle de confiance de Clopper-Pearson : méthode exacte	356
10.2.2.4	Estimateur robuste	316	10.8.1.7	Intervalles de confiance de Blyth-Still-Casella et du rapport de vraisemblance	356
10.2.2.5	Statistique exhaustive	317	10.8.1.8	Intervalle de confiance de proportions proches de l'unité ou de zéro	356
10.2.3	Construction d'un estimateur	317	10.8.2	Estimation d'une proportion : échantillonnage stratifié	359
10.2.3.1	Méthode des moments	317	10.8.3	Estimation d'une proportion : échantillonnage par degré	360
10.2.3.2	Méthode du maximum de vraisemblance	318	10.9	<b>Intervalle de confiance d'une quantité totale</b>	361
10.3	<b>Estimation ponctuelle et intervalle de confiance</b>	322	EXERCICES		361
10.4	<b>Estimation de la moyenne</b>	323	RÉFÉRENCES		363
10.4.1	Échantillonnage aléatoire simple	323			
10.4.1.1	Distribution d'échantillonnage de la moyenne	323			
10.4.1.2	Intervalle de confiance de la moyenne	324			
10.4.2	Autres méthodes d'échantillonnage	326			
10.4.2.1	Échantillon stratifié	326			
10.4.2.2	Échantillonnage du premier et du second degré	328			
10.4.3	Estimation de la moyenne de données de dénombrement	331			
10.4.3.1	Définition	331			
10.4.3.2	Loi de Taylor	331			
10.4.3.3	Répartition régulière : approximation normale	332			

<b>CHAPITRE 11 Tests d'hypothèses et de signification</b> . . . . .	365	12.4.1	Test du rapport de vraisemblance de Wilks	403
<b>11.1 Les hypothèses statistiques</b> . . . . .	366	12.4.2	Test de sphéricité	405
<b>11.2 Statistique de test et tests d'hypothèses</b> . . . . .	367	<b>12.5 La déclaration d'indépendance des observations et d'identité de leur distribution (i.i.d.)</b> . . . . .	407	
<b>11.3 Risques d'erreur et région critique d'un test</b> . . . . .	368	EXERCICES	410	
<b>11.4 Tests d'hypothèses versus tests de signification</b> . . . . .	371	RÉFÉRENCES	411	
<b>11.5 Test de signification versus intervalle de confiance</b> . . . . .	371	<b>CHAPITRE 13 Comparaison de moyennes, médianes et autres indices de position de deux distributions</b> . . . . .	413	
<b>11.6 Tests bilatéral et unilatéral</b> . . . . .	372	<b>13.1 Comparaison de deux échantillons indépendants : distribution unidimensionnelle</b> . . . . .	414	
<b>11.7 Puissance d'un test</b> . . . . .	372	13.1.1 Test $Z$ de comparaison de moyennes . . . . .	414	
<b>11.8 Notion de justesse, d'efficacité et de robustesse</b> . . . . .	376	13.1.1.1 Distribution d'échantillonnage de la différence de deux moyennes . . . . .	414	
<b>11.9 Échantillons indépendants et dépendants</b> . . . . .	377	13.1.1.2 Test de comparaison de deux moyennes	415	
<b>11.10 Interprétation des résultats d'un test</b> . . . . .	377	13.1.1.3 Intervalle de confiance d'une différence de moyennes . . . . .	416	
<b>11.11 Différents types de tests</b> . . . . .	379	13.1.1.4 Risque $\beta$ , puissance et robustesse du test $Z$ . . . . .	416	
11.11.1 Tests paramétriques versus non paramétriques . . . . .	379	13.1.2 Test $t$ de Student . . . . .	419	
11.11.2 Tests d'équivalence, de non-infériorité et de supériorité . . . . .	379	13.1.2.1 Principe du test $t$ de Student . . . . .	420	
11.11.3 Tests exacts versus tests asymptotiques	380	13.1.2.2 Intervalle de confiance d'une différence de moyennes . . . . .	421	
11.11.4 Tests de randomisation, de permutation et du <i>bootstrap</i> . . . . .	381	13.1.2.3 Robustesse et puissance du test $t$ de Student . . . . .	421	
11.11.5 Test du rapport de vraisemblance . . . . .	382	13.1.3 Test de Welch et d'Aspin-Welch . . . . .	423	
EXERCICES . . . . .	382	13.1.4 Test tronqué de Yuen . . . . .	425	
RÉFÉRENCES . . . . .	384	13.1.5 Comparaison de moyennes de données de dénombrement . . . . .	428	
<b>CHAPITRE 12 Comparaison de variances et autres indices de dispersion de plusieurs échantillons</b> . . . . .	385	13.1.6 Test de Fisher-Pitman . . . . .	430	
<b>12.1 Comparaison des dispersions de deux échantillons indépendants</b> . . . . .	386	13.1.7 Test de Wilcoxon-Mann-Whitney (W.M.W.) et statistiques linéaires de rang . . . . .	435	
12.1.1 Test $F$ de comparaison de variances . . . . .	386	13.1.7.1 La statistique de Mann et Whitney et de Wilcoxon . . . . .	435	
12.1.1.1 Distribution d'échantillonnage du rapport de deux variances . . . . .	386	13.1.7.2 La statistique linéaire de rang . . . . .	436	
12.1.1.2 Principe du test $F$ . . . . .	387	13.1.7.3 Les hypothèses statistiques . . . . .	436	
12.1.1.3 Puissance et robustesse du test $F$ . . . . .	388	13.1.7.4 Petits échantillons : $n_1$ et $n_2 \leq 20$ . . . . .	437	
12.1.2 Test non paramétrique de Siegel et Tukey . . . . .	389	13.1.7.5 Grands échantillons : $n_1$ ou $n_2 > 20$ . . . . .	438	
<b>12.2 Comparaison des variances de <math>g</math> échantillons indépendants</b> . . . . .	393	13.1.7.6 Estimation et intervalle de confiance du paramètre de translation $d$ . . . . .	439	
12.2.1 Test de Bartlett . . . . .	393	13.1.7.7 Analyse ridit pour estimer l'amplitude de l'effet du facteur étudié . . . . .	439	
12.2.1.1 Principe du test de Bartlett . . . . .	393	13.1.7.8 Puissance et robustesse . . . . .	440	
12.2.1.2 Robustesse du test de Bartlett . . . . .	394	13.1.8 Test des médianes de Mood . . . . .	444	
12.2.2 Test $W$ de Levene et test $W'$ de Brown-Forsythe . . . . .	396	13.1.9 Test des scores normaux de Van der Waerden (V.d.W.) . . . . .	447	
12.2.3 Le test de Hartley . . . . .	399	13.1.10 Tests de Gastwirth (GTH) . . . . .	449	
<b>12.3 Test de comparaison de l'amplitude de la variation de Moses</b> . . . . .	400	13.1.11 Tests de Hogg-Fisher-Randles (H.F.R.) . . . . .	451	
<b>12.4 Comparaison des variances et des covariances d'échantillons dépendants</b> . . . . .	403	13.1.12 Test de Savage (SVG) . . . . .	453	
		13.1.13 Test de Conover-Salsburg (C.S.) . . . . .	456	

13.1.14	Test de Good	457	<b>14.1</b>	<b>L'analyse de variance (ANOVA)</b>	
13.1.15	Test de Gehan-Gilbert (G.G.)	459		<b>à un facteur</b>	516
13.1.16	Test de Kolmogorov-Smirnov (K.S.)	462	14.1.1	Le modèle linéaire d'analyse de variance	516
13.1.17	Technique du <i>bootstrap</i>	463	14.1.1.1	Les trois types de modèles	516
<b>13.2</b>	<b>Comparaison d'échantillons appariés</b>	467	14.1.1.2	Spécification du modèle	517
13.2.1	Test <i>t</i> de Student pour échantillons appariés	467	14.1.1.3	Estimation des paramètres du modèle	520
13.2.1.1	Principe et exécution du test	467	14.1.1.4	Choix et justesse du modèle	524
13.2.1.2	Intervalle de confiance et puissance du test	467	14.1.1.5	Validité et robustesse des inférences : diagnostic du modèle	528
13.2.2	Test <i>t</i> $2\beta$ tronqué pour échantillons appariés	470	14.1.1.6	Puissance des tests	530
13.2.3	Test de randomisation de Fisher	472	14.1.2	L'analyse de variance (ANOVA) par décomposition de la variation	533
13.2.4	Test signé de Wilcoxon et statistiques linéaires de rang signées	475	14.1.2.1	Les sources de variation	533
13.2.4.1	Cas des grands échantillons	475	14.1.2.2	Les trois estimations de la variance sous $H_0$	534
13.2.4.2	Cas des petits échantillons	476	14.1.2.3	Test de comparaison	535
13.2.4.3	Statistique linéaire de rang signée	476	<b>14.2</b>	<b>Comparaisons multiples et contrastes</b>	537
13.2.4.4	Interprétation du test	477	14.2.1	Construction de contrastes	537
13.2.4.5	Intervalle de confiance de la différence médiane	478	14.2.2	Test de contraste et intervalle de confiance	538
13.2.4.6	Puissance du test	478	14.2.3	Test de l'étendue studentisée	539
13.2.5	Test des signes	480	14.2.4	Ajustement de l'erreur de première espèce	539
13.2.6	Test des scores normaux de Van Eeden (V. E.)	482	14.2.4.1	Unité conceptuelle d'erreur et évaluation du risque	539
13.2.7	Test de Wilcoxon winsorisé (W.W.)	483	14.2.4.2	Absence d'ajustement	543
13.2.8	Test de Randles-Hogg (R.H.)	485	14.2.5	Types de tests de comparaisons multiples	544
13.2.9	Test de Stuart-Maxwell (S.M.)	486	14.2.6	Tests de contraste et intervalles de confiance	545
13.2.10	Technique du <i>bootstrap</i> pour échantillons appariés	488	<b>14.3</b>	<b>Autres tests de comparaison de <i>g</i> échantillons indépendants</b>	564
<b>13.3</b>	<b>Efficacité relative des tests de comparaison de deux échantillons</b>	488	14.3.1	Approche non paramétrique	564
<b>13.4</b>	<b>Tests d'équivalence</b>	489	14.3.1.1	Test généralisé des médianes	564
13.4.1	Test de Schuirman-Deheuvels	490	14.3.1.2	Test de Kruskal-Wallis	567
13.4.2	Test de non-infériorité	491	14.3.1.3	Test de Jonkheere-Terpstra	569
13.4.3	Interprétation d'un test d'équivalence	491	14.3.1.4	Test de Mack-Wolfe	571
<b>13.5</b>	<b>Tests de comparaison multidimensionnels</b>	494	14.3.2	Approche par randomisation : test de randomisation pour plan à un facteur	575
13.5.1	Test $T^2$ de Hotelling	494	14.3.3	Test de Welch	576
13.5.2	Test de Yao	497	14.3.4	Tests non paramétriques de comparaisons multiples	577
13.5.3	Test non paramétrique d'O'Brien	498	<b>14.4</b>	<b>Analyse de variance multidimensionnelle (MANOVA)</b>	579
13.5.4	Tests paramétriques d'O'Brien et de Tang-Gnecco-Geller	500	EXERCICES		581
13.5.5	Test $T^2$ apparié de Hotelling	503	RÉFÉRENCES		583
13.5.6	Test de Pocock-Geller-Tsiasis	505	<b>CHAPITRE 15</b>	<b>Comparaison de proportions et d'effectifs de classes de données catégorielles</b>	585
<b>13.6</b>	<b>Comparaison à une norme</b>	506	<b>15.1</b>	<b>Échantillons indépendants</b>	586
<b>13.7</b>	<b>Analyses intermédiaires</b>	507	15.1.1	Le test du khi carré de Pearson	586
EXERCICES		511	15.1.1.1	Principe du test du khi carré de Pearson	586
RÉFÉRENCES		512	15.1.1.2	Nombre de degrés de liberté	588
<b>Chapitre 14</b>	<b>Comparaison de moyennes, médianes et autres indices de position de plus de deux distributions indépendantes</b>	515	15.1.1.3	Exécution du test du khi carré	588

15.1.1.4	Conditions d'application, robustesse et puissance du test du $\chi^2$ .....	589
15.1.1.5	Tableaux de contingence $2 \times 2$ : autres possibilités .....	590
15.1.1.6	Intervalle de confiance d'une différence de proportions .....	592
15.1.2	Test exact de Fisher .....	594
15.1.3	Test $G$ du rapport de vraisemblance ...	596
15.1.4	Test de tendance de Bartholomew ...	599
15.1.5	Risque relatif (RR) et rapport de cotes (RC) .....	600
15.1.6	Test de comparaisons multiples .....	605
15.1.6.1	Partition de tableaux .....	606
15.1.6.2	Autres procédures de comparaisons multiples .....	607
15.1.7	Test d'équivalence .....	608
15.1.8	Méthodes de Mantel-Haenszel .....	609
15.1.8.1	Paradoxe de Simpson .....	609
15.1.8.2	Estimateur de Mantel-Haenszel .....	610
15.1.8.3	Test de Cochran-Mantel-Haenszel (C.M.H.) .....	612
15.1.8.4	Test de Breslow-Day .....	612
15.1.8.5	Test du khi carré randomisé .....	614
15.1.8.6	Test généralisé de Cochran-Mantel-Haenszel (G.C.M.H.) .....	619
<b>15.2</b>	<b>Échantillons appariés</b> .....	<b>622</b>
15.2.1	Test de McNemar .....	622
15.2.2	Test $Q$ de Cochran .....	623
15.2.3	Test de tendance .....	625
15.2.4	Approche générale de Cochran-Mantel-Haenszel .....	626
15.2.5	Comparaisons multiples .....	626
<b>15.3</b>	<b>Comparaison d'une proportion avec une norme</b> .....	<b>626</b>
EXERCICES .....		627
RÉFÉRENCES .....		628
<b>CHAPITRE 16 Conformité d'une distribution observée à une distribution attendue</b> .....		
<b>16.1</b>	<b>Distribution théorique ou attendue</b> ..	<b>632</b>
<b>16.2</b>	<b>Tests de conformité</b> .....	<b>632</b>
16.2.1	Test du khi carré .....	632
16.2.2	Test $G$ de conformité .....	635
16.2.3	Tests de conformité de Kolmogorov-Smirnov et de Lilliefors .....	637
16.2.4	Droite de Henry et test de Shapiro-Francia .....	640
<b>16.3</b>	<b>Test de contraste</b> .....	<b>643</b>
<b>16.4</b>	<b>Test des séquences homogènes</b> .....	<b>644</b>
EXERCICES .....		645
RÉFÉRENCES .....		646

**CHAPITRE 17 Corrélation et association** ... 649

<b>17.1</b>	<b>Corrélation entre variables quantitatives</b> .....	<b>651</b>
17.1.1	Corrélation de Pearson .....	651
17.1.1.1	Définitions et propriétés .....	651
17.1.1.2	Tests de signification et intervalle de confiance du coefficient de corrélation de Pearson .....	651
17.1.1.3	Calcul d'effectif .....	655
17.1.1.4	Techniques de rééchantillonnage et de randomisation .....	655
17.1.1.5	Test de comparaison de deux coefficients de corrélation .....	657
17.1.1.6	Test d'homogénéité des coefficients de corrélation de Pearson de $g$ groupes .	659
17.1.1.7	Test d'équicorrélation .....	661
17.1.1.8	Test de signification d'une matrice de corrélation .....	662
17.1.2	Corrélation de Pearson winsorisée ...	663
17.1.2.1	Définition et propriétés .....	663
17.1.2.2	Test de signification du coefficient de corrélation winsorisé .....	664
<b>17.2</b>	<b>Corrélation entre variables semi-quantitatives</b> .....	<b>666</b>
17.2.1	Corrélation de Spearman .....	666
17.2.1.1	Définition et propriétés .....	666
17.2.1.2	Test de signification du coefficient de corrélation de Spearman .....	667
17.2.2	Corrélation de Kendall .....	669
17.2.2.1	Définition et propriétés .....	669
17.2.2.2	Test de signification du coefficient de corrélation de Kendall .....	670
17.2.3	Test de corrélation de rang pour données censurées .....	672
<b>17.3</b>	<b>Corrélation entre variables qualitatives</b> .....	<b>674</b>
17.3.1	Coefficient de corrélation de point ...	674
17.3.2	Autres mesures asymétriques d'association .....	677
17.3.2.1	Coefficient asymétrique de Gutman ...	677
17.3.2.2	Coefficient asymétrique de Goodman et Kruskal .....	677
17.3.2.3	Coefficient asymétrique d'incertitude de Theil .....	678
17.3.3	Autres mesures symétriques d'association .....	678
17.3.3.1	Coefficient de contingence de Pearson .	678
17.3.3.2	Coefficient de Tschuprow .....	678
17.3.3.3	Coefficient Phi .....	678
17.3.3.4	V de Cramer .....	679
17.3.3.5	Coefficient $\lambda$ symétrique .....	679
17.3.3.6	Coefficient d'incertitude symétrique ...	679

<b>17.4</b>	<b>Coefficients de concordance et de corrélation intraclasse</b> . . . . .	680	18.1.8.5	Indépendance des résidus . . . . .	713
17.4.1	Coefficient de concordance de Kendall . . . . .	680	18.1.9	Comparaison des droites de régression de $g$ groupes . . . . .	713
17.4.2	Coefficient de corrélation intraclasse . . . . .	683	18.1.9.1	Test d'égalité des droites de régression . . . . .	713
17.4.3	Coefficient de concordance kappa . . . . .	686	18.1.9.2	Test d'égalité des pentes . . . . .	714
EXERCICES	. . . . .	688	18.1.9.3	Test d'égalité des ordonnées à l'origine . . . . .	715
RÉFÉRENCES	. . . . .	690	18.1.10	Régression passant par l'origine . . . . .	717
<b>CHAPITRE 18</b>	<b>Régression linéaire simple</b> . . . . .	691	18.1.11	Prédictions inverses . . . . .	719
<b>18.1</b>	<b>Le modèle de régression linéaire</b> . . . . .	692	18.1.12	Effet des erreurs de mesures . . . . .	720
18.1.1	Le modèle de régression linéaire simple . . . . .	693	<b>18.2</b>	<b>L'axe principal réduit</b> . . . . .	721
18.1.2	Estimation des paramètres de la fonction de régression . . . . .	694	<b>18.3</b>	<b>Régression simple pondérée</b> . . . . .	725
18.1.3	Propriétés de la droite de régression et des estimateurs $B_0$ et $B_1$ . . . . .	694	<b>18.4</b>	<b>Régression robuste</b> . . . . .	727
18.1.4	Inférences concernant la pente $\beta_1$ . . . . .	696	<b>18.5</b>	<b>Régression des moindres écarts absolus</b> . . . . .	730
18.1.5	Inférence concernant l'ordonnée à l'origine $\beta_0$ . . . . .	700	18.5.1	Algorithme de calcul de la droite de régression . . . . .	730
18.1.6	Intervalle de confiance d'une prévision . . . . .	702	18.5.2	Test de signification de la pente . . . . .	731
18.1.7	Coefficient de détermination . . . . .	704	<b>18.6</b>	<b>Régression non paramétrique</b> . . . . .	732
18.1.8	Diagnostic et mesures de correction . . . . .	705	18.6.1	Estimation des paramètres de la droite de régression non paramétrique . . . . .	732
18.1.8.1	Manque d'ajustement du modèle . . . . .	705	18.6.2	Test de signification de $\beta_1$ . . . . .	733
18.1.8.2	Normalité des résidus . . . . .	709	EXERCICES	. . . . .	735
18.1.8.3	Égalité des variances des distributions conditionnelles . . . . .	710	RÉFÉRENCES	. . . . .	736
18.1.8.4	Absence de valeurs exceptionnelles et aberrantes . . . . .	712	ANNEXES	. . . . .	737
			INDEX	. . . . .	807