

Thierry Rougé  
Patrick Cabau

# 12 thèmes mathématiques indispensables

L1

Écoles  
d'ingénieurs

B.U.T.



- Thèmes variés
- Cours
- Formulaire complet



# TABLE DES MATIÈRES

<b>THÈMES</b>	<b>7</b>
<b>1 Logique formelle</b>	<b>9</b>
1.1 Axiomes, assertions, prédicats et quantificateurs . . . . .	9
1.2 Opérateurs logiques de base . . . . .	10
1.3 Implication, contraposée et réciproque . . . . .	12
1.4 Équivalence . . . . .	14
1.5 Propriétés . . . . .	14
1.6 Divers types de raisonnements mathématiques . . . . .	15
<b>2 Convexité</b>	<b>19</b>
2.1 Définition géométrique d'une fonction convexe . . . . .	19
2.2 Caractérisation géométrique . . . . .	21
2.3 Point d'inflexion . . . . .	23
2.4 Applications . . . . .	24
<b>3 Constructions à la règle et au compas</b>	<b>27</b>
3.1 Points constructibles . . . . .	27
3.2 Constructions de base . . . . .	28
3.3 Structure algébrique . . . . .	30
3.4 Points constructibles au compas seul . . . . .	33
<b>4 Courbes de Bézier</b>	<b>35</b>
4.1 Polynômes de Bernstein . . . . .	35
4.2 Courbes de Bézier . . . . .	36
<b>5 Applications des nombres complexes</b>	<b>39</b>
5.1 Ensembles remarquables du plan . . . . .	39
5.2 Transformations du plan . . . . .	40
5.3 Sommes partielles de séries trigonométriques . . . . .	42
5.4 Somme de deux signaux . . . . .	43
5.5 Application à l'électricité . . . . .	45

<b>6</b>	<b>Analyse Numérique</b>	<b>47</b>
6.1	Approximations de la solution d'une équation . . . . .	47
6.2	Équations différentielles . . . . .	52
6.3	Intégration numérique . . . . .	53
<b>7</b>	<b>Autour des équations différentielles</b>	<b>57</b>
7.1	Applications à la mécanique . . . . .	57
7.2	Applications à l'électricité . . . . .	63
7.3	Courbes intégrales d'un champ de vecteurs . . . . .	65
<b>8</b>	<b>Descente du gradient</b>	<b>69</b>
8.1	Gradient d'une fonction à deux variables . . . . .	69
8.2	Méthode de descente de gradient . . . . .	70
<b>9</b>	<b>Graphes</b>	<b>73</b>
9.1	Notion de graphe . . . . .	73
9.2	Représentation matricielle d'un graphe . . . . .	75
9.3	Graphes pondérés et algorithme de Dijkstra . . . . .	77
<b>10</b>	<b>Notions de réseau neuronal</b>	<b>81</b>
10.1	Neurone affine . . . . .	81
10.2	Neurones et connecteurs logiques . . . . .	82
10.3	Réseau de neurones . . . . .	85
10.4	Approximation par un réseau de neurones . . . . .	87
<b>11</b>	<b>Séries de Fourier</b>	<b>89</b>
11.1	Fonctions périodiques . . . . .	89
11.2	Coefficients de Fourier . . . . .	91
11.3	Séries de Fourier . . . . .	92
11.4	Interprétation graphique . . . . .	93
11.5	Analyse harmonique d'un signal . . . . .	95
11.6	Le théorème de Parseval . . . . .	97
<b>12</b>	<b>Transformation de Laplace</b>	<b>99</b>
12.1	Transformée de Laplace d'une fonction causale . . . . .	99
12.2	Propriétés fondamentales . . . . .	101
12.3	Transformées de Laplace de fonctions usuelles . . . . .	101
12.4	Transformées de Laplace de dérivées . . . . .	102
12.5	Application aux équations différentielles . . . . .	103
12.6	Transformée de Laplace de primitives . . . . .	105

<b>COURS</b>	<b>107</b>
<b>1 Suites</b>	<b>109</b>
1.1 Généralités . . . . .	109
1.2 Modes principaux de génération d'une suite . . . . .	109
1.3 Variations . . . . .	111
1.4 Limites . . . . .	113
<b>2 Fonctions</b>	<b>119</b>
2.1 Fonctions d'une variable réelle . . . . .	119
2.2 Limites . . . . .	120
2.3 Continuité . . . . .	123
2.4 Dérivabilité . . . . .	124
<b>3 Fonctions vectorielles</b>	<b>133</b>
3.1 Notion de fonction vectorielle . . . . .	133
3.2 Courbes paramétrées. Première notions . . . . .	134
3.3 Réduction du domaine d'étude . . . . .	135
3.4 Points simples. Points multiples . . . . .	136
3.5 Tangente à une courbe paramétrée . . . . .	137
3.6 Position d'une courbe par rapport à sa tangente . . . . .	138
3.7 Étude des branches infinies . . . . .	139
<b>4 Fonctions de plusieurs variables</b>	<b>141</b>
4.1 Fonctions réelles de deux variables . . . . .	141
4.2 Représentation graphique . . . . .	142
4.3 Ouvert de $\mathbb{R}^2$ . . . . .	142
4.4 Limites . . . . .	143
4.5 Continuité . . . . .	143
4.6 Différentiabilité . . . . .	144
<b>5 Calcul intégral</b>	<b>149</b>
5.1 Primitives de fonctions . . . . .	149
5.2 Intégrales de fonctions . . . . .	150
5.3 Propriétés de l'intégrale . . . . .	153
5.4 Intégrales et primitives . . . . .	154
5.5 Intégration par parties . . . . .	155
5.6 Changements de variables . . . . .	156
5.7 Intégrales généralisées . . . . .	157
<b>6 Équations différentielles</b>	<b>159</b>
6.1 Équations différentielles linéaires d'ordre 1 . . . . .	159
6.2 Équations différentielles linéaires d'ordre 2 . . . . .	161

<b>7</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>163</b>
7.1	L'ensemble des nombres complexes . . . . .	163
7.2	Équations du second degré dans $\mathbb{C}$ . . . . .	164
7.3	Représentations géométriques . . . . .	166
7.4	Module et arguments d'un complexe non nul . . . . .	167
7.5	Formes trigonométriques . . . . .	167
7.6	Formes exponentielles . . . . .	168
7.7	Nombres complexes et géométrie . . . . .	170
<b>8</b>	<b>Fonctions trigonométriques</b>	<b>171</b>
8.1	Fonctions trigonométriques . . . . .	171
8.2	Fonctions trigonométriques inverses . . . . .	172
8.3	Fonctions trigonométriques hyperboliques . . . . .	175
8.4	Trigonométrie hyperbolique inverse . . . . .	177
<b>9</b>	<b>Géométrie</b>	<b>181</b>
9.1	Géométrie affine . . . . .	181
9.2	Géométrie euclidienne . . . . .	187
<b>10</b>	<b>Espaces vectoriels. Applications linéaires</b>	<b>195</b>
10.1	Espaces vectoriels . . . . .	195
10.2	Applications linéaires . . . . .	199
<b>11</b>	<b>Matrices</b>	<b>203</b>
11.1	Notion de matrice . . . . .	203
11.2	Opérations sur les matrices . . . . .	204
11.3	Inverse d'une matrice . . . . .	207
11.4	Systèmes linéaires . . . . .	209
<b>12</b>	<b>Déterminants</b>	<b>211</b>
12.1	Permutations d'un ensemble . . . . .	211
12.2	Déterminant d'un système de vecteurs dans une base . . . . .	211
12.3	Interprétation géométrique . . . . .	212
12.4	Déterminant d'un endomorphisme . . . . .	213
12.5	Déterminant d'une matrice carrée . . . . .	214
12.6	Application aux systèmes de Cramer . . . . .	217
<b>13</b>	<b>Diagonalisation</b>	<b>219</b>
13.1	Valeurs propres. Vecteurs propres . . . . .	219
13.2	Sous-espace propre . . . . .	220
13.3	Polynôme caractéristique . . . . .	220
13.4	Diagonalisation d'un endomorphisme . . . . .	221

<b>14 Probabilités</b>	<b>225</b>
14.1 Langage des événements . . . . .	225
14.2 Probabilités . . . . .	225
14.3 Conditionnement. Indépendance . . . . .	227
14.4 Variables aléatoires . . . . .	229
14.5 Loi binomiale . . . . .	231
14.6 Loi géométrique . . . . .	232
14.7 Loi de Poisson . . . . .	233
14.8 Lois continues . . . . .	234
<b>FORMULAIRE</b>	<b>239</b>
1 Suites . . . . .	241
2 Dérivées . . . . .	243
3 Primitives . . . . .	245
4 Développements limités . . . . .	247
5 Trigonométrie . . . . .	248
6 Trigonométrie hyperbolique . . . . .	250
7 Complexes . . . . .	251
8 Géométrie . . . . .	253
9 Probabilités . . . . .	254
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>257</b>
<b>INDEX</b>	<b>259</b>