

Thierry Rougé
Patrick Cabau

12 thèmes mathématiques indispensables

L1
Écoles
d'ingénieurs
B.U.T.



- Thèmes variés
- Cours
- Formulaire complet

ellipses

TABLE DES MATIÈRES

THÈMES	7
1 Logique formelle	9
1.1 Axiomes, assertions, prédicats et quantificateurs	9
1.2 Opérateurs logiques de base	10
1.3 Implication, contraposée et réciproque	12
1.4 Équivalence	14
1.5 Propriétés	14
1.6 Divers types de raisonnements mathématiques	15
2 Convexité	19
2.1 Définition géométrique d'une fonction convexe	19
2.2 Caractérisation géométrique	21
2.3 Point d'inflexion	23
2.4 Applications	24
3 Constructions à la règle et au compas	27
3.1 Points constructibles	27
3.2 Constructions de base	28
3.3 Structure algébrique	30
3.4 Points constructibles au compas seul	33
4 Courbes de Bézier	35
4.1 Polynômes de Bernstein	35
4.2 Courbes de Bézier	36
5 Applications des nombres complexes	39
5.1 Ensembles remarquables du plan	39
5.2 Transformations du plan	40
5.3 Sommes partielles de séries trigonométriques	42
5.4 Somme de deux signaux	43
5.5 Application à l'électricité	45

6	Analyse Numérique	47
6.1	Approximations de la solution d'une équation	47
6.2	Équations différentielles	52
6.3	Intégration numérique	53
7	Autour des équations différentielles	57
7.1	Applications à la mécanique	57
7.2	Applications à l'électricité	63
7.3	Courbes intégrales d'un champ de vecteurs	65
8	Descente du gradient	69
8.1	Gradient d'une fonction à deux variables	69
8.2	Méthode de descente de gradient	70
9	Graphes	73
9.1	Notion de graphe	73
9.2	Représentation matricielle d'un graphe	75
9.3	Graphes pondérés et algorithme de Dijkstra	77
10	Notions de réseau neuronal	81
10.1	Neurone affine	81
10.2	Neurones et connecteurs logiques	82
10.3	Réseau de neurones	85
10.4	Approximation par un réseau de neurones	87
11	Séries de Fourier	89
11.1	Fonctions périodiques	89
11.2	Coefficients de Fourier	91
11.3	Séries de Fourier	92
11.4	Interprétation graphique	93
11.5	Analyse harmonique d'un signal	95
11.6	Le théorème de Parseval	97
12	Transformation de Laplace	99
12.1	Transformée de Laplace d'une fonction causale	99
12.2	Propriétés fondamentales	101
12.3	Transformées de Laplace de fonctions usuelles	101
12.4	Transformées de Laplace de dérivées	102
12.5	Application aux équations différentielles	103
12.6	Transformée de Laplace de primitives	105

COURS	107
1 Suites	109
1.1 Généralités	109
1.2 Modes principaux de génération d'une suite	109
1.3 Variations	111
1.4 Limites	113
2 Fonctions	119
2.1 Fonctions d'une variable réelle	119
2.2 Limites	120
2.3 Continuité	123
2.4 Dérivabilité	124
3 Fonctions vectorielles	133
3.1 Notion de fonction vectorielle	133
3.2 Courbes paramétrées. Première notions	134
3.3 Réduction du domaine d'étude	135
3.4 Points simples. Points multiples	136
3.5 Tangente à une courbe paramétrée	137
3.6 Position d'une courbe par rapport à sa tangente	138
3.7 Étude des branches infinies	139
4 Fonctions de plusieurs variables	141
4.1 Fonctions réelles de deux variables	141
4.2 Représentation graphique	142
4.3 Ouvert de \mathbb{R}^2	142
4.4 Limites	143
4.5 Continuité	143
4.6 Différentiabilité	144
5 Calcul intégral	149
5.1 Primitives de fonctions	149
5.2 Intégrales de fonctions	150
5.3 Propriétés de l'intégrale	153
5.4 Intégrales et primitives	154
5.5 Intégration par parties	155
5.6 Changements de variables	156
5.7 Intégrales généralisées	157
6 Équations différentielles	159
6.1 Équations différentielles linéaires d'ordre 1	159
6.2 Équations différentielles linéaires d'ordre 2	161

7	Nombres complexes	163
7.1	L'ensemble des nombres complexes	163
7.2	Équations du second degré dans \mathbb{C}	164
7.3	Représentations géométriques	166
7.4	Module et arguments d'un complexe non nul	167
7.5	Formes trigonométriques	167
7.6	Formes exponentielles	168
7.7	Nombres complexes et géométrie	170
8	Fonctions trigonométriques	171
8.1	Fonctions trigonométriques	171
8.2	Fonctions trigonométriques inverses	172
8.3	Fonctions trigonométriques hyperboliques	175
8.4	Trigonométrie hyperbolique inverse	177
9	Géométrie	181
9.1	Géométrie affine	181
9.2	Géométrie euclidienne	187
10	Espaces vectoriels. Applications linéaires	195
10.1	Espaces vectoriels	195
10.2	Applications linéaires	199
11	Matrices	203
11.1	Notion de matrice	203
11.2	Opérations sur les matrices	204
11.3	Inverse d'une matrice	207
11.4	Systèmes linéaires	209
12	Déterminants	211
12.1	Permutations d'un ensemble	211
12.2	Déterminant d'un système de vecteurs dans une base	211
12.3	Interprétation géométrique	212
12.4	Déterminant d'un endomorphisme	213
12.5	Déterminant d'une matrice carrée	214
12.6	Application aux systèmes de Cramer	217
13	Diagonalisation	219
13.1	Valeurs propres. Vecteurs propres	219
13.2	Sous-espace propre	220
13.3	Polynôme caractéristique	220
13.4	Diagonalisation d'un endomorphisme	221

14 Probabilités	225
14.1 Langage des événements	225
14.2 Probabilités	225
14.3 Conditionnement. Indépendance	227
14.4 Variables aléatoires	229
14.5 Loi binomiale	231
14.6 Loi géométrique	232
14.7 Loi de Poisson	233
14.8 Lois continues	234
FORMULAIRE	239
1 Suites	241
2 Dérivées	243
3 Primitives	245
4 Développements limités	247
5 Trigonométrie	248
6 Trigonométrie hyperbolique	250
7 Complexes	251
8 Géométrie	253
9 Probabilités	254
BIBLIOGRAPHIE	257
INDEX	259